

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

FACULTAD DE CIENCIAS QUÍMICAS

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA QUÍMICA



DINÁMICA NO LINEAL EN LECHOS FLUIDIZADOS

Memoria que para optar al grado de Doctor en Ciencias Químicas presenta

Miguel Ángel Segarra Recacha

MADRID 1995



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE
FACULTAD DE CIENCIAS QUIMICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA QUIMICA
CIUDAD UNIVERSITARIA
28040 MADRID

JOSE MANUEL ARAGON ROMERO, PROFESOR TITULAR DE INGENIERIA
QUIMICA DEL DEPARTAMENTO DE INGENIERIA QUIMICA DE LA FACULTAD
DE CIENCIAS QUIMICAS DE LA UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID,

INFORMA:

Que D. MIGUEL ANGEL SEGARRA RECACHA, Licenciado en
Ciencias Químicas (Sección de Química Industrial) ha realizado
en los laboratorios de este Departamento, y bajo su dirección,
el trabajo que, con el título de "Dinámica No Lineal en Lechos
Fluidizados", presenta en esta Memoria para optar al grado de
Doctor en Ciencias Químicas.

Y para que conste a los efectos oportunos, firma el
presente informe en Madrid a veinte de Septiembre de mil
novecientos noventa y cinco.

A toda mi familia,
en especial a Santiago, Miguel Angel y Ana.

El presente trabajo ha sido realizado en el Departamento de Ingeniería Química de la Facultad de Ciencias Químicas de la Universidad Complutense de Madrid. Mi agradecimiento al Departamento, y en especial a su Director, por haberme dotado de los medios materiales para desarrollar las investigaciones.

Mi especial gratitud para el Profesor Dr. D. José Manuel Aragón Romero, Director de esta Tesis, por haber confiado en mí incluso en momentos difíciles, por no tener nunca prisa y por saber ofrecer el consejo oportuno, respetando a la vez mi propia iniciativa.

Guardaré un grato recuerdo de la inmensa paciencia, acertado consejo y ánimos de la Profesora Dra. Dña. Mari Carmen Palancar.

Por último, sería ingrato no reconocer la permanente disposición de D. José Timón, Técnico de Laboratorio, y la amabilidad y comprensión humana de la Secretaría y Decanato de esta Facultad que facilitaron siempre los, a veces desalentadores, trámites burocráticos.

A todos ellos, de nuevo, gracias.

ÍNDICE

Pág.

1.-RESUMEN

2.-INTRODUCCIÓN

2.1.-LECHO FLUIDIZADO

2.1.1.-FLUIDODINÁMICA DE LECHOS FLUIDIZADOS

2.1.1.1.-Descripción general

2.1.1.2.-Regímenes de flujo

2.1.1.3.-Ventajas y desventajas de la fluidización

2.1.1.4.-Burbujas. Formación. Características. Dinámica.

2.1.1.5.-Patrones espaciales de flujo en lecho fluidizado

2.1.1.6.-Modelos de simulación por ordenador de lecho
fluidizado

2.1.2.-OSCILACIONES DE PRESIÓN EN UN LECHO FLUIDIZA DO

2.1.2.1.-Modelos de origen de las oscilaciones de presión

2.1.2.2.-Señal de presión al paso de una burbuja

2.2.-CAOS DETERMINISTA

2.2.1.-FUNDAMENTOS DEL CAOS DETERMINISTA

2.2.1.1.-La complejidad y la autoorganización. Ejemplos.

2.2.1.2.-El espacio de las fases

2.2.1.3.-Equilibrio mecánico y termodinámico.

2.2.1.4.-No linealidad y bifurcación

2.2.2.-COMPORTAMIENTO CAÓTICO EN SISTEMAS DE
DINÁMICA NO LINEAL

- 2.2.2.1.-Ecuación logística
- 2.2.2.2.-Atractor de Lorenz
- 2.2.2.3.-Dinámica del goteo en una válvula
- 2.2.2.4.-Turbulencia en recipientes calentados
- 2.2.2.5.-Dinámica de otros fenómenos

2.2.3.-IDENTIFICACIÓN Y CÁLCULO DE PARÁMETROS
CAÓTICOS

- 2.2.3.1.-Representación gráfica de var.ind./ var.dep.
- 2.2.3.2.-Cálculo del coeficiente de autocorrelación
- 2.2.3.3.-Representación del atractor
- 2.2.3.4.-Sección de Poincaré
- 2.2.3.5.-Mapa unidimensional o de retorno
- 2.2.3.6.-Cálculo de la transformada de Fourier
- 2.2.3.7.-Caracterización del tipo de transición al caos
- 2.2.3.8.-Cálculo de los exponentes de Liapunov
- 2.2.3.9.-Cálculo de la dimensión fractal y de información

2.2.4.-GEOMETRÍA FRACTAL

- 2.2.4.1.-Definición y características
- 2.2.4.2.-Cálculo de la dimensión fractal
- 2.2.4.3.-Aplicaciones

2.3.-ANÁLISIS DE OSCILACIONES DE PRESIÓN EN UN LECHO
FLUIDIZADO

2.3.1.-CLASIFICACIÓN DE LAS SERIES TEMPORALES

2.3.2.-ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LAS OSCILACIONES DE
PRESIÓN

- 2.3.2.1.-Medidas de centralización
- 2.3.2.2.-Medidas de dispersión
- 2.3.2.3.-Medidas de frecuencia
- 2.3.2.4.-Medidas de correlación

2.3.3.-ANÁLISIS CAÓTICO DETERMINISTA DE LAS OSCILACIONES DE PRESIÓN

2.3.3.1.-Resumen bibliográfico del tratamiento de datos

2.3.3.2.-Estado del arte

3.-OBJETIVOS Y PLAN DE TRABAJO

4.-EQUIPO Y PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

4.1.-EQUIPO DE FLUIDIZACIÓN

4.1.1.-LECHO BIDIMENSIONAL

4.1.2.-LECHO TRIDIMENSIONAL

4.2.-EQUIPO DE MEDIDA

4.2.1.-SEÑAL DE PRESIÓN

4.2.2.-REGISTRO EN VÍDEO

4.3.-PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

5.-METODOLOGÍA DEL ANÁLISIS CAÓTICO DETERMINISTA DE LAS OSCILACIONES DE PRESIÓN EN LECHO FLUIDIZADO

5.1.-PRETRATAMIENTO DE DATOS EXPERIMENTALES DE OSCILACIONES DE PRESIÓN

5.1.1.-SEÑAL PRINCIPAL

5.1.2.-SEÑAL FILTRADA

5.1.2.1.-Filtrado durante el registro de datos

5.1.2.2.-Filtrado posterior a la grabación

5.2.-DETERMINACIÓN DEL GRADO DE CAOS. ALGORITMOS.

5.2.1.-ESPECTRO DE FRECUENCIAS

5.2.2.-FUNCIÓN DE AUTOCORRELACIÓN

5.2.3.-MÁXIMO EXPONENTE DE LIAPUNOV

5.2.4.-DIMENSIÓN FRACTAL

5.2.5.-REPRESENTACIÓN DEL ATRACTOR

5.2.6.-CARACTERIZACIÓN DE LA TRANSICIÓN AL CAOS

5.3.-EVALUACIÓN EXPERIMENTAL DEL METODO DE ANÁLISIS

5.3.1.-EXPERIMENTOS PREVIOS

5.3.2.-ÍNDICE CONJUNTO DE EVALUACIÓN DEL GRADO DE
CAOS

5.3.3.-LÍMITES DE ERROR DEL METODO DE CÁLCULO

**6.-HIPÓTESIS SOBRE EL ORIGEN DEL CAOS OBSERVADO EN LAS
FLUCTUACIONES DE PRESIÓN EN LECHO FLUIDIZADO**

6.1.-RELACIONES NO LINEALES ENTRE ECUACIONES CLÁSICAS

**6.2.-COALESCENCIA Y PARTICIÓN DINÁMICAS DE BURBUJA EN
MODELO TEÓRICO CLÁSICO**

6.3.-DINÁMICA DE LA INYECCIÓN DEL GAS. SEMEJANZA CON UNA VÁLVULA DE FLUIDO

6.4.-DINÁMICA DEL ASCENSO DE BURBUJAS. SEMEJANZA CON UN AUTÓMATA CELULAR

7.-EVALUACIÓN DE HIPÓTESIS.

7.1.-EXPERIMENTOS FLUIDODINÁMICOS EN LECHOS FLUIDIZADOS

7.1.1.-INYECCIÓN DE GAS

7.1.1.1.-Tipo de inyección

7.1.1.2.-Control de la inyección en orificio único

7.1.2.-ALTURA DE LECHO

7.1.3.-POSICIÓN DE LA SONTA

7.1.3.1.-Inyección de gas mediante distribuidor

7.1.3.2.-Inyección de gas mediante orificio único

7.1.4.-TIPO DE SÓLIDO

7.1.4.1.-Influencia de la altura total de lecho

7.1.4.2.-Influencia de la altura de la sonda de registro de la

señal

7.1.5.-FILTRADO DE LA SEÑAL

7.1.6.-OBSERVACIONES VISUALES

**7.2.-COMPARACIÓN DE LAS HIPÓTESIS CON LOS RESULTADOS
EXPERIMENTALES**

7.2.1.-RELACIONES NO LINEALES ENTRE ECUACIONES
CLÁSICAS

7.2.2.-COALESCENCIA Y PARTICIÓN DINÁMICAS DE
BURBUJA EN MODELO TEÓRICO CLÁSICO

7.2.3.-DINÁMICA DE LA INYECCIÓN DEL GAS. SEMEJANZA
CON UNA VÁLVULA DE FLUIDO

7.2.3.1.-Inclusión del simulador de válvula en el modelo de
fluidización con burbujeo controlado

7.2.4.-DINÁMICA DEL ASCENSO DE BURBUJAS. SEMEJANZA
CON UN AUTÓMATA CELULAR

8.-CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

9.-REFERENCIAS

10.-APENDICES

- A.-Programa de líneas isocaóticas en fluidización con burbujeo controlado.
- B.-Programa de cálculo de la Función de Autocorrelación.
- C.-Programa de cálculo del máximo exponente de Liapunov.
- D.-Programa de cálculo de la dimensión del atractor.
- E.-Programas para la representación gráfica de un atractor.
- F.-Programa de cálculo de la Función Transformada de Fourier.
- G.-Programa para la visualización de un diagrama de bifurcación
- H.-Programa $G = f(G)$.
- I.-Programa correspondiente a la hipótesis 6.1.b.
- J.-Programa correspondiente a la hipótesis 6.2.b.1.
- K.-Programa correspondiente a la hipótesis 6.2.b.2.

- L.-Programa correspondiente a la hipótesis 6.3
- M.-Programa correspondiente a la hipótesis 6.3
- N.-Programa correspondiente a la hipótesis 6.3
- Ñ.-Programa correspondiente a la hipótesis 6.4
- O.-Criterio de partición de burbuja basado en un balance de presiones.

1.-RESUMEN

Un lecho fluidizado es un sistema en el que un sólido granular adopta un comportamiento dinámico con ciertas propiedades similares a las de un líquido en ebullición. El sistema fluidizado es abierto, es decir, sólo se mantienen si existe una corriente continua de gas o líquido de velocidad ascendente adecuada. Esta Tesis se centra en los aspectos no lineales y caóticos de la fluidodinámica de lechos fluidizados gas-sólido, que son los de mayor interés industrial y los que presentan fenómenos fluidodinámicos de mayor complejidad. Por ello, en toda esta Memoria se utiliza siempre el término lecho fluidizado referido a lecho fluidizado gas-sólido, salvo que se indique expresamente lo contrario.

La caracterización fluidodinámica de lechos fluidizados se realiza clásicamente mediante la observación de fenómenos tales como formación, tamaño y velocidad de las burbujas de gas, circulación y mezcla de las partículas de sólido y expansión de la superficie del lecho. Por otra parte, es bien conocido que la medida de la presión del gas en la base del lecho da lugar a valores más o menos fluctuantes, cuyo valor medio es una típica variable de operación que da una medida de la pérdida de carga o caída de presión del gas a lo largo del lecho. Durante los últimos años se ha ido mostrando un interés creciente en la medida y análisis detallado de estas fluctuaciones de presión y se han descrito nuevos métodos para el estudio de la fluidodinámica de lechos fluidizados basados en dichas fluctuaciones.

El análisis cuantitativo de las oscilaciones de presión puede basarse en dos hipótesis: La dinámica del lecho es lineal o es no lineal. En el primer caso es suficiente con un análisis estadístico; hasta tiempos recientes, éste ha sido el método más frecuentemente utilizado. La segunda hipótesis conduce a la necesidad de utilizar un análisis caótico determinista. La información bibliográfica muestra que el empleo de este tipo de análisis es bastante reciente, si bien los resultados que se han publicado evidencian que son muy útiles para obtener un nuevo tipo de información sobre la fluidodinámica de lechos fluidizados. Por ello, una parte importante de la presente investigación se dedica a desarrollar una metodología para utilizar el análisis caótico determinista con vistas a evaluar cuantitativamente ciertos aspectos de la naturaleza no lineal de la dinámica de los lechos fluidizados.

El estado de un lecho fluidizado es un estado de no equilibrio cuya dinámica tiene un gran número de componentes lineales y no lineales. Es posible la existencia de regímenes de flujo altamente ordenados, propios de las estructuras disipativas,

que son producto del denominado "orden por fluctuaciones". Regímenes similares se han identificado ya en sistemas reales tales como reacciones químicas autocatalíticas y colonias de microorganismos, y se investiga su existencia en campos tan diversos como la economía, la predicción climática e incluso la conducta de grupos humanos.

En los lechos fluidizados se ha observado la aparición de regímenes de flujo ordenados en condiciones de fluidización burbujeante, es decir, alejadas del estado de mínima fluidización. Esto hace pensar en la posibilidad de que en el lecho fluidizado pueda identificarse como una estructura disipativa. En general, las estructuras disipativas resultan de las bifurcaciones del estado de las fases de sistemas abiertos complejos que exhiben una dinámica caótica. Para que en un sistema dinámico aparezcan estas estructuras, debe existir un componente de retroalimentación no lineal. Es bien conocida la clasificación de Geldart que sirve para identificar cuatro tipos de fluidización en función de aspectos dinámicos y geométricos, tales como forma y velocidad de burbuja, estructura del lecho en condiciones cercanas a la mínima fluidización y formación de acanalamientos o caminos preferentes. Todo esto puede interpretarse como pruebas cualitativas de la existencia de estructuras disipativas y, por consiguiente, de dinámica caótica en los lechos fluidizados.

La situación actual de las investigaciones sobre la naturaleza caótica de la dinámica de un lecho fluidizado se resume en cuatro puntos:

a) Dicha naturaleza caótica está demostrada; b) Los datos publicados son escasos y su aplicación práctica es aún incipiente; c) Los métodos de análisis de datos de fluctuaciones de presión son heterogéneos y d) el origen concreto de la dinámica caótica de las fluctuaciones es desconocido.

Por ello, el presente trabajo se orientó hacia la búsqueda de dicho origen con dos objetivos principales : a) Identificar el origen del componente no lineal de retroalimentación presente en la dinámica de lechos fluidizados y b) Describir y evaluar cuantitativamente los fenómenos caóticos relacionados con las fluctuaciones de presión.

El plan de trabajo consta básicamente de : a) Disponer un sistema fluidizado para observar y registrar oscilaciones de presión en distintas condiciones experimen-

tales; b) Poner a punto un método de tratamiento de datos de oscilaciones de presión y elaborar algoritmos de cálculo de parámetros caóticos; c) Realizar experimentos en diferentes condiciones de operación para establecer la influencia de dichas condiciones en el grado de desorden o caos de la señal de presión registrada y d) Evaluar distintas hipótesis y modelos sobre el origen del caos observado para aclarar la naturaleza no lineal de la fluidodinámica de lechos fluidizados.

El equipo experimental consiste básicamente en dos lechos fluidizados de paredes transparentes (uno bidimensional y otro cilíndrico) dotados de sondas de presión y de dispositivos de transmisión y registro de las oscilaciones de presión. El sólido empleado ha sido arena silíceo de los tipos A y B del Gedart. El gas empleado ha sido aire a temperatura ambiente. Se han realizado experimentos en diversas condiciones de fluidización (tipo y tamaño de sólido, velocidad superficial del aire, posición de las sondas, tipo de inyección de aire, etc.). Se ha prestado gran atención a la formación de burbujas en orificios. Por ello, se han realizado fluidizaciones inyectando el gas a través de distribuidores porosos y/o a través de un orificio único. En la inyección por orificio único se han utilizado dos tipos de regímenes: burbujeo libre y burbujeo controlado por una electroválvula. De esta última forma, se puede controlar a voluntad tanto la duración de la inyección de gas, como el intervalo entre inyecciones. Esto ha permitido explorar interesantes regímenes caóticos concretos. El sistema de registro de datos de presión consiste en un osciloscopio digital que permite recoger y grabar en disco magnético los registros temporales de presión que posteriormente se tratan en un ordenador personal. Algunas observaciones visuales complementarias se realizan por medio de un equipo de grabación en vídeo que permite posteriormente analizar en detalle la actividad de las burbujas en el lecho bidimensional.

Los resultados obtenidos a lo largo de la investigación han dado lugar a unas 1000 series temporales de fluctuaciones de presión. Estos datos, convenientemente agrupados de acuerdo con las condiciones experimentales y los fines perseguidos en su obtención, han sido tratados para identificar los probables orígenes del caos observado en las oscilaciones de presión y para evaluarlos cuantitativamente.

Se han desarrollado cinco algoritmos que permiten calcular los parámetros necesarios para evaluar cuantitativamente la dinámica caótica de series temporales de oscilaciones de presión en lechos fluidizados. Los algoritmos permiten determinar el máximo exponente de Liapunov (MEL), la dimensión del atractor (D) y el

coeficiente de autocorrelación (CA), y sirven para trazar o generar atractores y espectros de frecuencias. Los valores del MEL y CA se han englobado en un índice de caos, denominado ICS (Índice de Caos de una Serie temporal), que permite dar un valor al grado de caos y cuantificar, en suma, el grado de desorden exhibido por las oscilaciones de presión bajo diferentes regímenes de fluidización.

Para dilucidar la procedencia del caos observado en las oscilaciones de presión se ha supuesto que esta dinámica caótica tiene su origen en un componente de retroalimentación no lineal con dos posibles procedencias:

a) La propia dinámica de la formación de burbujas en los orificios del distribuidor. Se ha observado que la formación de burbujas en un orificio sigue un comportamiento similar al que presentan las gotas de líquido que se desprenden de una válvula de goteo vertical con alimentación continua. Este sencillo fenómeno ha sido estudiado por diferentes autores que han demostrado que la frecuencia de goteo bajo ciertas condiciones es caótica.

b) La dinámica y estructura de todo el lecho fluidizado. Considerado en su conjunto, un lecho fluidizado, puede originar retroalimentación no lineal que explique el carácter caótico de las fluctuaciones de presión. Según el punto de vista que se utilice para definir qué es un lecho fluidizado, caben dos posibilidades:

b1) Considerar al lecho como un medio bifásico de dos componentes homogéneos, el gas y el sólido, donde las burbujas interaccionan entre sí y con el sólido, coalescen, se rompen en dos o más burbujas, etc.,. Todo ello origina una dinámica caótica, incluso si la dinámica de las fluctuaciones de presión originadas por la formación de burbujas en los orificios del distribuidor fuera lineal o periódica.

b2) Considerar al lecho como un medio heterogéneo discreto y a su dinámica como el resultado del comportamiento de un elevado número de partículas de sólido ante la presencia de un gas ascendente. Distintos autores han demostrado que un medio granular en movimiento es asimilable a un sistema complejo autoorganizado con estructuras fractales y que tiene una dinámica que puede simularse mediante los denominados autómatas celulares, algoritmos digitales muy simples capaces de presentar comportamientos muy complejos.

En base a estas consideraciones, se han planteado y evaluado cuatro hipótesis sobre el origen de dinámica caótica en lecho fluidizado. Están basadas en la dinámica de la inyección del gas a través de orificio único, diversas relaciones no lineales entre elementos del lecho y mecanismos complejos de autorregulación dentro del lecho. Se ha examinado también la posibilidad de tratamiento del lecho como autómata celular.

Se han elaborado modelos de simulación por ordenador que tratan de reproducir simplificadaamente diversos fenómenos que podrían explicar los hipotéticos orígenes de caos, generalmente son modelos aparentemente simples, pero que dan lugar a respuestas complejas no lineales y caóticas. Se han generado más de 200 series temporales simuladas. Los resultados de estos modelos de simulación y sus parámetros caóticos se aproximan, a veces sorprendentemente bien, a muchos de los obtenidos en los lechos fluidizados reales. Estas evidencias permiten acumular pruebas sobre la naturaleza no lineal de la dinámica de un lecho fluidizado. Aunque un dominio más completo del conocimiento de esta naturaleza y sus orígenes requerirá estudios posteriores más profundos, se ha puesto de manifiesto que es posible poner en juego unos pocos orígenes sencillos para generar los complejos comportamientos observados en las fluctuaciones de presión en lechos fluidizados.

2.1.-LECHO FLUIDIZADO

2.1.1.-FLUIDODINÁMICA DE LECHOS FLUIDIZADOS

2.1.1.1.-Descripción general

La fluidización es una operación por la cual sólidos finamente divididos se comportan con las características de un estado fluido por medio del contacto con un gas o un líquido en movimiento ascendente (Kunii, Levenspiel, 1969).

2.1.1.2.-Regímenes

En la fluidización mediante un gas se pueden distinguir diferentes regímenes de comportamiento o flujo, dependientes de la velocidad de inyección del gas. A bajas velocidades del gas el fluido sencillamente atraviesa el seno del sólido circulando a través de las partículas estacionarias, es un fenómeno de percolación y el lecho se denomina *lecho fijo*. Al incrementar la velocidad del gas las partículas se empiezan a separar y algunas comienzan a vibrar y a cambiar de posición dentro de unas zonas muy localizadas. Es el denominado *lecho expandido*. A una velocidad todavía más alta se alcanza un punto en el cual las partículas se encuentran suspendidas en el fluido ascendente. Esto se debe a que la fuerza de fricción fluido-sólido compensa el peso del sólido. El lecho se considera mínimamente fluidizado y el estado se denomina *mínima fluidización o fluidización incipiente*. Si la velocidad del fluido sigue aumentando se observan unas inhomogeneidades en el seno del lecho que pueden identificarse como burbujas o también como canalizaciones de gas. A elevadas velocidades la agitación se vuelve violenta y el movimiento de sólidos es notable. Por otra parte el aumento de la altura del lecho no es excesivo sobre el tamaño que alcanzó en la mínima fluidización. Este estadio de la fluidización se denomina *agregativo, heterogeneo o burbujeante* y es el estado habitual de un lecho fluidizado gas-sólido operativo.

Para ciertas condiciones de lecho y cierto tipo de sólido, un aumento adicional de la velocidad de gas trae como consecuencia enormes burbujas, producto de la coalescencia que ocupan todo el ancho del lecho y empujan la porción superior de éste como si de un pistón se tratara, es el fenómeno denominado *slugging*. Si la

velocidad del sólido excede la denominada velocidad terminal del sólido o de arrastre, la superficie libre del lecho desaparece y el arrastre de sólido, incluso fuera del lecho, empieza a tener lugar. El lecho fluidizado se califica como *disperso o diluido* y se observa *transporte neumático de sólidos*.

En un intento de globalizar la comprensión del comportamiento de diferentes tipos de sólido ante el aumento del caudal de gas fluidizante, Kunii y Levenspiel (1991) publican dos esquemas donde recogen la información obtenida por diferentes autores sobre regímenes de fluidización.

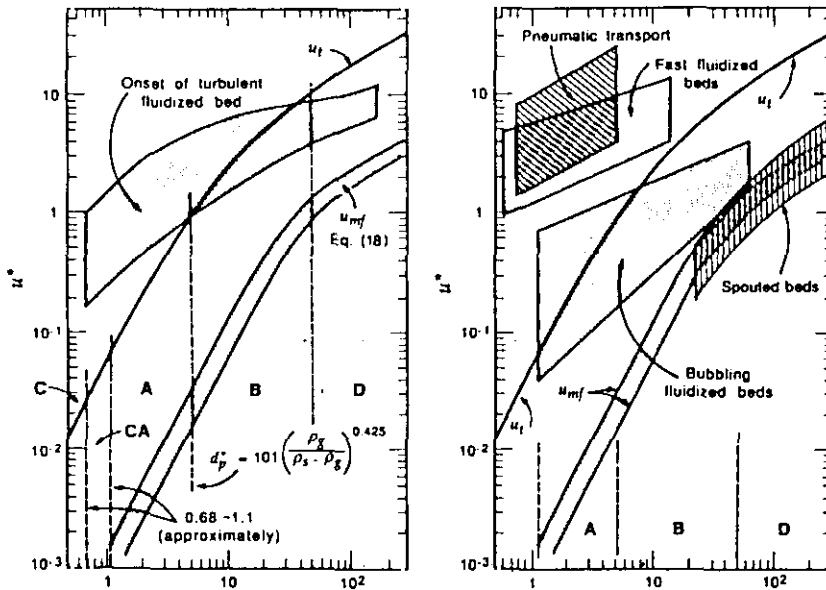


Fig. 2.1.1 Diagrama general de regímenes de flujo (Kunii y Levenspiel, 1991)

Esta descripción de estados puede verse afectada por multitud de factores tales como geometría del recipiente, tipo de distribuidor y dispositivos internos en el lecho o disposición de lechos y comunicación entre ellos. Estos factores pueden aprovecharse en beneficio de la operación, como es el caso de la versatilidad en las formas de contacto gas-sólido debidas al comportamiento cuasi-fluido del lecho o

pueden alterar el comportamiento habitual del dispositivo como es el caso del diferente tipo de fluidización que para idénticas condiciones presentan sólidos de distintas densidades y tamaños.

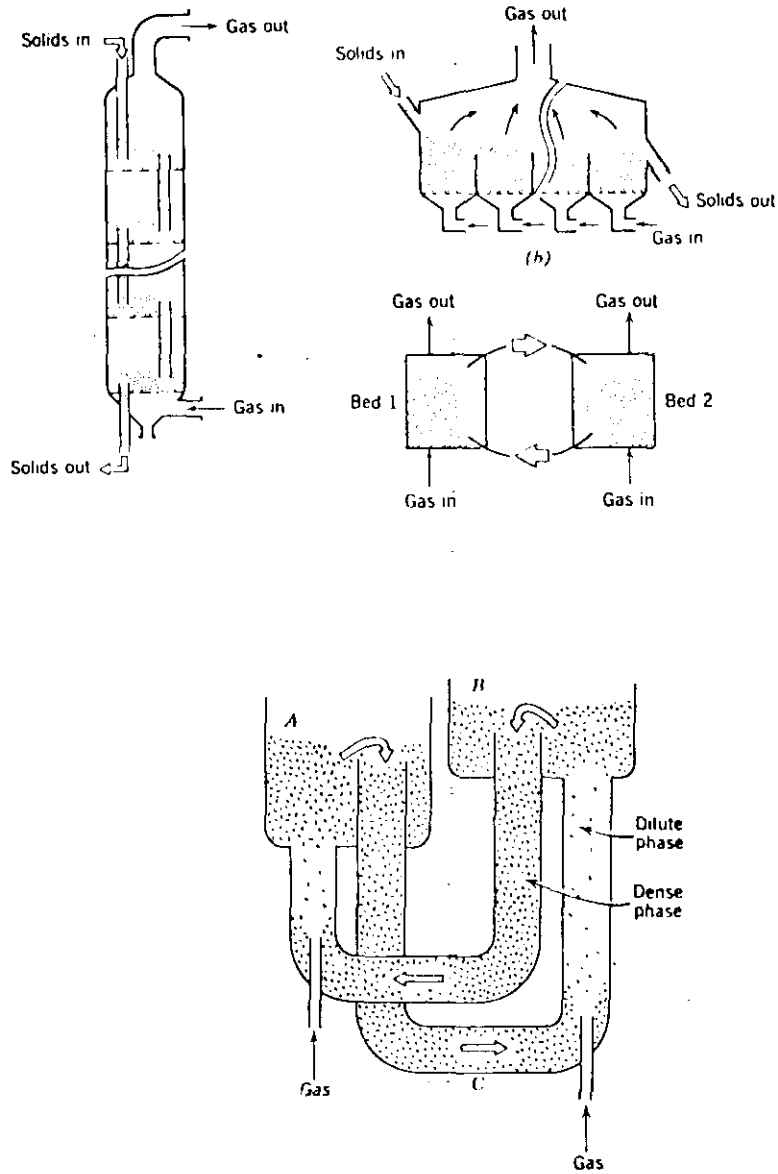


Fig. 2.1.2. Otros dispositivos de contacto (Kunii y Levenspiel, 1991)

2.1.1.3.-Ventajas y desventajas de la fluidización

Las ventajas son:

- Fácil manejo de sólidos.
- Gran nivel de mezcla gas-sólido.
- Condiciones isotermas.
- Circulación de sólidos como líquidos, con posibilidad de extracción o aporte del calor necesario.
- Elevados grados de transmisión de calor y materia con respecto a otros dispositivos de contacto.

Estas características positivas compensan en gran medida las negativas, enumeradas a continuación

- Complejidad del modelo de flujo en sistemas gas-sólido.
- Ineficiencia de contacto gas-sólido en ciertas condiciones de operación debido al efecto de cortocircuito que realizan las grandes burbujas.
- Poca uniformidad en los tiempos de residencia.
- Abrasión de equipos.

Por todo ello, los lechos fluidizados se emplean con éxito en amplios sectores industriales como los de la combustión, gasificación e incineración, el secado y acondicionamiento de alimentos granulares o finamente divididos, las reacciones catalizadas, adsorciones etc...

2.1.1.4.-Burbujas. Formación. Características. Partición. Coalescencia.

El burbujeo es un hecho complejo y ha sido objeto principal de numerosos estudios. Salvo en determinadas excepciones, el comportamiento de un lecho de partículas sólidas cuando se le inyecta un gas es similar al de un líquido en ebullición. Al elevar la velocidad del gas aumentan el número y la velocidad de las burbujas, en cierto sentido la velocidad del gas juega el mismo papel que la temperatura en los líquidos calentados. Otro simil que puede ayudar a conocer el comportamiento y la naturaleza de las burbujas es el que resulta de considerar a una

burbuja de gas no como un "globo" hermético, esférico, evolucionando en el seno de un sólido granular sino como la solución mecánica, estructural y dinámica del sólido al balance de energías a partir del momento en que la fuerza de arrastre del gas supera el peso del sólido.

El comportamiento y la dinámica de las burbujas son los responsables de la mayor parte de las diferencias entre un lecho fijo y uno fluidizado. Ellas producen el peculiar flujo de gas y también la elevada agitación de las partículas así como el transporte de sólido hacia la superficie. Conocer el fenómeno del burbujeo significa conocer también en gran medida muchas de las más importantes propiedades de un lecho fluidizado. (Davidson y Harrison, 1971)

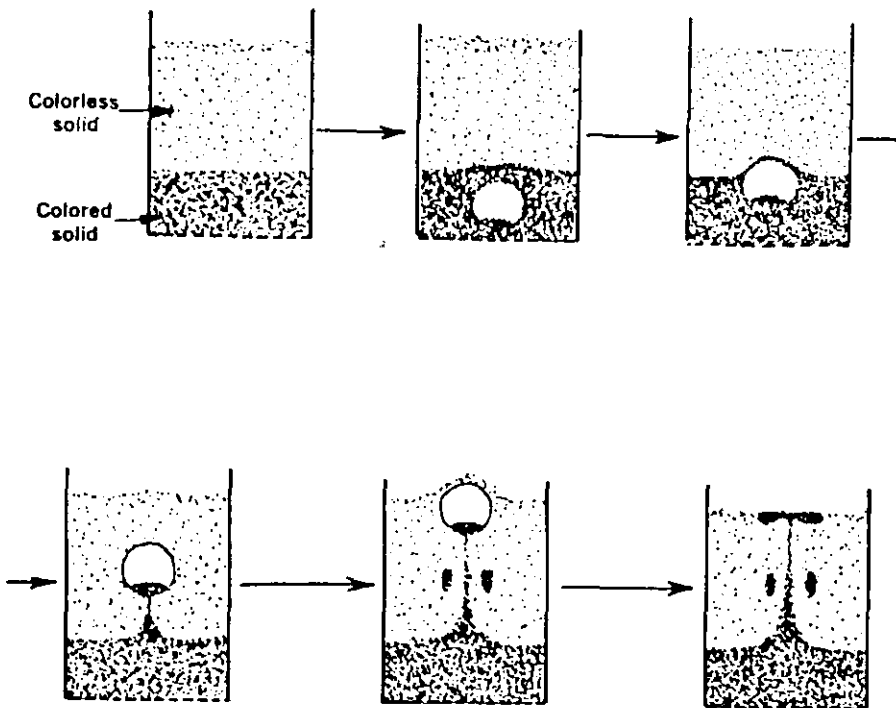


Fig. 2.1.3. Arrastre de sólidos de una burbuja. Observación experimental.
(Kunii y Levenspiel, 1991)

La estructura de una burbuja de gas dentro de un lecho fluidizado presenta zonas diferenciadas, responsables de las peculiaridades en el flujo de gas y en el arrastre de sólidos. Estas zonas pueden resumirse en: emulsión, nube, estela y seno de gas de la burbuja.

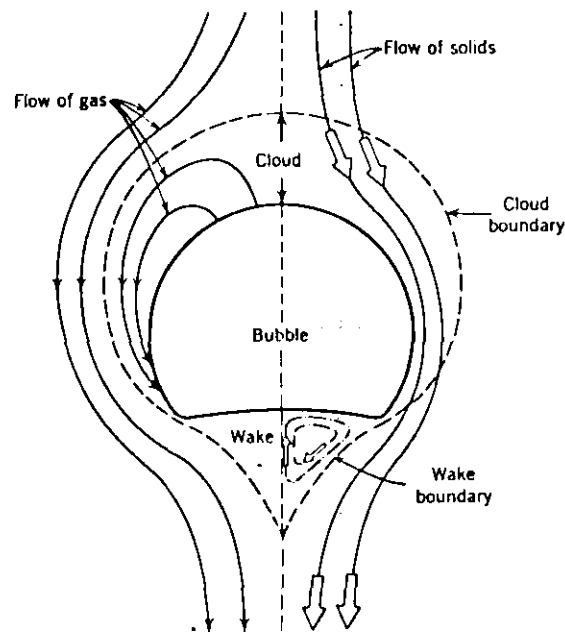


Fig. 2.1.4. Modelo de burbuja, con detalle del flujo de sólido y gas (Kunii y Levenspiel, 1969)

A diferencia de los líquidos transparentes, la observación de las burbujas en un lecho fluidizado es difícil. La opacidad del medio impone el uso de técnicas especiales tales como :

- empleo de lechos bidimensionales estrechos de pared transparente para observación directa.
- medidas de conductividad eléctrica, uso de rayos x, gases trazadores y registro de fluctuaciones de presión en dispositivos reales.

FORMACIÓN DE BURBUJAS

Las características espaciales de las burbujas formadas en el distribuidor de un lecho fluidizado dependen del tipo de dispositivo empleado para la inyección del gas, del tipo de sólido y de la velocidad del gas.

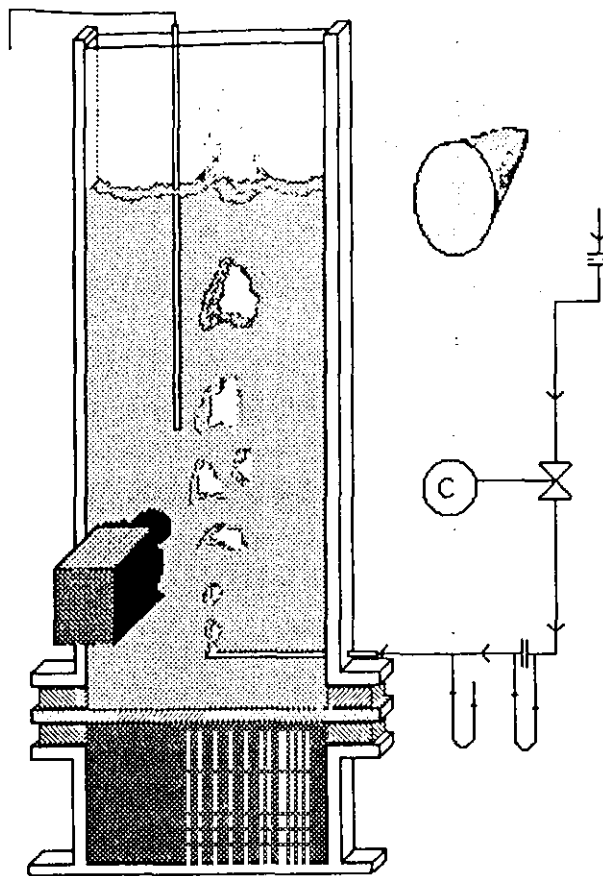


Fig. 2.1.5. Lecho bidimensional provisto de sonda de presión y dispositivo de grabación de imagen.

En la fig. 2.1.6. se muestran las burbujas formadas en cuatro tipos de dispositivos : Plato poroso, plato perforado, boquilla (nozzle tuyere) y boquilla cubierta (cap tuyere). Normalmente se excluye el plato poroso en las aplicaciones industriales, más empleado en laboratorio.

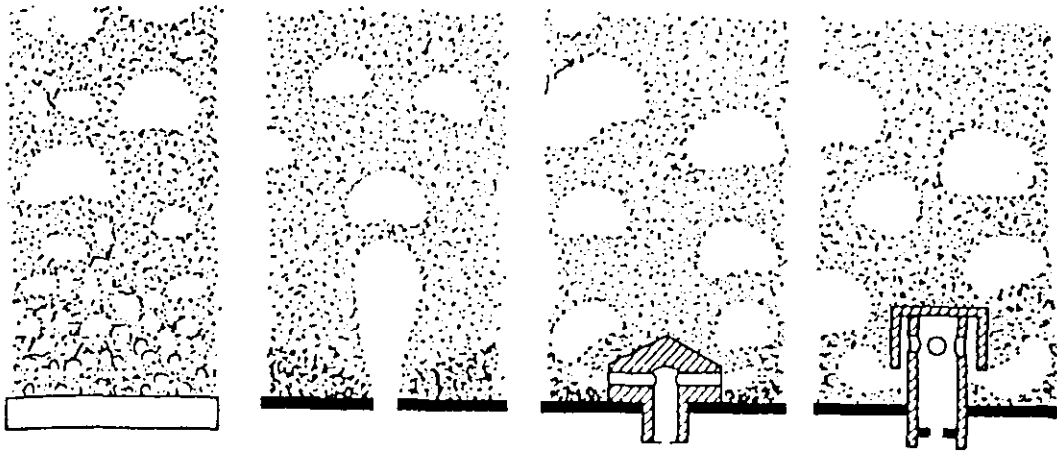


Fig. 2.1.6. Aspecto de las burbujas recién desprendidas, para diferentes tipos de dispositivos de inyección. (Kunii y Levenspiel, 1991)

La velocidad del gas en la inyección, directamente relacionada con el caudal (Q), tiene particular importancia en la forma local con que las burbujas se desprenden del dispositivo de inyección. También afecta a la altura de la zona de "desprendimiento" de burbujas. En la figura 2.1.7. se puede observar esta diferencia para dos velocidades bien distintas.

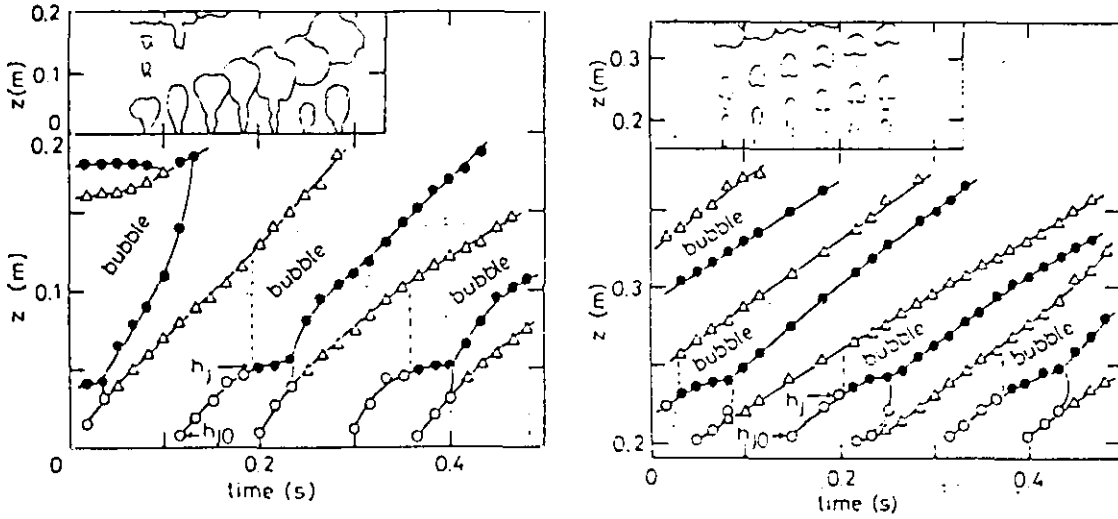


Fig. 2.1.7. Aspecto de las burbujas en formación y recién desprendidas, para dos velocidades distintas de gas. (Tsukada y Horio, 1990)

los tamaños de la altura del "cuello" de la burbuja, del diámetro inicial y la frecuencia de desprendimiento pueden calcularse mediante las siguientes ecuaciones

altura de la base de la burbuja, h_j (en m)

(Chiba, Terashima y Kobayashi, 1972)

$$h_j(t) = (6/7) K_b g^{1/2} (6G/\pi)^{1/6} t^{7/6} + 1/2(6G/\pi)^{1/3} t^{1/3}$$

(ec. 2.1.1.)

(Basov, 1969),(Tsukada, Horio 1990)

$$h_j = (1.26 d_p Q^{0.35}) / (7 \cdot 10^{-6} + 0.566 d_p)$$

(ec. 2.1.2.)

diámetro inicial de burbuja, D_{bo} (cm)
(Tsukada y Horio 1990)

$$D_{bo} = (1 + f_w)^{2/15} (6/\pi)^{0.4} k_b^{-0.4} g^{-0.2} Q^{0.4} \quad (\text{ec. 2.1.3.})$$

$$f_w = 0.29$$

$$k_b = 0.5$$

el volumen inicial de burbuja difiere del que simplemente se obtendría dividiendo el caudal entre la frecuencia de formación o del obtenido multiplicando el intervalo de inyección del gas por el caudal, debido a que parte del gas inyectado pasa a formar burbujas, otra parte de este gas pasa directamente al seno de la emulsión manteniendo ésta en estado de mínima fluidización. (Hsiung, Grace, 1978)

frecuencia de formación de burbuja, $1/t_b$ (sg^{-1}) (Tsukada y Horio 1990)

$$t_b = (1 + f_w)^{0.4} (6/\pi)^{0.2} k_b^{-1.2} g^{-0.6} Q^{0.2} \quad (\text{ec. 2.1.4.})$$

$$f_w = 0.29$$

$$k_b = 0.5$$

La formación espontánea de burbujas está sujeta a una variedad de condicionantes que hacen difícil su predicción en general:

-Para orificios de baja pérdida de presión, la frecuencia de formación depende del volumen de la cámara previa al distribuidor, donde se establece un balance de energía entre la presión del lecho y la presión debida a la compresibilidad del gas en dicho volumen. De esta última forma se han ideado modelos como el de Borodulya et al. (1985).

-En orificios de baja pérdida de presión, al aumentar el caudal de gas la frecuencia de formación de burbujas se estabiliza en un valor aproximado a 20Hz. (Hsiung y Grace, 1978)

-Para orificios pequeños de elevada pérdida de presión, al aumentar el caudal de gas fluidizante se observa una sucesión de espectros de frecuencia bimodales, trimodales y multimodales que indican coalescencia anterior al desprendimiento de burbuja y complejos fenómenos inmediatamente posteriores a éste. (Hsiung y Grace, 1978)

VELOCIDAD ASCENSIONAL DE BURBUJA

La velocidad de ascenso de una burbuja aislada, en ausencia de fenómenos de partición, puede calcularse en valor absoluto o en relativo sobre la velocidad de ascenso del gas fluidizante en el seno de la emulsión.

Velocidad relativa (Geldart, 1986)(Davidson y Harrison, 1971)

$$u_{br} = K (g d_b)^{1/2} \quad (\text{ec. 2.1.5.})$$

el valor de K varía dependiendo de las condiciones

$K = 0,71$ para burbuja aislada

$K = 0,5-0,66$ para sólido del tipo A y B

$K = 0,71$ para sólido tipo D

(Geldart, 1986)

$$K = 1,34 \epsilon_{mf} + 0,31 \text{ (error } \pm 5\%)$$

(Davidson y Harrison, 1971)

$K = 0,35$ para grandes burbujas(slugs)

(Hovmand y Davidson, 1971)

velocidad real (para un observador exterior al lecho)

$$u_a = (u_o - u_{mf}) + u_{br} \quad (\text{Kunii y Levenspiel, 1991})$$

(ec. 2.1.6.)

En estas ecuaciones no se ha tenido en cuenta la influencia de las burbujas cercanas a la burbuja cuyo ascenso se considera, en especial las anteriores y posteriores. La distancia a estas burbujas es importante: una distancia inferior a 2 o 3 veces r_b parece influir en una posible coalescencia (varios autores), pero no está igualmente comprobada la influencia en la velocidad de ascenso sin llegar a la coalescencia, en especial para burbujas situadas en la misma vertical. Sobre este último punto existen escasas ecuaciones publicadas que modifiquen la velocidad ascensional sin llegar a la coalescencia. Entre los modelos propuestos en esta Tesis Doctoral se encuentran algunos sobre este aspecto que tienen en cuenta no sólo la proximidad vertical de otras burbujas sino el tamaño de éstas.

COALESCENCIA DE BURBUJAS

Durante el trayecto de ascenso, las burbujas pueden unirse por alcance o por proximidad. La unión por alcance se debe al efecto de succión que ejerce la depresión existente en la estela de las burbujas. El mecanismo preciso de la coalescencia por proximidad no se conoce bien, es probable que se deba a razones mecánicas de resistencia de presiones por parte de delgadas láminas de emulsión intermedias entre burbujas. El número (N) de burbujas que habiendo pasado por un nivel 1 han experimentado coalescencia al llegar a un nivel 2 se puede evaluar indirectamente mediante

$$N = (f_1 d_{b2}^2) / (f_2 d_{b1}^2)$$

(Kunii y Levenspiel, 1991)

(ec. 2.1.7.)

f_n = frecuencia de burbujas en el nivel n

esta expresión varía para diferentes dispositivos de inyección.

PARTICIÓN DE BURBUJAS

Otro fenómeno que altera la frecuencia de inyección de burbuja, bien forzada o bien espontánea, es el de la partición de burbuja. Experimentalmente se observa especialmente en casos de burbujas voluminosas, pero no únicamente en ellas. El análisis clásico y la modelización posterior de este fenómeno suponen que la

partición tiene lugar cuando la burbuja alcanza un volumen crítico que puede calcularse, según Geldart (1986), mediante

$$\text{Diámetro Crítico} = D_c = 2 V_c^2 / g$$

(ec. 2.1.8.)

la partición de burbuja no es simétrica y se supone que es dos o tres veces más frecuente que la observada (Davidson 1971).

Otra posibilidad que conviene tener en cuenta para la predicción de la partición de burbuja es el enfoque mecánico-estructural en el que se evalúa la resistencia mecánica de la cúpula de la burbuja frente a la presión. Esta presión no debe considerarse semejante a la calculada en el seno de un fluido (en este caso el "fluido" se trataría de la emulsión), equivalente a densidad * gravedad * profundidad, por dos razones:

-Según estudios realizados sobre el comportamiento físico de un medio granular, cualquier esfuerzo ejercido en algún lugar de un sólido finamente dividido se reparte por éste de una forma no isotrópica a través de una serie de direcciones privilegiadas. Estas direcciones forman entre sí una estructura rómbica (Fig. 2.1.8.). La existencia de estas direcciones justifica el hecho de que la presión experimentada por cualquier partícula o superficie en el seno de un lecho fluidizado, no tiene por qué ser igual ni a la presión "hidrostática" equivalente, ni tampoco igual en puntos a igual profundidad o altura de lecho. (Jaeger y Nagel, 1992).

-Las observaciones gráficas realizadas en el transcurso de los trabajos de esta Tesis, evidencian la influencia que sobre el tamaño de las burbujas tienen las precedentes.

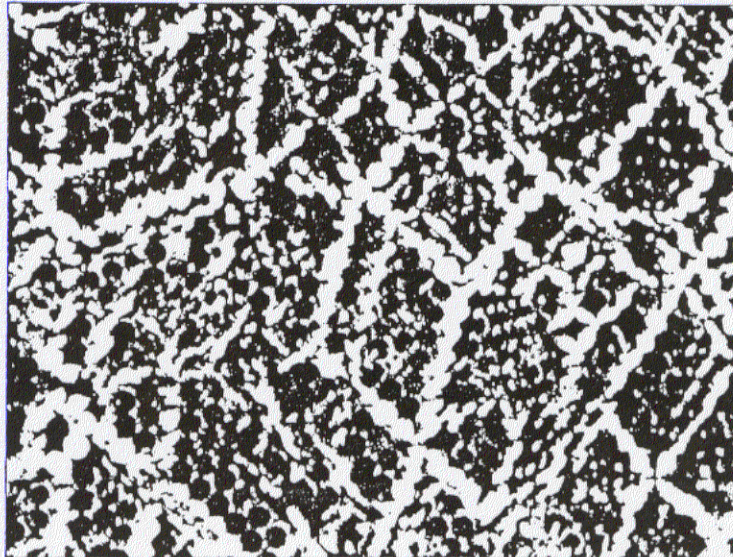


Fig. 2.1.8. Red de tensiones (líneas claras) observada en un apilamiento bidimensional de cilindros de plexiglás al ejercer sobre ellos una fuerza perpendicular a sus ejes. (Jaeger y Nagel, 1992)

FRECUENCIA DE PASO DE BURBUJA

Varios autores han propuesto expresiones para el cálculo del valor medio del número de burbujas por orificio. Si se pretende conocer la frecuencia de formación en el distribuidor podemos emplear la propuesta por (Kunii y Levenspiel, 1969)

para bajos caudales

$$N = 54,8 / Q^{1/5}$$

(ec. 2.1.9.)

para altos caudales, N se estabiliza en 18-21 burb./seg.

Si lo que se pretende es conocer la frecuencia de paso de burbujas a una cierta altura H entonces se puede usar la expresión

$$N = (1,5/d_b)(u_o - u_{mf}) \quad (\text{ec. 2.1.10.})$$

VOLUMEN DE BURBUJA

El diámetro de burbuja a una distancia al distribuidor (H_d) puede conocerse mediante la correlación de Terashima y Kobayashi

$$d_b = 1,4 (\rho_s) d_p (u_o/u_{mf}) H_d + d_o \quad (\text{ec. 2.1.11.})$$

donde d_o es el tamaño de las burbujas en el distribuidor, que puede ser calculado mediante

$$d_o = (6 Q/k \pi)^{2/5} g^{-1/5} \quad (\text{ec. 2.1.12.})$$

Si lo que se pretende conocer es un tamaño medio de burbuja entonces puede calcularse el diámetro medio por:

$$D_c = g^{-1} ((H_{mf}/(H-H_{mf}))(u-u_{mf})/0,711)^2 \quad (\text{ec. 2.1.13.})$$

donde H es la altura del lecho en un momento y H_{mf} la altura del lecho en estado de mínima fluidización.

OTRAS CARACTERÍSTICAS DE LAS BURBUJAS

Un momento interesante de la evolución de la fluidización es el del comienzo del fenómeno denominado "slugging". Davidson y Harrison (1971), proponen un criterio de localización de la velocidad de comienzo, que es

$$(u - u_{mf})/(0,35 (g D)^{1/2}) = 0,2 \quad (\text{ec. 2.1.14.})$$

2.1.1.5.-Patrones espaciales de flujo en lecho fluidizado

El fenómeno del burbujeo en lechos fluidizados gas-sólido, en apariencia desordenado y complejo, presenta algunos patrones de orden. Este orden se aprecia claramente en:

- Líneas de flujo de corriente de burbujas
- Zonas de erupción de burbujas en superficie
- Distribución del tamaño de burbuja en la emulsión

la importancia de este orden reside en el hecho de que, como ya se mencionó en la introducción, se genera de forma espontánea en el seno de un fenómeno físico de elevadísimo número de grados de libertad, como resulta ser un sólido granular agitado. Esto indica que dentro del lecho tiene lugar un fenómeno de los llamados de autoorganización. Los únicos dispositivos artificiales que , manejando un elevado número de elementos comunicados entre sí mediante mecanismos simples y reglas simples, son capaces de exhibir comportamientos bien muy complejos o muy ordenados son los denominados *automatas celulares*, de los que se trata en otro apartado de esta introducción.

Las líneas de corriente de burbujas dependen del estado de fluidización, del tipo de sólido , de la existencia o no de elementos internos y de las proporciones geométricas del lecho. Algunos ejemplos publicados en la bibliografía se exponen en la figura 2.1.9..

Las zonas de erupción en la superficie libre varían para un mismo lecho según la velocidad del gas y también con la altura dentro de la emulsión. Están íntimamente relacionadas con las líneas de flujo.(Fig. 2.1.10.)

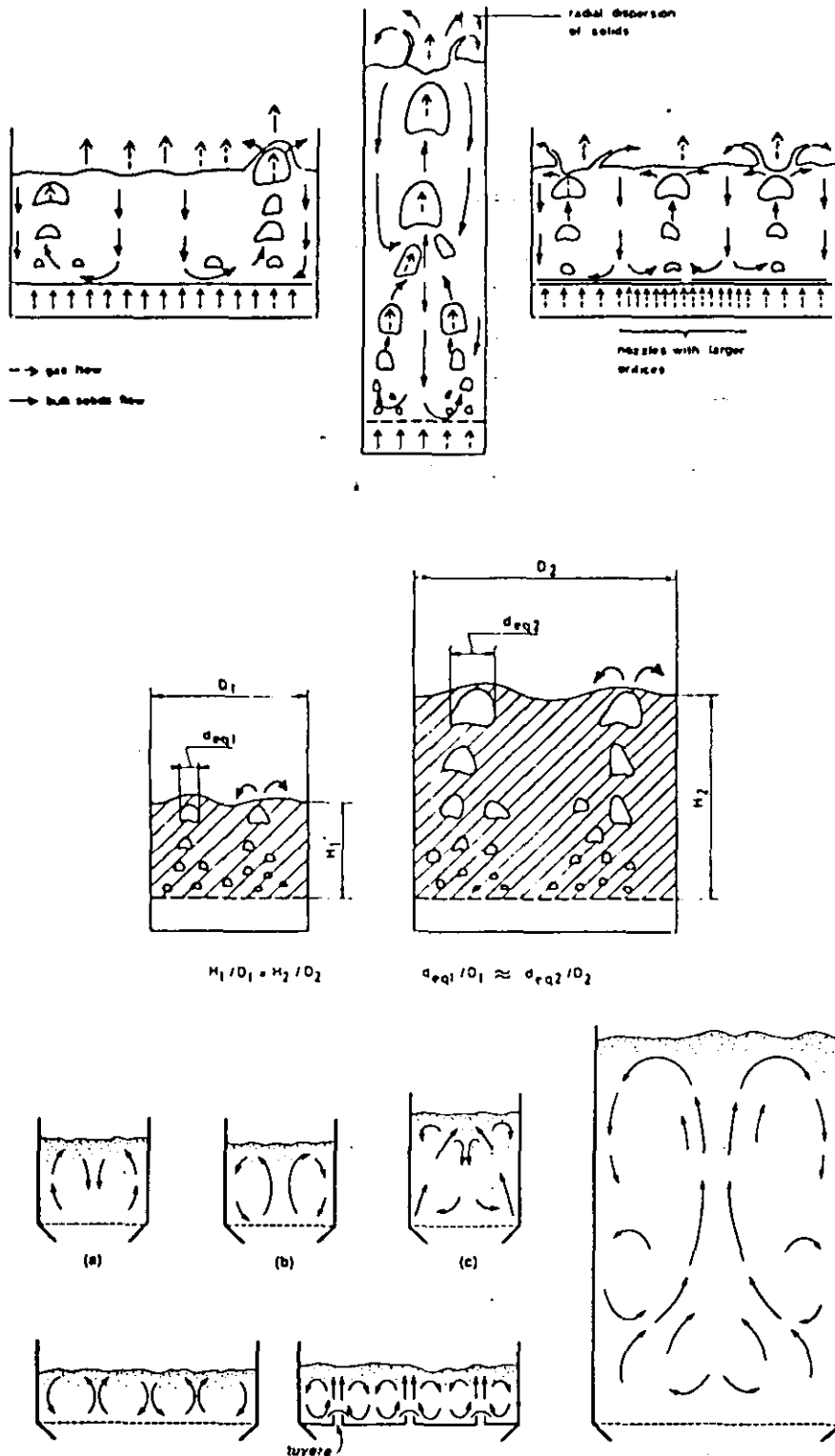


Fig. 2.1.9. Diversos patrones de flujo dependiendo de la geometría del lecho. (Geldart, 1986 ; Kunii y Levenspiel, 1991)

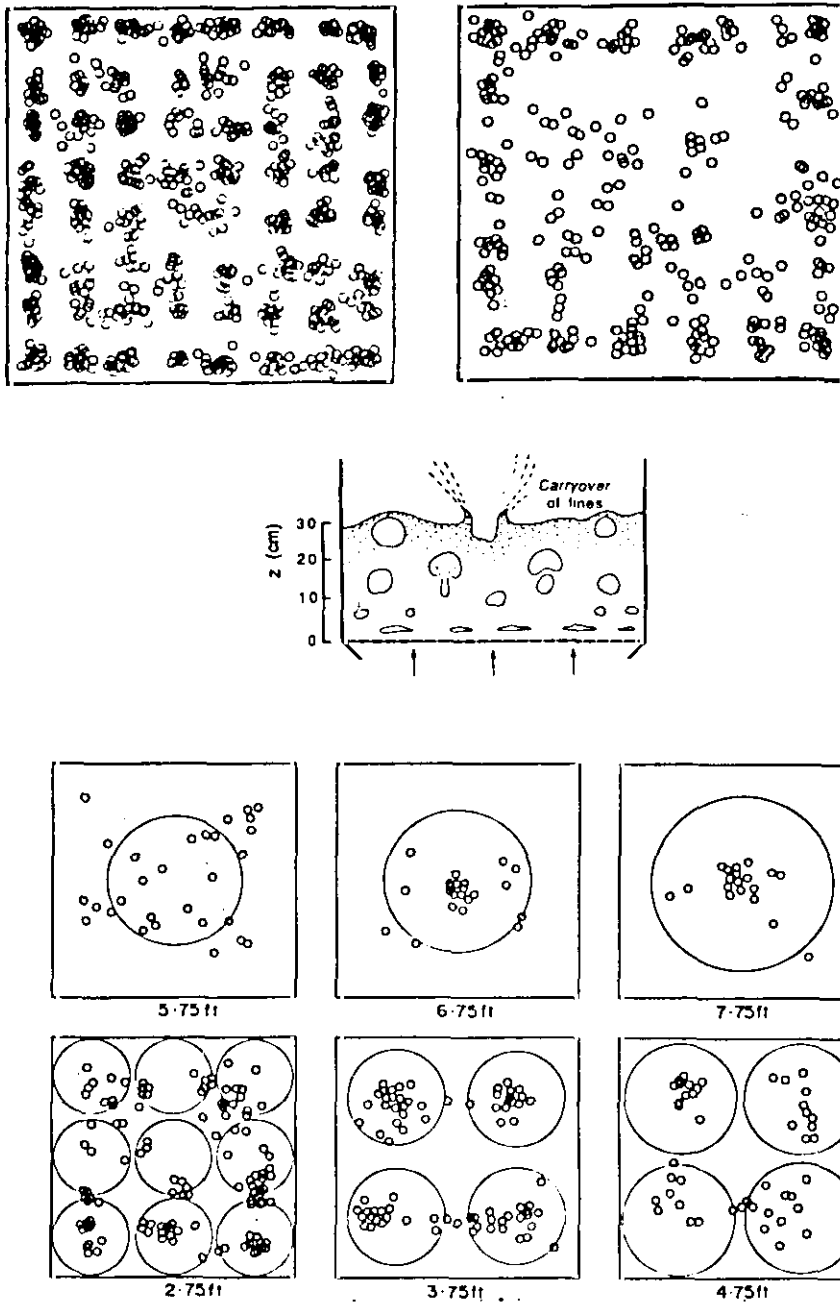


Fig. 2.1.10. Patrones de erupción en superficie libre, para diferentes velocidades y diferentes profundidades de lecho. (Davidson y Harrison, 1971)

La distribución de tamaños de burbuja dentro de la emulsión presenta un aparente orden de tamaños que recuerda mucho la distribución de tamaños de poros en ciertos catalizadores o el aspecto de ciertos objetos fractales como el Triángulo de Pascal (fig. 2.1.11).

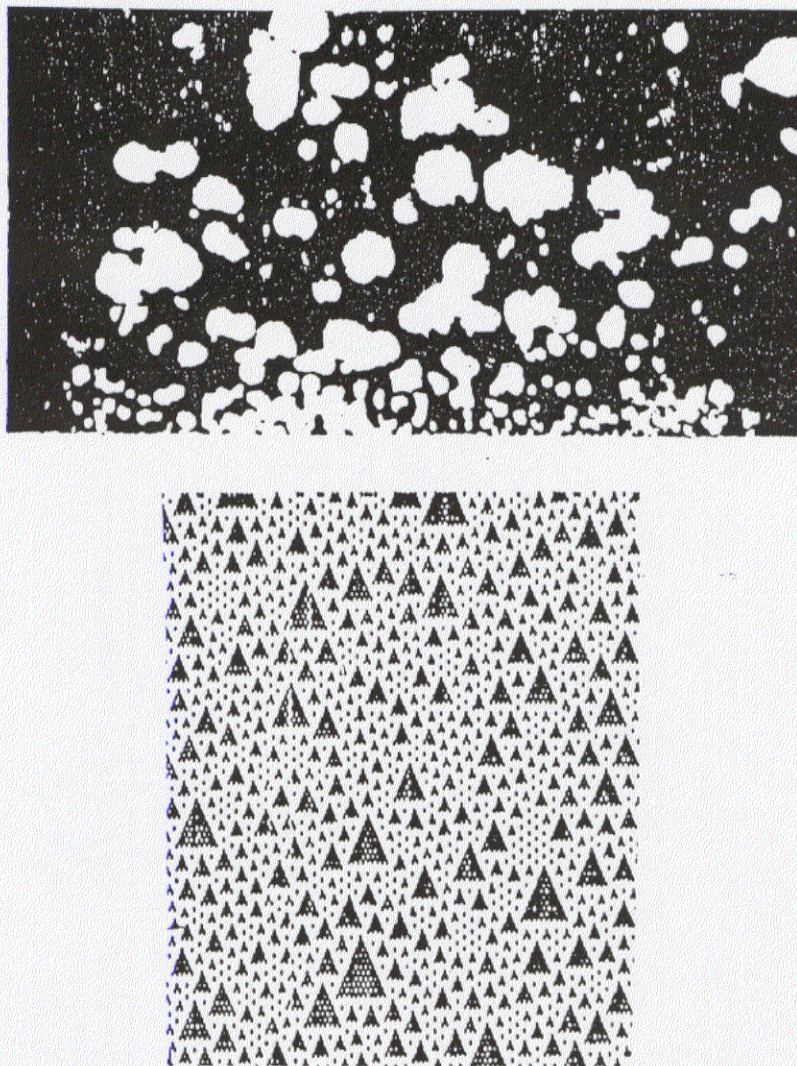


Fig. 2.1.11. Imagen real de lecho fluidizado (Davidson y Harrison, 1971) y aspecto de un autómata celular basado en el triángulo de Pascal (autor).

2.1.1.6.-Modelos de simulación por ordenador de lecho fluidizado

Para la predicción de cualquier variable de un lecho fluidizado o para la comprensión de su dinámica, uno de los posibles métodos es la simulación en un ordenador digital. Existen cinco grandes tendencias en el enfoque de la simulación, que podríamos denominar:

Mecanicista, Clásica, Global, Entrópica y Por similitud

-Mecanicista, que pretende simular con detalle el comportamiento del máximo número de partículas, recreando un lecho virtual. Este es el tipo de modelos más usados en fluidodinámica desde que se puede disponer de ordenadores de alta capacidad de procesamiento. En el estudio de los lechos fluidizados se suele usar para el conocimiento de fenómenos muy localizados en tiempo y extensión, como por ejemplo la transmisión de calor o la geometría de la interfase entre dos líquidos inmiscibles. (Boon y col., 1993)

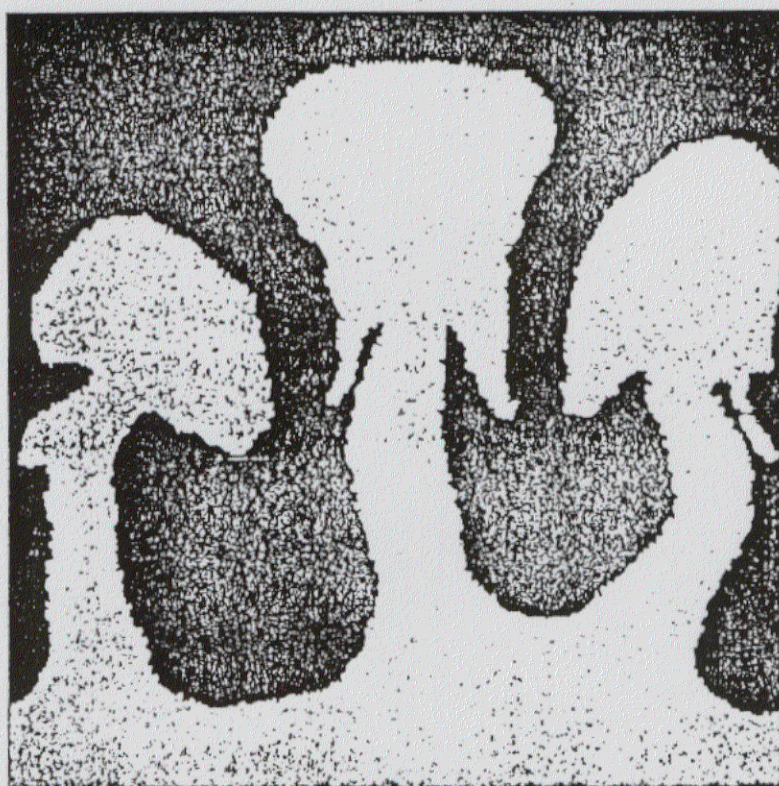


Fig. 2.1.12. Resultado de la simulación por ordenador de la fluidodinámica de interfase entre líquidos inmiscibles (Boon, Frisch, 1990)

-Clásica, que combina las ecuaciones ya deducidas por diferentes autores para calcular en paralelo, según ellas, los valores de todas las variables que interese conocer. Lo innovador en estos modelos puede residir en cómo se combinen los datos procedentes de las ecuaciones o en el uso de mejores ecuaciones que otros autores van proponiendo. Un modelo así, utilizado para predecir las características de las burbujas, es el de Manno y Ruocco (1989). (Fig. 2.1.13)

-Global, cuando para el cálculo de alguna variable en concreto se toma al lecho como un todo homogéneo y sin dinámica interna.

A este tipo pertenecen los modelos que predicen las fluctuaciones de presión en lechos fluidizados desarrollados por Borodulya et al.(1985) y Verloop y Heertjes (1974)

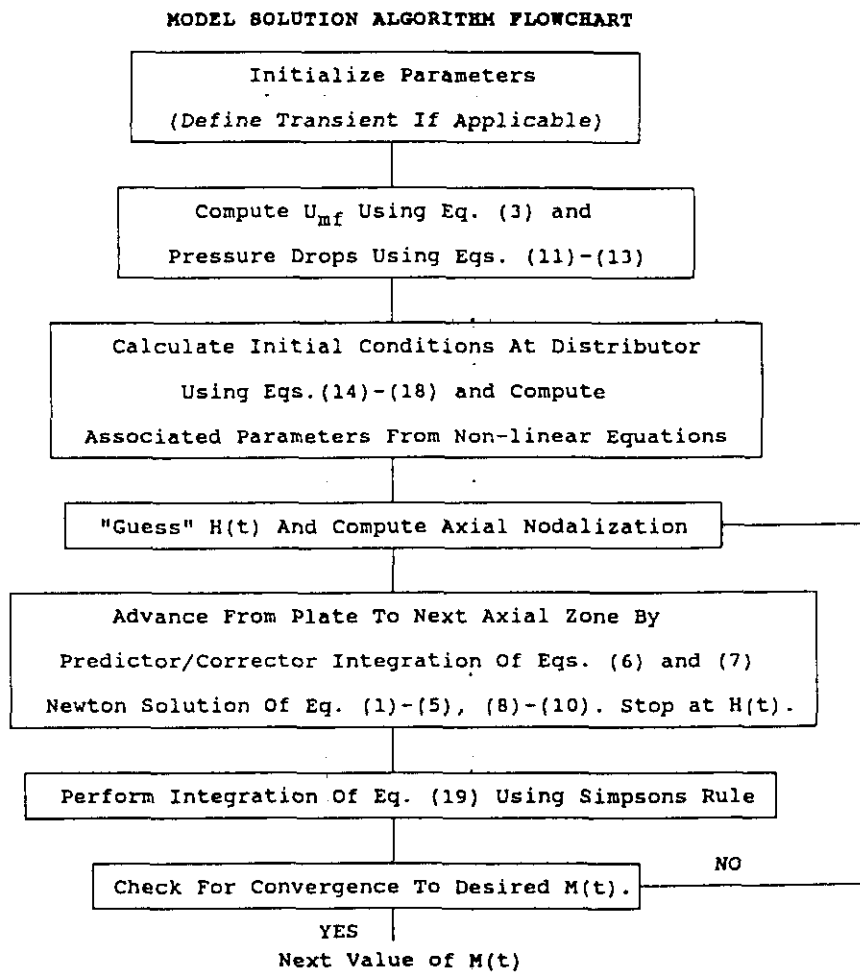


Fig. 2.1.13. Diagrama de flujo de un algoritmo utilizado para la simulación de un lecho fluidizado (Manno y Ruocco, 1989)

-Entrópica, cuando para modelizar el lecho se subdivide éste en celdas comunicadas energéticamente y la solución del sistema se obtiene mediante un

balance de energía mecánica extendido a todo el lecho. Solo hay un estudio de este tipo realizado por A.Chebouni et al. (1986).

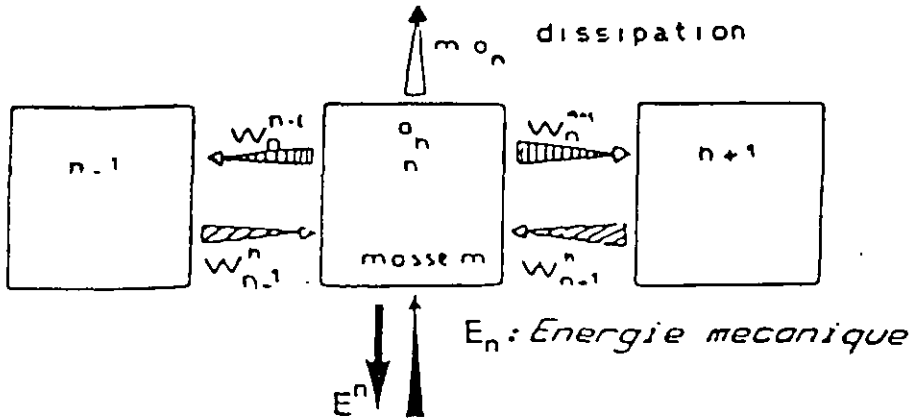


Fig. 2.1.14. Balance de energía mecánica para una celda de emulsión (Chebounni et al., 1986)

-Por similitud, que aprovecha las semejanzas entre el fenómeno estudiado y otro ajeno a su naturaleza pero de dinámica similar. En esta línea se desarrollan los modelos basados en autómatas celulares ampliamente usados para simular comportamientos de materiales granulares. (Held et al. 1990) (Wolfram, 1985) (Bak y Chen, 1992) (Hayes, 1984)

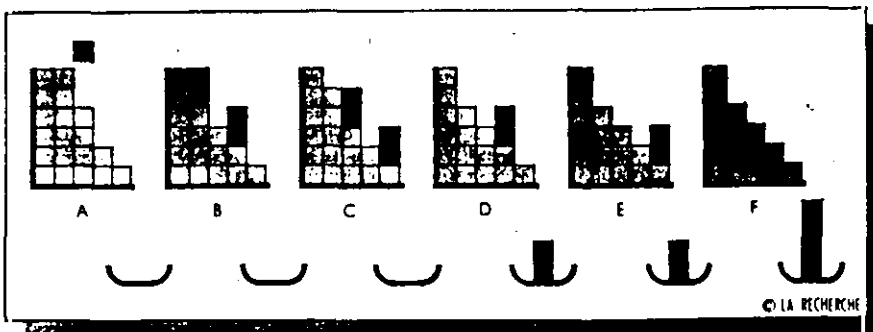


Fig. 2.1.15. Modelo simple de autómata celular para la simulación de avalanchas (Jaeger y Nagel, 1992)

Cualquier modelo puede ser evaluado comparando sus predicciones bien con resultados reales obtenidos en idénticas condiciones, bien con resultados reales publicados en varios trabajos. La validez de la simulación es igual a la concordancia de los datos. En este sentido no se observa mayor eficacia general en alguno de estos planteamientos frente a los restantes.

2.1.2.-OSCILACIONES DE PRESIÓN EN UN LECHO FLUIDIZADO

Si se introduce una sonda de presión en un lecho fluidizado, se observa cómo el valor de la presión no es constante, sino que fluctúa en torno a un valor medio. La causa principal de las oscilaciones de presión (o.p.) en un lecho fluidizado es la existencia de inhomogeneidades en el seno del lecho: burbujas y "slugs". La fluidodinámica, la capacidad de transmisión de calor y el grado de mezcla de un lecho fluidizado están directamente relacionados con las características de las burbujas: velocidad, tamaño, frecuencia, grado de ruptura y coalescencia. Por ello las oscilaciones de presión, directamente relacionadas con la existencia de burbujas y "slugs", nos proporcionan una forma de medir el comportamiento y muchas características de un lecho fluidizado.

El interés por el análisis de las fluctuaciones de presión presentes en cualquier fenómeno de fluidización comienza formalmente en la década de los 50. Las técnicas visuales de análisis eran el único recurso para el registro de las o.p. antes de la introducción de la tecnología digital. Morse y Ballou (1951), Dotson (1959) y Shuster (1952), fueron pioneros en el estudio de estas señales, buscando patrones visuales de similitud entre registros en papel de señales de o.p..

Tamarin (1964) caracterizó las burbujas mediante un número de Froude modificado. Tamarin y Hiby (1967) sugirieron que las causas de las fluctuaciones de presión eran el paso de burbujas y los cambios en la altura del lecho debidos a la creación de inhomogeneidades. Fiocco (1964) y Sutherland (1964) utilizan las oscilaciones de presión como índice para cualificar la fluidización.

Avery y Tracey (1968) resaltaron la importancia del estudio de las o.p. en grandes lechos como factor de ayuda al diseño. La idea de que las fluctuaciones podían aportar una información decisiva del proceso de fluidización fue la conclusión de los trabajos de Kang et al.(1967), Winter et al. (1968) que relacionan las

fluctuaciones de presión con las de densidad del lecho, Lirage y Littman (1971) que utilizan una sonda doble y Broadhurst y Becker (1975). Precisamente estos últimos, tras emplear el espectro de Fourier y un análisis estadístico de los registros de presión, proponen unos grupos adimensionales para la correlación de las frecuencias, amplitudes y ancho de banda de los picos; análisis solamente válido para el rango de condiciones experimentales.

Baeyens y Geldart (1974) estudian el fenómeno del *slugging* con método visual investigando la relación entre la frecuencia de las fluctuaciones de presión y la transición a *slugging*.

Verloop (1974) estudia la relación entre frecuencia de las oscilaciones periódicas, caudal de aire y altura del lecho, y propone una similitud entre estas oscilaciones y las resultantes de un resorte.

Sadasivan et al. (1980) propusieron una correlación para la frecuencia característica del espectro y la magnitud de la máxima oscilación de presión para sólidos de tipo B de Geldart. Propusieron un índice para caracterización del tipo de burbuja basado en la diferencia entre los valores máximo y mínimo del registro de fluctuaciones, aunque este índice quedaba seriamente alterado por las turbulencias locales.

Fan et al. (1981) llevaron a cabo una serie de estudios sistemáticos de las o.p. en lechos fluidizados en condiciones atmosféricas, destacando la riqueza de información que este dato aporta sobre la calidad de la fluidización y su uso en una rápida diagnosis, "a pie de lecho". También evidenciaron la compleja relación entre las o.p. y factores como: la geometría del lecho, propiedades de las partículas, condiciones de flujo y localización de las sondas en el lecho. Realizan un estudio estadístico sistemático con análisis de la probabilidad, de autocorrelación y de transformada de Fourier.

Noordergraf et al. (1981) estudian las fluctuaciones de presión en sistemas de partículas de tipo D y B de Geldart fluidizados en régimen de "slugging", llegando a la conclusión de la importancia, en este régimen, de las avalanchas de partículas procedentes de la eclosión de los slugs y la consiguiente variación de la altura total del lecho.

Fan et al. (1983) innovan el registro de oscilaciones de presión, aportando la técnica adecuada para su análisis en tiempo real.

El primer análisis que tiene en cuenta la evolución de la señal de presión en el tiempo fue el desarrollado por Drahos et al. (1987) que aplicaron un análisis de autorregresión para la distinción entre los diferentes regímenes de fluidización, encontrando satisfactorio un modelo de 2º orden para el régimen de slugging y ordenes superiores para regímenes de burbujeo.

Daw et al.(1990) son los primeros en aplicar un análisis caótico determinista a la señal de oscilaciones de presión , reconociendo en ella las huellas del caos. Stappen,Schouten y Van den Bleek (1991) obtienen resultados similares a los de Daw y col. confirmando la naturaleza fluidodinámica del fenómeno de la fluidización.

Stappen et al.(1993) orientan su investigación hacia el reconocimiento de los diferentes regímenes de flujo mediante la evaluación de una serie de coeficientes propios de un análisis caótico determinista, tales como la Entropía de Kolmogorov y la Dimensión de correlación.

En 1992 Tam y Devine investigan la existencia de un atractor extraño en la dinámica de un lecho fluidizado, con resultado positivo, pero su análisis es incompleto y su linea de investigación no posee continuidad, al menos bibliográficamente.

Daw et al.(1992) reconocen el origen de la naturaleza caótica de la señal en ciertas interacciones no lineales presentes en la coalescencia y velocidad de las burbujas, al comparar los resultados de un modelo clásico mecanicista modificado de burbuja con los experimentales. Posteriormente, los trabajos de Daw y Halow se han orientado por el reconocimiento de pautas gráficas, en los atractores de las señales de presión, específicas de cada régimen de fluidización (Daw y Halow 1994).

Tanto los trabajos de Daw como el de Stappen recogen la señal de presión de un lecho fluidizado libre y plenamente, con todo el distribuidor, siendo la investigación que se desarrolla en esta Tesis Doctoral la primera que tiene en cuenta

la inyección de gas por un solo orificio y también con inyección controlada en tiempo y en intervalo de burbujas.

2.1.2.1.-Modelos de origen de las oscilaciones de presión

Todos los estudios y modelos propuestos para localizar un origen de las oscilaciones de presión pueden clasificarse en cinco apartados, según se atribuya el origen a un mecanismo u otro, (Roy et al., 1990). Los cinco orígenes propuestos son:

Oscilaciones autoexcitadas (Tamarin y Hiby, 1967)(Verloop, 1974)

Cámara previa al distribuidor (Wong et al., 1971)

Oscilaciones de la altura del lecho (Baskakov et al., 1986)(Sun et al., 1988)

Paso de burbujas (Fan et al., 1981)(Lirage et al., 1971)

Paso de slugs (Kehoe et al., 1978)(Baeyens et al., 1974)

2.1.2.2.-Señal de presión al paso de una burbuja

El típico registro de presión de una burbuja aislada por un sensor de presión es el que se muestra en la figura 2.1.16.

Se advierte un frente de sobrepresión, que alcanza el máximo en la primera porción de burbuja y que disminuye hasta alcanzar un mínimo en la estela. Sin embargo esta no es la realidad. Cuatro son las señales que capta una sonda de presión:

- a) paso de burbuja o slug
- b) inyección de gas en el distribuidor
- c) erupciones de burbujas o slugs en superficie libre
- d) turbulencias microscópicas alrededor de la sonda.

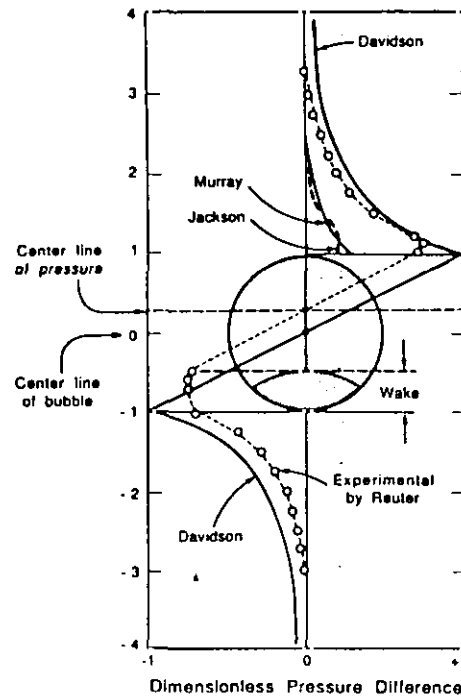


Fig. 2.1.16. Distribución de presiones alrededor de un burbuja ascendente (Kunii y Levenspiel, 1991)

a) El paso de burbuja es el principal componente de la señal captada, en relación directa al tamaño; en el caso de grandes burbujas, el resto de señales queda solapado. La colocación horizontal de la sonda de presión no altera el registro ya que la onda de presión se propaga isotrópicamente en horizontal (Fan et al. 1990).

b) Las burbujas que se están inyectando bien en el distribuidor, bien en un orificio, generan una débil señal de ruido, simultánea a la inyección, captada también por los sensores como tal señal parásita. Se aprecian en la figura 2.1.17, en la rampa inicial sinuosa de la señal. La rampa se debe al frente de presión de la burbuja y las oscilaciones, al ruido.

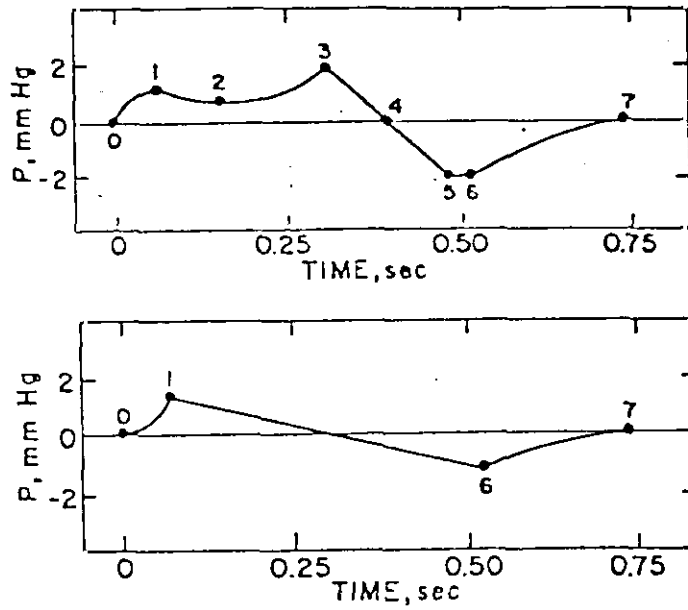


Fig. 2.1.17. Típica señal producida por la inyección y el posterior paso de una burbuja, en un lecho poco profundo, por dos sondas simultaneas, una en posición inferior al punto de inyección (abajo) y otra por encima (arriba). Los puntos numerados se corresponden con:
 0 - inyección .1 - fin de la inyección de aire. 3 - la cúpula de la burbuja alcanza la sonda superior. 4 - centro de presiones de la burbuja alcanza la sonda. 5 - la estela de la burbuja alcanza la sonda. 6 - la burbuja alcanza la superficie del lecho. 7 - la burbuja emerge completamente del lecho (Littman y Homolka)

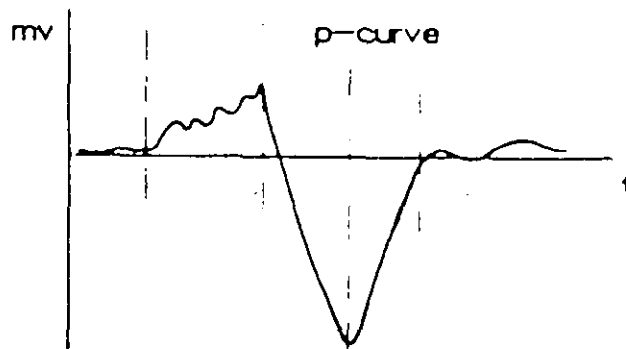


Fig. 2.1.18. Señales de presión reales, captadas simultáneamente en diversas posiciones del lecho (Fan y Chen, 1990)

c) La erupción de las burbujas en la superficie del lecho genera una señal de importancia proporcional al tamaño de la burbuja (máximo para slugs), que también se registra simultáneamente como ruido en los sensores. Su importancia como componente de la señal registrada también depende de la altura de la sonda en el lecho; si la sonda se encuentra cerca de la superficie, las erupciones son parte principal de la señal.

d) Por último, las turbulencias microscópicas debidas al movimiento local de partículas de sólido producen también una contaminación de baja intensidad, que hace menos nítida la señal principal.

Si se desea analizar la señal principal de oscilación de presión, puede someterse la señal completa a un filtrado que elimine los componentes no deseados, sin embargo no se debe menospreciar la información contenida en este "ruido" ya que, como se demuestra en el presente trabajo, apartado 7.1.5, ayuda a caracterizar la naturaleza del fenómeno de la fluidización.

El análisis numérico detallado de las series temporales que se obtienen al medir las oscilaciones de presión en lechos fluidizados puede realizarse siguiendo diversos métodos estadísticos y caóticos deterministas, que se describen más adelante en el apartado 2.3 de esta memoria.

2.2.-CAOS DETERMINISTA

2.2.1.-FUNDAMENTOS DEL CAOS DETERMINISTA

Tras el avance que supuso la síntesis newtoniana, hubo instantes en los que parecía que el programa de la ciencia clásica, al basarse en leyes deterministas y reversibles, se encontraba muy próximo a completarse. Sin embargo, lejos de ser una rara excepción, los fenómenos estocásticos e irreversibles son más frecuentes de lo que cabe suponer en una desviación de una pauta pretendidamente universal. La única explicación, hasta el momento, para la incomprensión de estos fenómenos dentro del marco clásico determinista era su calificación como "complejos".

Los avances en el estudio de las partículas elementales y sus interacciones, los mecanismos biológicos, el comportamiento autoorganizado de sistemas de elevado número de elementos y otros temas de interés en los últimos años, han demostrado que la frontera entre los sistemas "simples deterministas" y los "complejos aleatorios" está mucho menos definida. Parte de esa "complejidad" puede originarse en un sistema de escaso número de grados de libertad pero con una interdependencia acusada entre sus elementos.

Dos disciplinas recientemente desarrolladas que han modificado la visión de lo complejo son: La Física de los estados del no equilibrio, con el descubrimiento de nuevas propiedades en la materia muy alejada de las condiciones de equilibrio y La teoría de los sistemas dinámicos, donde se descubre el papel predominante de la inestabilidades, que pueden reforzar pequeñas diferencias de partida de un sistema hasta dar resultados muy alejados entre sí.

2.2.1.1.-La complejidad

La complejidad no es fruto del número de componentes de un sistema sino de las relaciones entre ellos; y estas relaciones pueden cambiar si se le imponen al conjunto diferentes condiciones. Así en un sistema de elevado número de unidades

con relaciones "de corto alcance", el comportamiento es errático y desordenado. En el mismo sistema anterior, si las relaciones varían al variar las condiciones impuestas, el comportamiento puede ser "complejo". Un ejemplo claro lo tenemos en el comportamiento del agua líquida o vapor y la formación de cristales de nieve a partir de los mismos elementos⁴. Otro ejemplo lo tenemos en la simplicidad de comportamiento de una pareja de péndulos y la compleja evolución de ambos cuando interaccionan magnéticamente.

Un comportamiento ordenado presente de forma espontánea en un sistema de elevado número de componentes se denomina "autoorganización". Cuando un sistema se encuentra en un estado tal que todas las perturbaciones que actúan sobre él se extinguen con mayor o menor rapidez, designamos este estado como "asintóticamente estable", así ocurre en el conocido hecho físico de la convección térmica (pequeñas láminas de fluido calentadas ligeramente por una de sus caras). Si se aparta el sistema cada vez más del equilibrio mediante el aumento del valor de la variable excitadora (Temperatura), la materia exhibe movimientos macroscópicos que pueden llegar a dar como resultado estructuras ordenadas (celdas de Bénard en líquidos, fig 2.2.1.). El motivo por el cual estas estructuras no aparecen en pequeñas diferencias de la variable excitadora (T) es la existencia de los llamados "efectos estabilizadores" (viscosidad del fluido que da lugar a fuerza de rozamiento, y conducción de calor que homogeneiza la Temperatura en fluidos). Vencer estos efectos explica la existencia de un valor crítico de la variable a partir del cual aparece un orden y coherencia complejos en el sistema (las celdas y su alternancia levógira-dextrógira). Este tipo de estructuras ordenadas se denominan "estructuras disipativas". Esta forma de comportamiento en la que elementos del fluido parecen poseer información de otros alejados, hace suponer la existencia de correlaciones, es decir, relaciones estáticamente reproducibles que existen entre partes espacialmente alejadas del sistema.

Otro ejemplo, ya clásico, es la denominada Autoorganización en química. Un sistema abierto en química presenta en su interior una corriente de masa que o bien procede del entorno o bien conduce a él. Cuando los caudales de las corrientes se fijan de tal manera que las concentraciones de los reactivos y de los productos permanecen constantes, se habla de "estado estacionario pero de no equilibrio". En este estado, el sistema tiende a reestablecer el equilibrio ante cualquier oscilación,

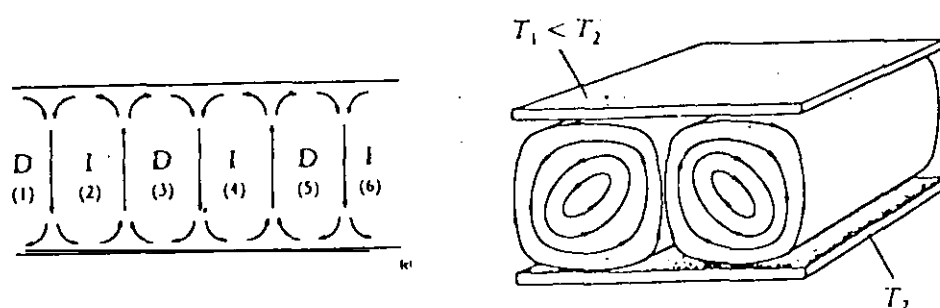


Fig. 2.2.1. Dos vistas de las celdas de Bénard. La semejanza con las direcciones de los flujos de la emulsión en un lecho fluidizado son evidentes. (Nicolis y Prigogine, 1994)

sin embargo cuando se aleja de este, puede dar lugar a reforzamientos de una de las dos direcciones de la reacción, situación denominada autocatálisis. La reacción denominada de Belusov-Zabotinsky (BZ) presenta en condiciones alejadas del equilibrio un comportamiento autocatalítico oscilatorio y alternante. Aparentemente esta periodicidad y oscilación, podría compararse con la del ejemplo paradigmático de la física clásica, el péndulo sin rozamiento. Sin embargo ambos sistemas no se comportan igual en presencia de perturbaciones: mientras que el químico recobre su periodicidad original, el físico adopta el nuevo estado. A esta peculiaridad de los sistemas químicos la denominamos "Estabilidad asintótica" y está intimamente relacionada con una propiedad observada en la mayoría de los fenómenos naturales, la irreversibilidad. Fenómenos como el del péndulo carecen de esta propiedad ya que su dinámica es invariante respecto de la inversión temporal, y al afectarles las perturbaciones y ser estas impredecibles, son susceptibles de mostrar un comporta-

miento errático. A los sistemas como el de B-Z se les denomina "sistemas disipativos" y a los del péndulo, "conservativos".

En los sistemas disipativos, puede ocurrir que entre dos estados estables aparezca uno inestable o caótico. También que un sistema pueda elegir entre dos estados posibles, la llamada "biestabilidad", o que su evolución transcurra por uno de ellos y al retroceder lo haga por otro, la denominada "histéresis".

Existen cuatro formas fundamentales de autoorganización de la materia para dar lugar a la aparición de un comportamiento complejo:

la biestabilidad, la histéresis, oscilaciones y las estructuras espaciales.

Ejemplos de comportamiento complejolo encontramos en Ciencias de los materiales cuando entre dos fases iguales o diferentes de la materia reinan condiciones de no equilibrio, produciéndose entonces, bajo condiciones muy variadas, un intercambio de materia y energía. En estos fenómenos es característica la aparición de una "superficie de separación"; se hace necesario establecer en ellos la variable "tensión superficial" que varía con la temperatura y la composición de los materiales. Las "soluciones" que adopta el sistema son: aparición de muestras espaciales regulares, perturbaciones de los fluidos vecinos y aparición de "gotas". Así ocurre en la deposición de materiales, la formación de nieve, extracción de petróleo, fluidización etc... Las variadas estructuras espaciales que aparecen poseen unas dimensiones características superiores en varios órdenes de magnitud a las longitudes cristalográficas o microscópicas, lo que denuncia la existencia de relaciones de "larga distancia".

Diversos fenómenos relacionados con las variaciones climáticas parecen tener su origen en la cantidad de insolación y por lo tanto se ven afectados por las variaciones en la precesión terrestre, la inclinación del eje respecto del plano orbital y la excentricidad orbital, siendo los efectos directos de estas variaciones muy pequeños y sin embargo siendo la dinámica atmosférica muy sensible a ellos y por lo tanto también la variabilidad consiguiente. Todo indica que el sistema del clima se mantiene muy alejado del equilibrio térmico y de nuevo nos encontramos, ahora a nivel planetario con los ingredientes de la complejidad: no equilibrio, realimentación, fenómenos de transición, evolución..., Fig.2.2.2.

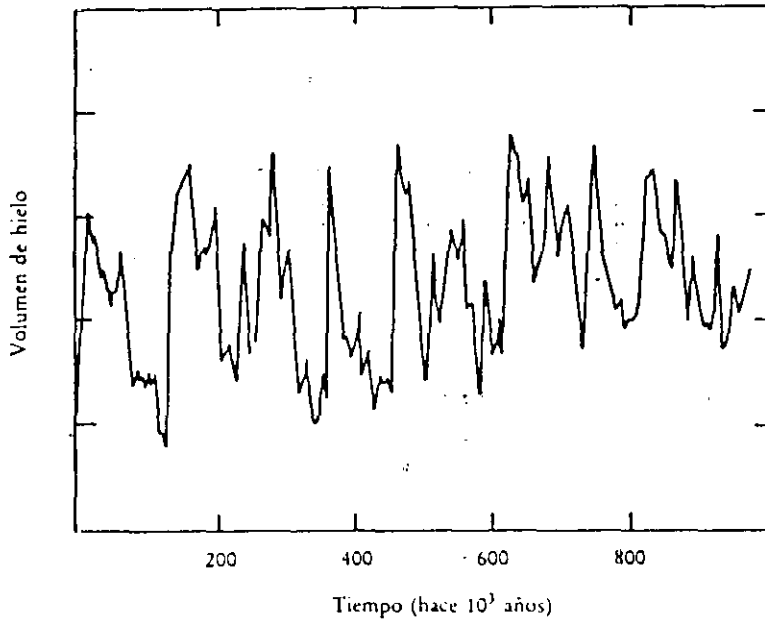


Fig. 2.2.2. Variación del volumen de hielo en el último millón de años, representativo de las oscilaciones climáticas. (Nicolis y Prigogine, 1994)

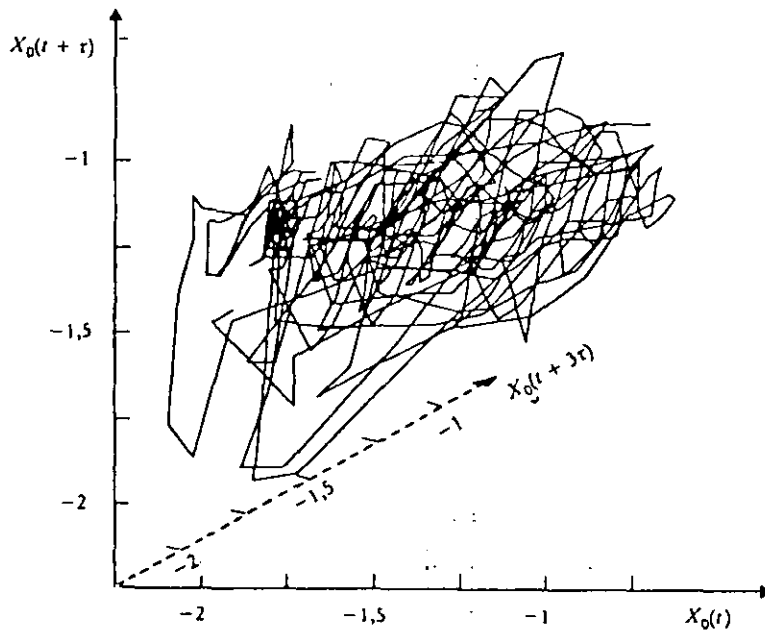


Fig. 2.2.3. Atractor climático caótico, obtenido a partir de los datos de la ilustración 2.2.2. (Nicolis y Prigogine, 1994)

Por último, cabe ilustrar el concepto de autoorganización con un ejemplo, observado en el comportamiento de ciertos materiales, que al superar ciertos valores de alguna de las variables temperatura, presión etc... , presentan unas propiedades diferentes; a este proceso se le denomina "cambio de fase". Suele denominarse técnicamente como "ruptura de simetría", da lugar a cambios radicales en el orden de la materia y como ejemplos se citan la solidificación de un líquido o el cambio en las propiedades magnéticas del hierro al descender de una cierta temperatura (1044 K). La razón de este cambio de propiedades se basa en el predominio de fuerzas de corto alcance debido al descenso en el nivel de agitación o de energía cinética de las moléculas; en el predominio de las fuerzas microscópicas se presenta un equilibrio coincidente con el mínimo de energía potencial, punto en el cual se instala el sistema en el nuevo estado o fase. En este estado las longitudes características son del orden de magnitud de las distancias de alcance de las interacciones y el sistema posee un comportamiento independiente del tiempo. Para cerrar el concepto podríamos denominar este proceso como "transición de fase dentro del equilibrio".

Sin embargo no se debe confundir este tipo de fenómeno con el denominado "transición de fase fuera del equilibrio", en el que además de las fuerzas de corto alcance intermoleculares, se presentan simultáneamente fuerzas de largo alcance presentes debido a las limitaciones del no equilibrio. Esto ultimo caracteriza los fenómenos de autoorganización que conducen al comportamiento complejo. Una aplicación espectacular y en cierto modo arriesgada de este tipo de procesos podría explicar la evolución de la materia en el Universo. De un estado inicial isótropo del conjunto de partículas fundamentales a una temperatura elevada, se evoluciona a traves de un descenso de temperatura hacia una ruptura de simetría caracterizada por la presencia simultanea de relaciones de corto alcance que dan lugar a la materia y de largo alcance, como la gravedad, que inducen el orden macroscópico.

2.2.1.2.-El espacio de las fases

La comprensión del concepto de "espacio de las fases", muy util en el estudio de las dinámicas caóticas, se facilita si primero se identifica en un sistema conservativo.

Uno de los sistemas conservativos más conocidos es el péndulo, cuya ecuación de conservación de energía es

$$H = m l (0.5 (da/dt)^2 + g(1 - \cos a)) = \text{cte.}$$

(ec.2.2.4.)

a = ángulo del péndulo

l = longitud de péndulo

m = masa del péndulo

Es muy útil representar el desarrollo temporal de un sistema en un espacio abstracto, el llamado "espacio de las fases". En él se emplean como coordenadas las coordenadas de posición y los momentos que aparecen en las ecuaciones de Hamilton. En el caso del péndulo se emplean (a, da/dt). Así el estado momentáneo del péndulo se representa mediante un punto de dicho plano denominado "punto representativo". Con el paso del tiempo el punto representativo describe una trayectoria unidimensional, la "trayectoria" del espacio de las fases (Fig. 2.2.4.).

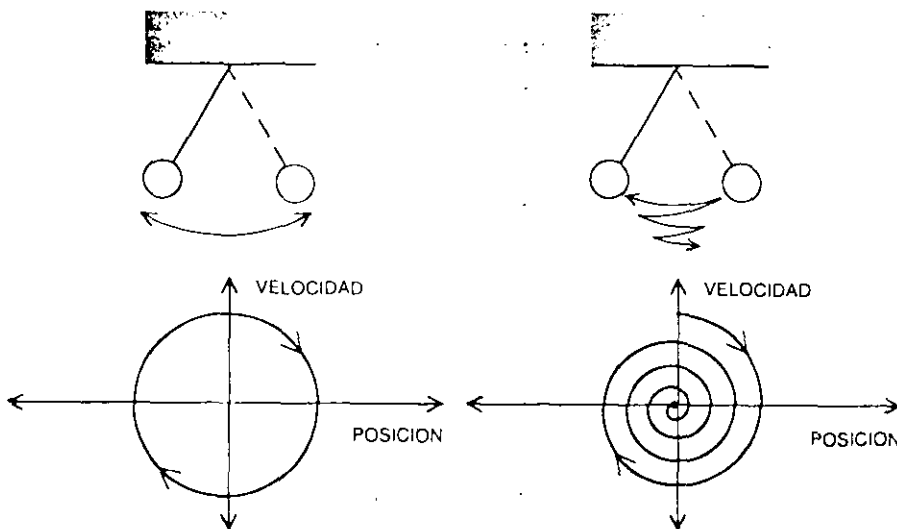


Fig. 2.2.4. Espacio de las fases para el péndulo. Sin rozamiento (izda.) y con rozamiento (dcha.)

Además de los sistemas conservativos descritos mediante la mecánica clásica, existen otros sistemas, denominados "disipativos", en los que los procesos irreversibles juegan un papel importante, como por ejemplo los sistemas con rozamiento. La Hidrodinámica es desde el punto de vista histórico el primer campo en el que se reconoció por primera vez el papel fundamental de los procesos disipativos. Otros procesos disipativos son la conducción de calor y la difusión.

La diferencia fundamental entre los procesos conservativos y los disipativos se presenta cuando se intenta para estos últimos llevar a cabo una descripción macroscópica que emplee como caracterizador de los estados momentáneos, variables colectivas tales como presión, temperatura y concentración. Si contemplamos las ecuaciones de evolución de dichas variables se observa que, al contrario de lo que ocurre en las ecuaciones de los sistemas conservativos, estas últimas no son invariantes respecto de la inversión temporal. Por ello cabe esperar un desarrollo irreversible de los fenómenos.

2.2.1.3.-Equilibrio mecánico y termodinámico. Limitaciones del no equilibrio.

En la Mecánica, el equilibrio es un estado especial en el que tanto las velocidades como las aceleraciones de todas las masas son iguales a cero. El concepto de equilibrio en Termodinámica es completamente distinto. En él las masas de un sistema están sometidas a fuerzas que no se compensan mutuamente y se mueven en todas las direcciones posibles salvo que el sistema se encuentre en el cero absoluto de temperaturas.

Se considera un sistema termodinámicamente abierto aquél que puede intercambiar materia y energía con el entorno. Decimos que el sistema se encuentra en equilibrio termodinámico cuando los parámetros que miden el nivel de materia o energía poseen igual nivel en el entorno que en el interior del sistema. Cuando un sistema está en equilibrio se cumple, para los valores de las variables fundamentales que $dX/dt=0$, lo que también puede interpretarse como que no existe intercambio de materia y energía con el entorno. Esto último hace al sistema merecedor del calificativo de "reversible temporal" y por lo tanto cumplirá las leyes para los sistemas conservativos. En los estados no lineales existen flujos que no desaparecen entre el sistema y el entorno, lo que va acompañado de diferencias entre algunas variables de estado. Estas variaciones pueden ser de tipo momentáneo y relajarse posteriormente, o de tipo permanente impuestas y entonces se habla de "limitaciones o imposiciones". Dado que estas limitaciones no son pasajeras no existe en estos estados de "no equilibrio global" un equilibrio detallado. Como consecuencia de lo anterior, el comportamiento del "no equilibrio" es sensible frente a las variaciones, que lejos de ser ahogadas forzosamente en una reacción contraria, son aceptadas por

el sistema e incluso reforzadas para de este modo convertirse en puntos de partida de la innovación y la diversificación.

2.2.1.4.-No linealidad y bifurcación

Existe una relación dinámica entre, por una parte, los estados de equilibrio y las limitaciones del no equilibrio y, por otra, las leyes de evolución para los cambios de estado. Si la evolución de un sistema depende de algún parámetro controlable desde el exterior (denominado j), las ecuaciones matemáticas que describen cómo se desarrollan en función del tiempo el conjunto de variables de estado del sistema es

$$dX_i/dt = F_i(j, X) \quad (\text{ec. 2.2.2.})$$

si desaparecen las limitaciones exteriores, entonces el sistema debe retornar al equilibrio y se debe cumplir que

$$0 = F_i(j, X) \quad (\text{ec. 2.2.3.})$$

condición que también debe cumplirse en los estados de no equilibrio estacionario.

Además de estas condiciones se deben cumplir otras particulares del sistema físico concreto, lo que convierte al análisis de estos sistemas en diferente y limitado respecto a un análisis exclusivamente matemático. Supongamos como ejemplo que la evolución de un sistema venga definida por una ecuación del tipo

$$dX/dt = j - kX \quad (\text{ec. 2.2.4.})$$

donde j es un parámetro de control externo y k una constante. Un valor estacionario de X ocurrirá en $dX/dt=0$ y por lo tanto

$$j - kX_{\text{equilibrio}} = 0 \quad (\text{ec. 2.2.5.})$$

$$X_{\text{equilibrio}} = j/k \quad (\text{ec. 2.2.6.})$$

En esta situación, el comportamiento de X frente a j es lineal, a cada valor de j corresponde uno solo de X ; además, conocidos dos parejas de valores (X, j) se puede

deducir todo el comportamiento restante (lineal). El comportamiento del sistema es lineal y es lo más semejante al del equilibrio, a pesar de la existencia de limitaciones de no equilibrio muy fuertes.

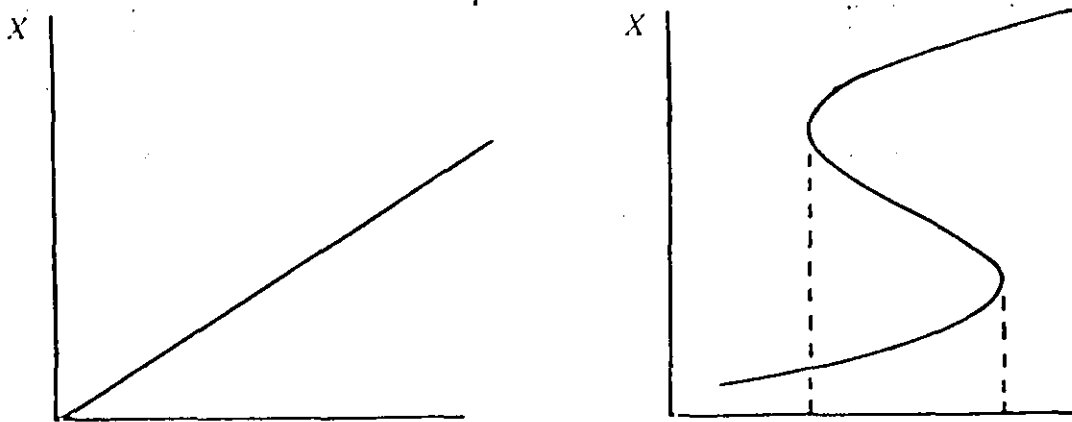


Fig. 2.2.5. Influencia del parámetro j sobre una variable de estado X . a) para una ley lineal. b) para una ley no lineal.

Si la relación entre j y X no fuera lineal, tal y como se advierte en la Figura 2.2.5., para un mismo valor de j podríamos encontrar más de un valor de equilibrio de X . Este comportamiento aparece más allá de un umbral crítico y permite comprender cómo ciertos sistemas presentan varios estados posibles simultáneos para un mismo valor del parámetro de control.

Una diferencia acusada entre las leyes lineales y no lineales consiste en la validez o no del denominado principio de superposición: en un sistema lineal el efecto de la actuación conjunta de dos causas distintas consiste sólo en la superposición de los efectos que cada una de las causas hubiera generado por sí misma. La no linealidad no conduce a soluciones múltiples.

Un ejemplo clásico de bifurcación y ruptura de simetría se muestra en la figura 2.2.6.. En un diagrama de bifurcación se puede observar cómo se comporta la variable de estado X del sistema dependiendo del parámetro de control C . Para valores pequeños de C solo se dispone de una solución: el estado de reposo. Este constituye la generalización directa del estado de equilibrio termodinámico y comparte con él la importante propiedad de la estabilidad asintótica dado que el sistema puede amortiguar en este área fluctuaciones internas o perturbaciones externas. Por encima de un valor crítico de C los estados de la rama se hacen inestables: el efecto de las fluctuaciones o de pequeñas perturbaciones externas ya no se amortigua. El sistema se comporta como un reforzador, se aleja del reposo y se desarrolla dando un nuevo régimen. *Régimen que es imposible de predecir, sólo el azar decidirá esto y lo hará mediante la dinámica de fluctuaciones.*

Por lo tanto podemos afirmar que la transición hacia la complejidad está estrechamente relacionada con la "ramificación"(bifurcación) de nuevas ramas de solución y esta aparece como consecuencia de la inestabilidad de un estado de referencia, que está generado por las no linealidades y las imposiciones que actúan sobre un sistema abierto. Las bifurcaciones dan lugar a soluciones con simetrías rotas.

La observación experimental nos muestra que la descripción de determinados fenómenos físicos puede resultar muy similar incluso para condiciones experimentales muy distintas. Dicho de otro modo, las leyes que describen ciertos fenómenos deben presentar, en especial, simetrías que permitan la existencia de la invariancia de los fenómenos. A pesar de ello, la experiencia demuestra que, como consecuencia de estas mismas leyes dinámicas extremadamente simétricas, pueden aparecer estados como el de una celda de Bénard o una onda química, que son menos simétricos que las propias leyes. Estos estados son consecuencia de la ruptura de simetría debida a una bifurcación.

Sería muy interesante poder seleccionar un estado de la materia asimétrico muy determinado, a partir de la gran variedad de soluciones de las que se dispone de forma simultánea más allá del punto de bifurcación.

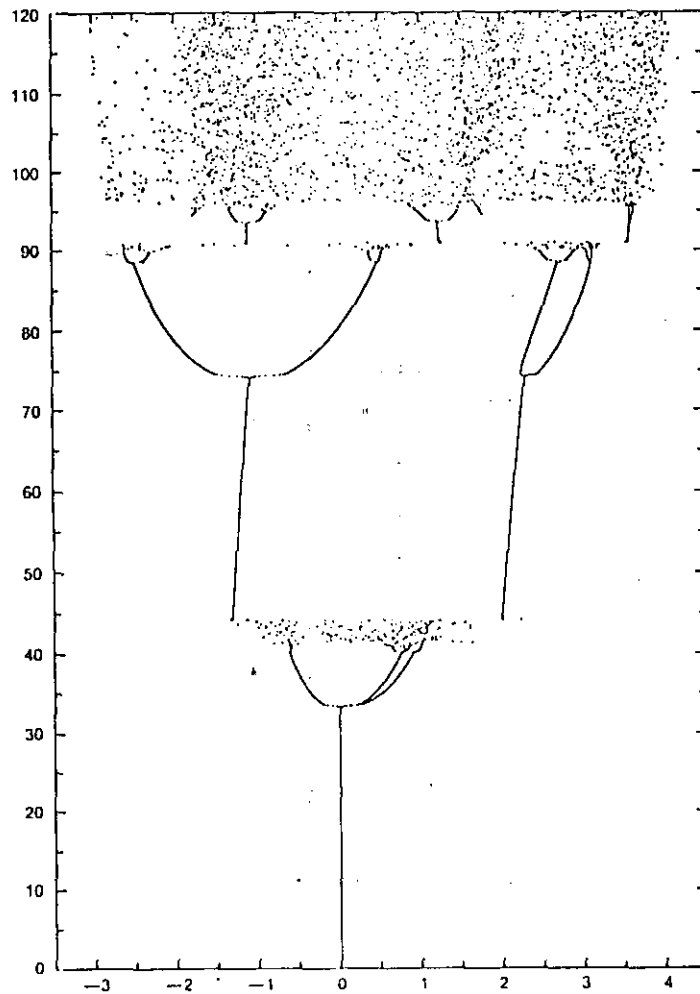


Fig. 2.2.6. Ejemplo de diagrama de bifurcación. Las zonas de dinámica caótica se distinguen por presentar dispersiones informes de puntos. Las zonas no caóticas presentan periodicidades simples, dobles o triples, que se distinguen por los trazos continuos. (Lorenz, 1995)

2.2.2.-COMPORTAMIENTO CAÓTICO EN SISTEMAS DE DINÁMICA NO LINEAL

Un sistema puede ser clasificado como *caótico determinista* cuando partiendo de un sistema de ecuaciones sencillo, de bajo número de variables, puede exhibir un

comportamiento extremadamente complejo e impredecible. Esta descripción se complementa si se añade que para que dicho comportamiento tenga lugar el sistema debe presentar algún tipo de retroalimentación entre sus variables y que además estas deben ser muy sensibles a las condiciones iniciales.

Si los conceptos anteriores se aplican en sentido contrario podemos encontrar sentido a la identificación de estas dinámicas. Puede darse el caso de que un sistema de naturaleza dinámica desconocida produzca datos que aparenten elevado desorden e incluso aleatoriedad. En tal caso la actitud hasta ahora era, partiendo de una hipótesis de naturaleza aleatoria, sugerir un análisis estadístico. Desde el conocimiento de la existencia de estas nuevas formas dinámicas no debe descartarse la alternativa de una dinámica caótica determinista. Si se confirma esta última hipótesis la información que sobre la naturaleza del fenómeno puede extraerse es muchísimo más interesante que la resultante de un estudio estadístico. La única manera de discernir entre ambas posibilidades, solo en apariencia similares, es calcular una serie de parámetros tales como la Dimensión fractal, la reconstrucción del atractor, los exponentes de Liapunov, la Entropía de Kolmogorov etc... descritos en el siguiente apartado de este trabajo y cuyos algoritmos detallados se presentan en la sección de Métodos de Análisis. La aplicación de estos métodos da como resultado un juego de valores numéricos con el que se puede caracterizar cuantitativamente la naturaleza de un fenómeno y por lo tanto rechazar o aceptar determinadas hipótesis.

Algunos de los numerosos sistemas matemáticos y físicos que cumplen las condiciones de ser intrínsecamente sencillos y sin embargo producir unos comportamientos muy complejos en determinadas circunstancias son:

Ecuación logística.

Sistemas de ecuaciones de Lorenz y Rössler.

Dinámica del goteo en una válvula.

Turbulencia en recipientes calentados o agitados.

Dinámica de fenómenos solares.

Mecanismos de contagio de ciertas enfermedades.

...

(otros ejemplos se pueden encontrar en Abraham et al., 1984)

De todos ellos el más sencillo de describir es la denominada "ecuación logística", autentico paradigma del comportamiento caótico determinista.

2.2.2.1.-Ecuación logística

Así se denomina el sencillo sistema siguiente

$$y_n = x_n(1 - x_n)K$$

(ec. 2.2.6.)

que para valores de x_n comprendidos entre 0 y 1 produce una serie numérica

$$x_0, x_1, x_2, x_3, \dots$$

(ec. 2.2.7.)

donde

$$x_{n+1} = y_n$$

(ec. 2.2.8.)

cuyas características dependen del valor del parámetro K , independientemente del valor del término x_0 también denominado "semilla". La representación gráfica de la operación para dos valores distintos de K es la dada en la figura 2.2.7. (Hofstadter, 1982)

En ella se aprecia cómo la semilla x_0 genera una serie de valores de y_n que se convierten mediante la condición de retroalimentación $x_{n+1} = y_n$ ("reflejo" en la línea diagonal discontinua) en los siguientes valores de x (trazo quebrado discontinuo con flechas). De esta manera se crea una serie de valores de x_n cuya tendencia para un valor elevado del subíndice n depende en gran medida del valor de K , auténtico parámetro de control de la dinámica.

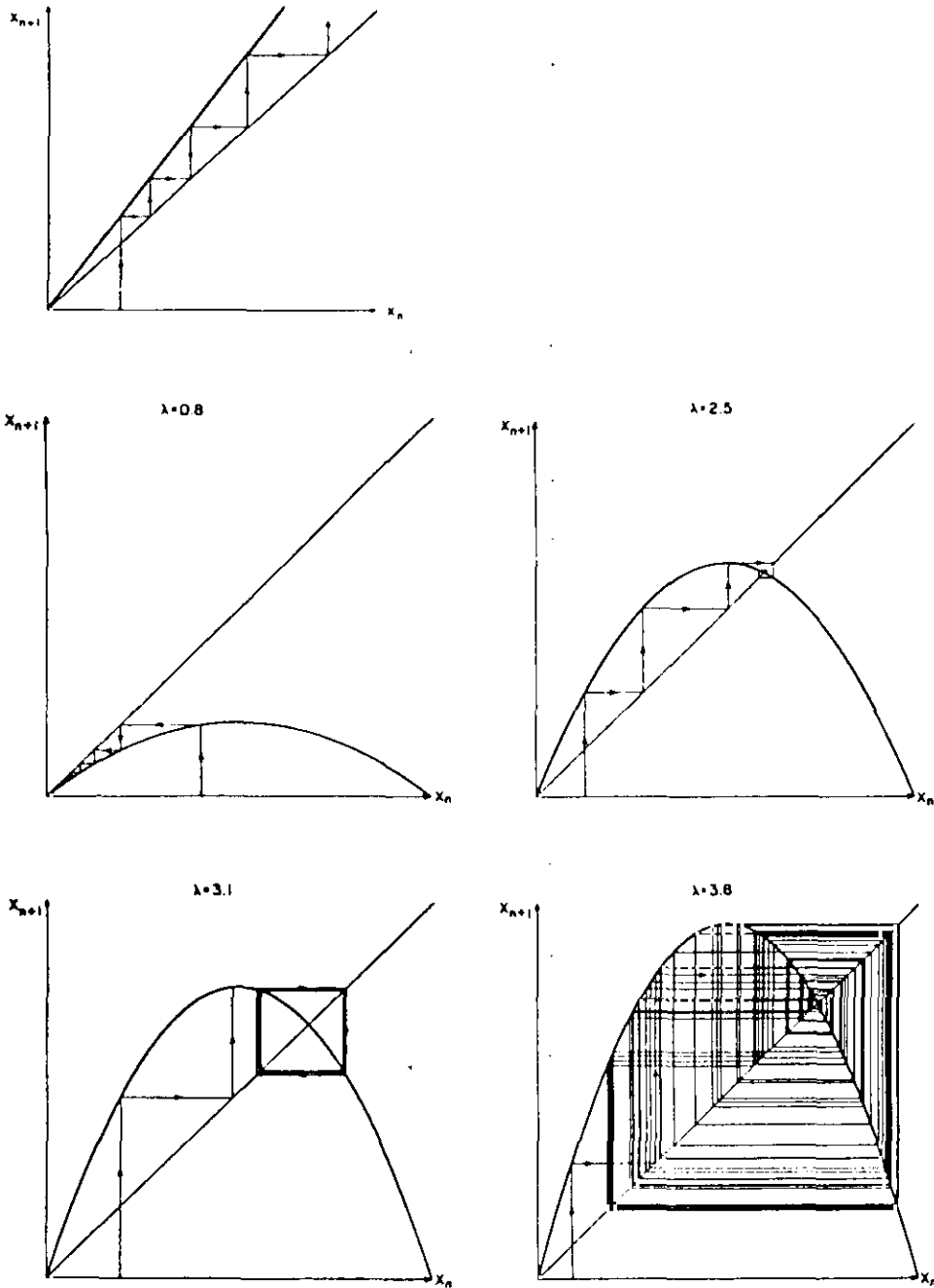


Fig. 2.2.7. Aspecto del cálculo gráfico de la serie de valores de x_n . La parábola es la función. La línea marcada con flechas intersecta a la función en puntos de abscisa y_n y de ordenada y_{n+1} o x_n . En el primer caso la línea de flechas converge finalmente en un valor único. En el segundo, para un valor de K distinto, se estabiliza en una pareja de valores, que visita alternativamente. Para otros valores de K , el número de valores estables puede variar. (Hofstadter 1982)

Como ejemplo de lo anterior se puede apreciar a continuación la serie numérica que se genera cuando $k=3,5$ y $x_0=0,4$. Se aprecia como los valores convergen monótonamente en un conjunto estable de cuatro valores, 0,3828 , 0,8269 , 0,5009 , 0,850 , dando lugar a una señal de salida de periodo 4. Conviene aclarar llegados a este punto que si el valor "semilla" hubiera sido distinto la serie final sería la misma.

Si exploramos valores de K diferentes y representamos en ordenadas los valores de estabilización de x y en abscisas los de K se obtiene la figura 2.2.8. que se presenta a continuación, donde se aprecian las diferentes zonas de comportamiento del sistema:

para $K < 3$ el sistema se estabiliza en un único valor, para $3 < k < 3,4495$ se estabiliza en dos valores (periodo 2), para $3,4495 < k < 3,56$ el periodo es 4,..., para $k > 3,5699$ el valor de x es impredecible, se dice que el sistema se comporta caóticamente.

Si la señal de un sistema de naturaleza desconocida ofreciera como resultado los valores que resultan al ajustar el parámetro K a un valor superior al crítico de 3,5699 (una serie así se muestra en la figura 2.2.9.), sería difícil predecir o intuir a simple vista que la dinámica del sistema depende de una simple ecuación de segundo grado retroalimentada. Y, lo que todavía es más paradójico, aparentando los datos una naturaleza aleatoria, un estudio estadístico de ellos no ofrecería información de valor para deducir dicha naturaleza.

2.2.2.2.-Atractor de Lorenz

En 1961, Edward Lorenz, entonces investigador de la dinámica atmosférica, simplificó el sistema de ecuaciones no lineales que describía esta dinámica y descubrió en este sistema simple que, dependiendo de alteraciones en el valor de ciertas variables (del orden de las diezmilésimas) el sistema producía valores muy distintos y no proporcionales a la magnitud del pequeño cambio en el parámetro. Se trata de un ejemplo, ya clásico, de impredecibilidad del tiempo atmosférico, independientemente del número de datos de que se disponga, ya que la razón de la imposibilidad de predecir se encuentra en la naturaleza caótica de la dinámica del

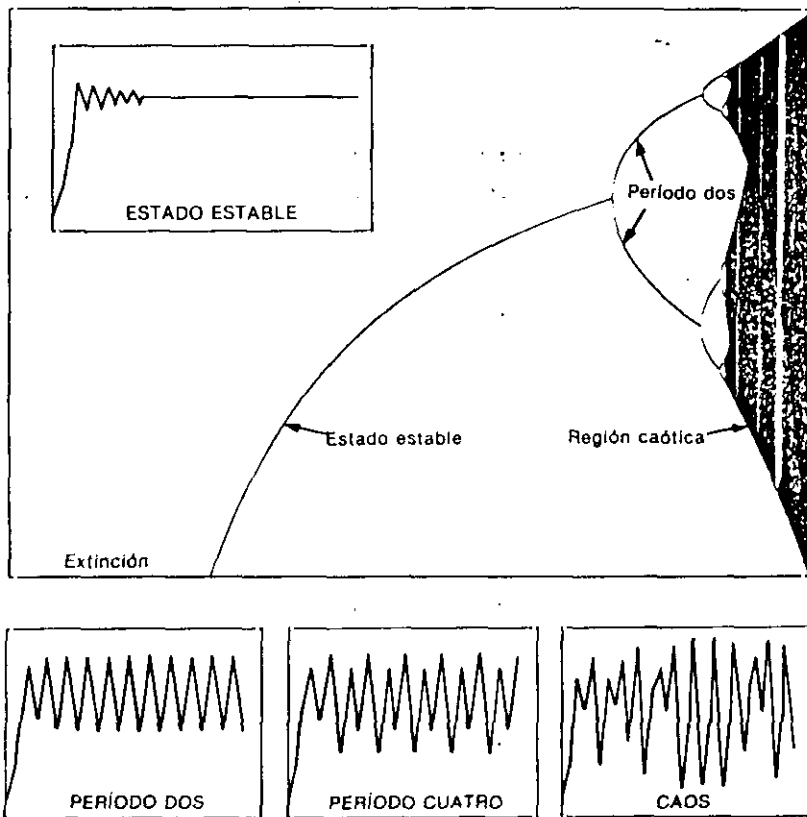


Fig. 2.2.8. Gráfica resultado de representar en abcisas los valores del coeficiente K , y en ordenadas el valor o valores de estabilización de X_n . En los recuadros se aprecia el aspecto de las series temporales de X_n para diferentes valores de K . (Crutchfield, 1988)

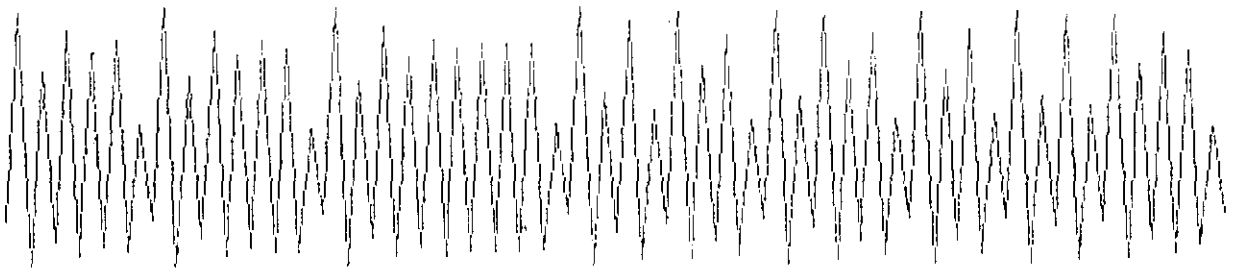


Fig. 2.2.9. Serie temporal de valores de X_n en la ecuación logística, para $k=3.7$.

sistema. En este caso el sistema presenta una de las premisas características propias de los sistemas caóticos: sensibilidad extrema a cambios en las condiciones iniciales.

E.Lorenz investigó sistemas de ecuaciones que, independientemente de su relación con la meteorología, exhibiesen un comportamiento caótico. El resultado fue el sistema de ecuaciones siguiente, conocido como "Ecuaciones de Lorenz"

$$\frac{dx}{dt} = A(y-x)$$

$$\frac{dy}{dt} = Cx - y - xz$$

$$\frac{dz}{dt} = xy - Bz$$

(ecs. 2.2.9.)

donde para $A=10$, $B=28$ y $C=8/3$, la serie temporal de datos de la variable x , y la representación tridimensional en el espacio de las fases correspondiente es la que se presenta en la Figura 2.2.11.

Este tipo de representaciones se denomina "atractor" cuando las coordenadas son los valores de todas o alguna de las variables reales de un sistema físico y nos muestra una imagen del comportamiento o dinámica del sistema.

Volvemos a encontrarnos con un sistema de ecuaciones sencillo, no lineal, que presenta comportamientos muy complejos en ciertas circunstancias. El sistema de ecuaciones de Lorenz simula sistemas reales complejos como la formación de corrientes de convección geométricamente ordenadas en un fluido calentado uniformemente y la transición hacia agitaciones de partículas sin orden, en este mismo fluido, al aumentar el calor transmitido.

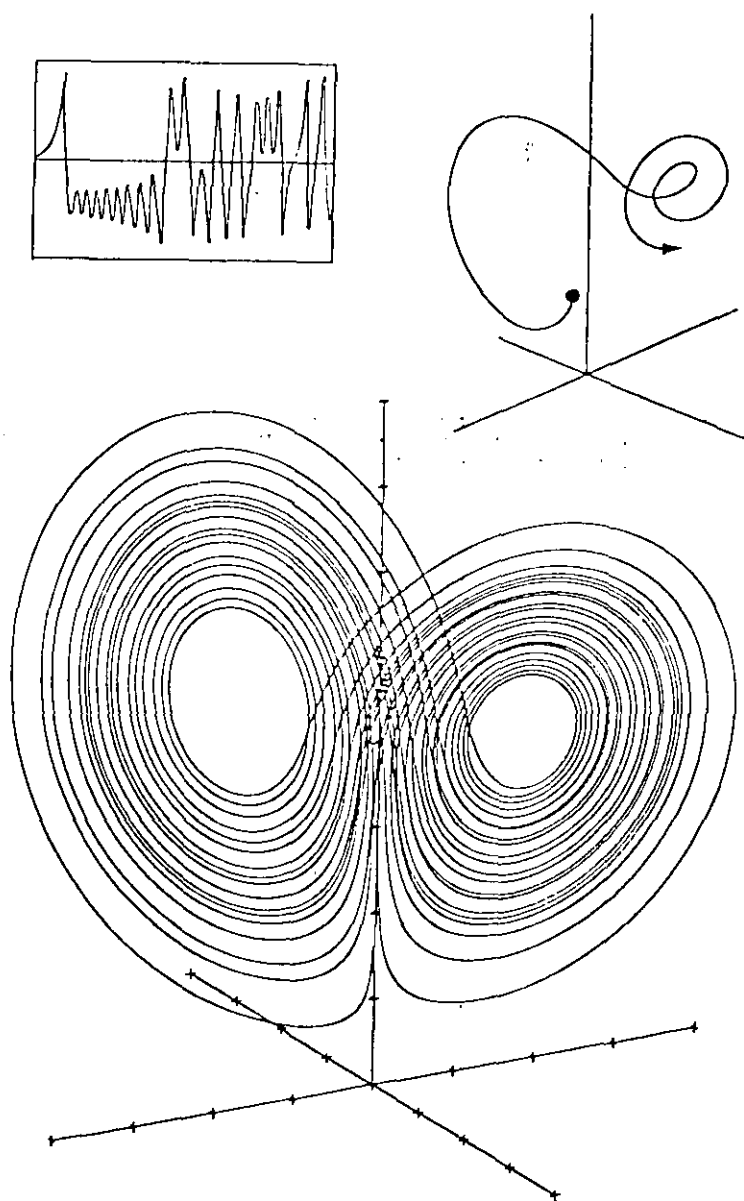


Fig. 2.2.11. Atractor de Lorenz, con detalle de la serie temporal en la que se basa y un detalle tridimensional. (Gleick, 1988)

Otro atractor clásico y que posee un origen similar al de Lorenz es el denominado Atractor de Rössler.(Packard y col., 1980)(Fig. 2.2.12)

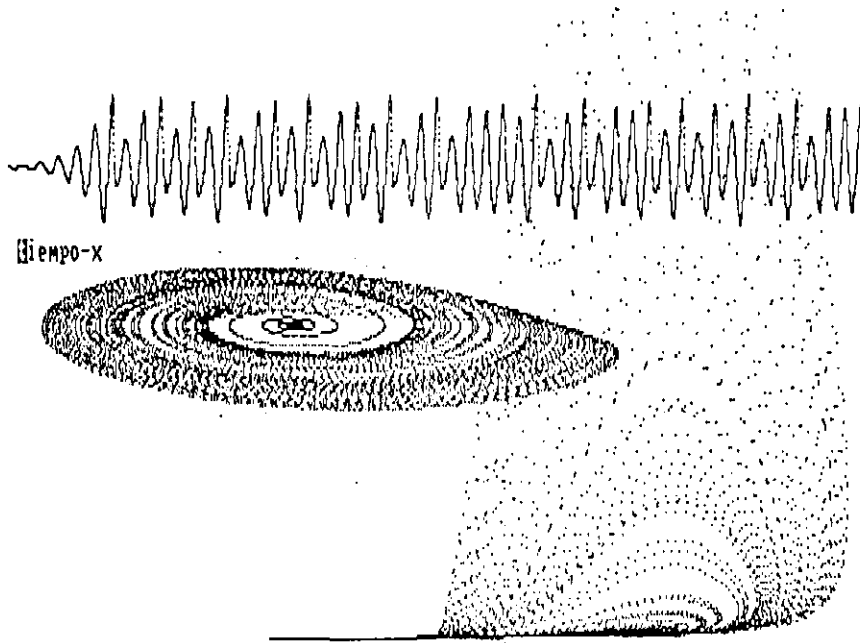


Fig. 2.2.12. Proyecciones del atractor de Rössler sobre el plano X-Y y el X-Z. Serie temporal que lo genera. (autor)

2.2.2.3.-Dinámica del goteo en una válvula

Si la Ecuación logística es un buen ejemplo de caos generado por un sistema matemáticamente sencillo, el dispositivo físico consistente en una válvula de líquido, goteante, y de caudal regulable es también un buen ejemplo de caos generado por un sistema real físicamente sencillo. Martien, Pope, Scott y Shaw, en 1985, realizaron investigaciones sobre el ritmo de goteo de líquido en válvulas semiabiertas, descubriendo que la frecuencia de la señal resultado del registro de caída de cada gota presentaba pautas regulares en caudales bajos y pautas muy complejas, aparentemente aleatorias en caudales elevados. La reconstrucción de las ecuaciones que describen el sistema es muy difícil puesto que el número de variables de las que dependen son al menos 5 y sus relaciones se adivinan complejas. Por ello la reconstrucción del atractor del fenómeno físico se presentaba mucho menos sencilla

que en los casos anteriores, donde sí se conocían exactamente las ecuaciones de partida al tratarse de ejemplos matemáticos abstractos.

Martien et al. emplearon el denominado "Metodo de los retrasos" ideado por Ruelle y Takens, que permite reconstruir un atractor topológicamente igual al generado con todas las variables de un sistema, pero solo con el conocimiento de una de ellas. El resultado para diferentes caudales de líquido correspondientes a diferentes estadios dinámicos del sistema es el presentado en la figura 2.2.13.

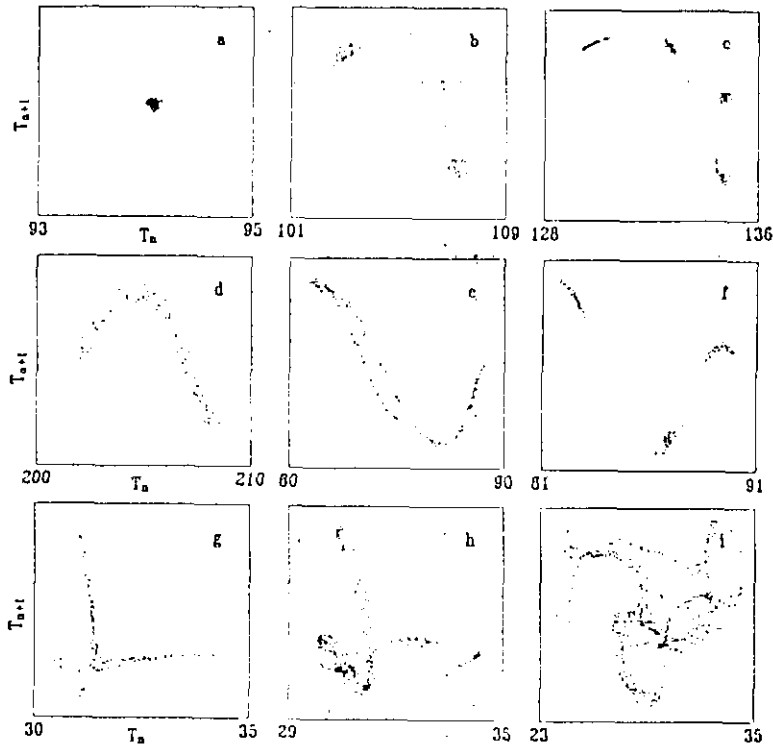


Fig. 2.2.13. Aspecto del atractor de tiempo entre gotas para una válvula a caudales bajos. (Martien y col., 1985)

Una investigación similar, abarcando un espectro de caudales más amplio, la realizaron Wu y Schelly en 1989 con el resultado que se presenta a continuación, en el que se pueden observar las series temporales obtenidas para diferentes caudales,

sus correspondientes atractores y un diagrama de valores de estabilización frente al caudal

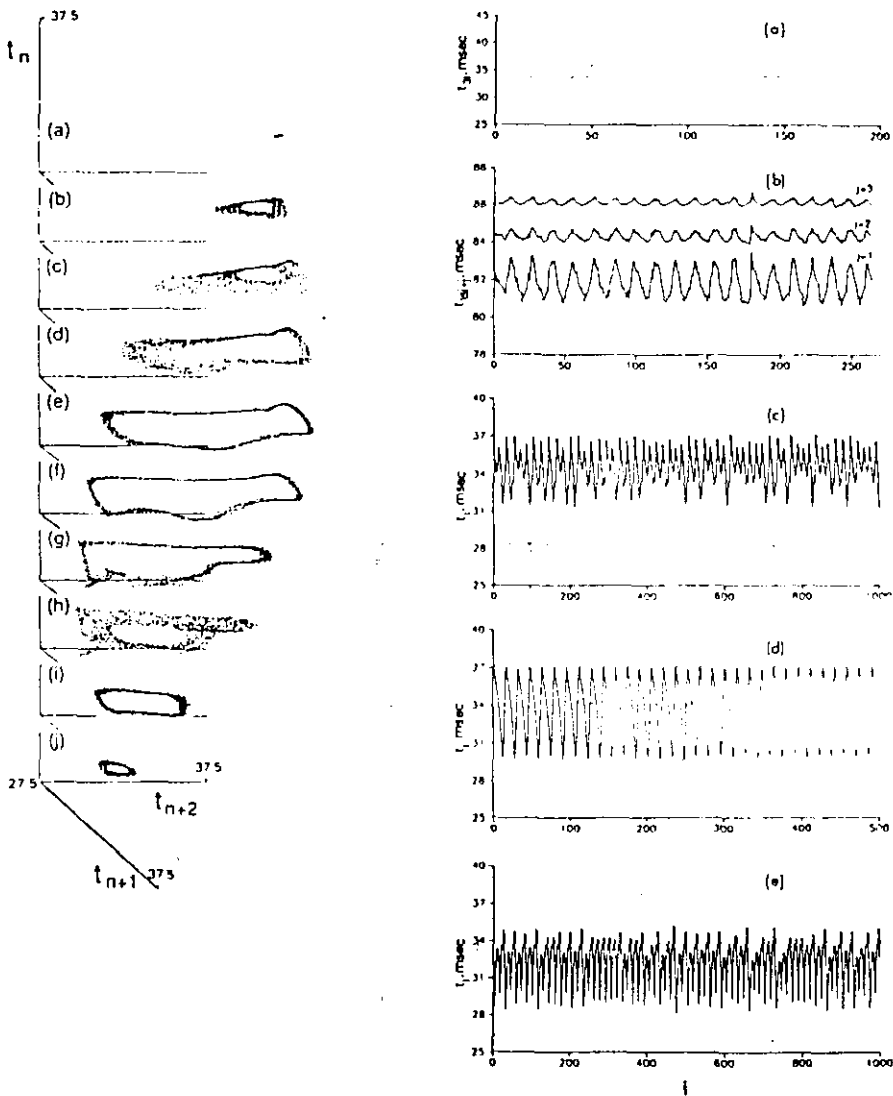


Fig. 2.2.14. Series temporales (dcha.) y sus correspondientes atractores (izda.) para el experimento de la válvula goteante, en condiciones distintas de las empleadas por Martin y col.. (Wu y Schelly, 1989)

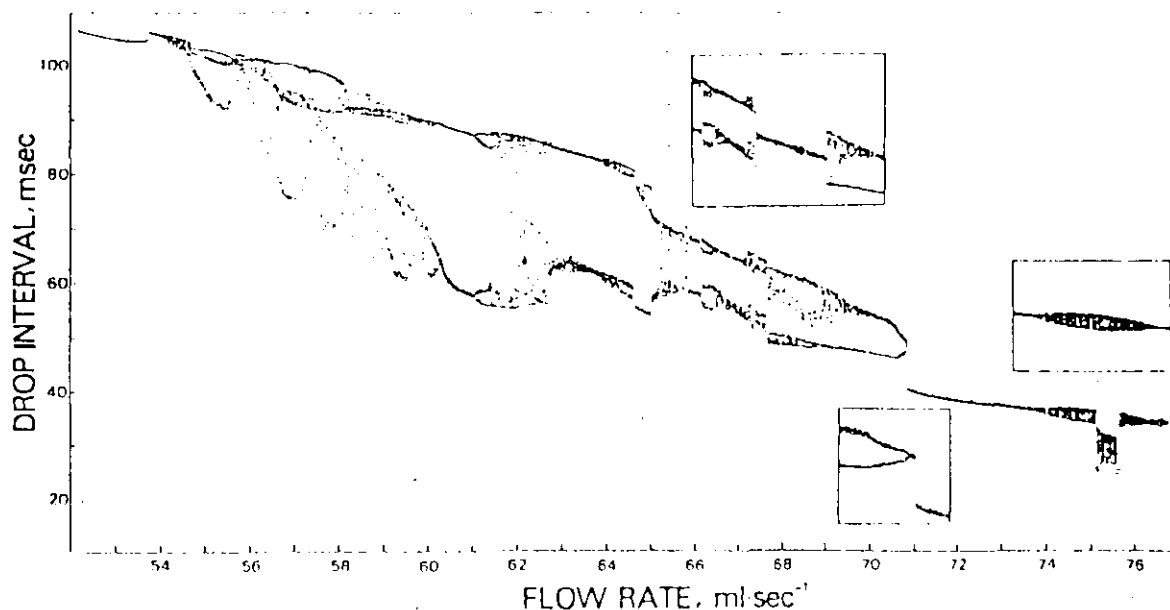


Fig. 2.2.15. Diagrama de bifurcación del experimento de válvula goteante. En abscisas se localiza el caudal de alimentación de la válvula. En ordenadas, los intervalos temporales observados entre gotas. (Wu y Schelly, 1985)

La figura 2.2.15. posee la misma validez descriptiva que el diagrama equivalente para la ecuación logística (Fig 2.2.8). Puede observarse cómo al variar el valor del parámetro de control, en este caso el caudal de líquido, entonces K , el sistema atraviesa diferentes estados. En esta sucesión de estados se alternan episodios caóticos, con semiperiódicos, y regulares y es una buena descripción gráfica de la dinámica del sistema.

Cuando se posee toda esta información de un sistema, obtenida mediante un simple registro temporal del valor de una variable, la evaluación de cualquier modelo propuesto o deducido se realiza en términos de similitud entre parámetros cualitativos y numéricos propios del Análisis Caótico que son mucho más eficaces que los estadísticos (Rowlands y Sprott, 1992). Como ejemplo, la semejanza entre los valores medios y las desviaciones de dos series temporales, una calculada y otra experimental, puede obtenerse sin necesidad de una semejanza entre las dinámicas de ambos sistemas. Sin embargo esto no es posible cuando se comparan los atractores de un modelo y de los datos experimentales. Como ejemplo se puede

apreciar la semejanza entre los atractores reales y los generados por un modelo simple en el caso de una válvula goteante que se muestra en la figura 2.2.16.

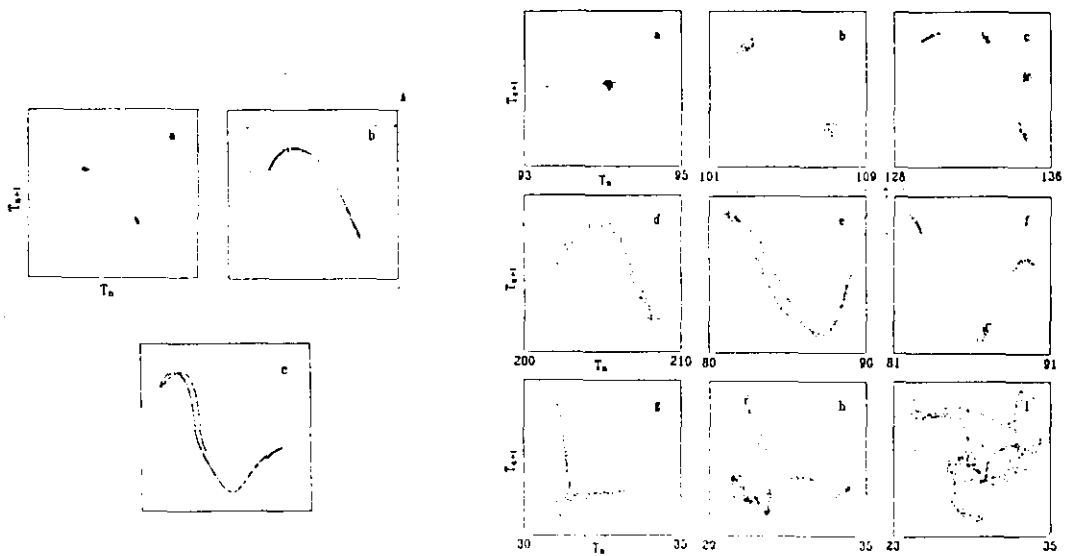


Fig. 2.2.16. Atractores reales de un sistema (izda.) y los simulados producto de un modelo (dcha.).
(Martin y col. 1985)

2.2.2.4.-Turbulencia en recipientes calentados

En un intento por desentrañar la naturaleza física de la transición hacia la turbulencia tanto en líquidos calentados como agitados, los experimentos de Taylor-Couette y Rayleigh-Bénard (Tabor, 1989) miden la serie temporal de velocidades de volúmenes microscópicos de líquido agitado y representan los espectros de frecuencias o transformadas de Fourier de las series. El resultado se muestra en la Fig. 2.2.17.

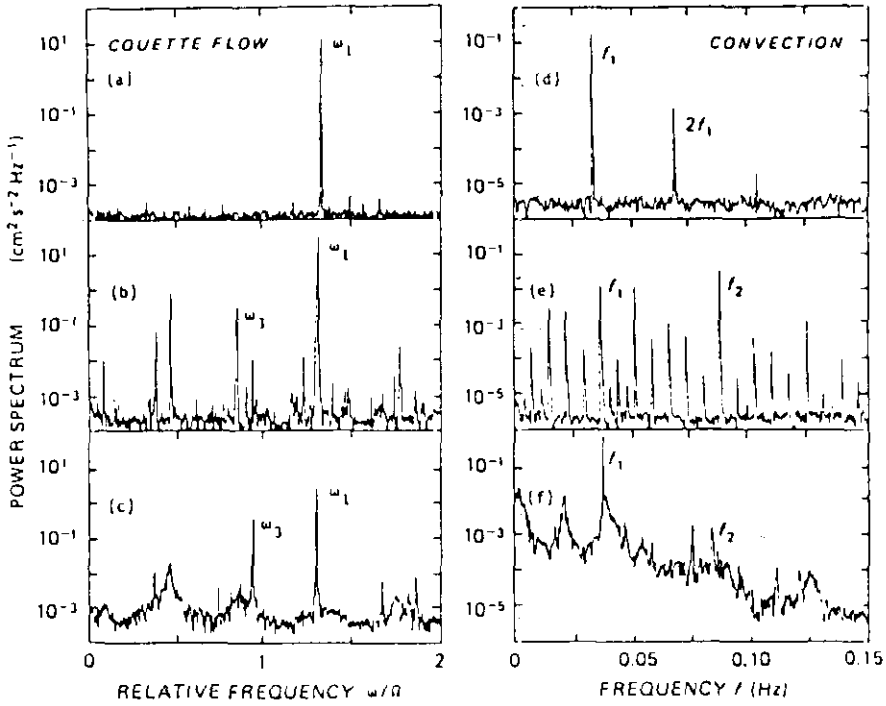


Fig. 2.2.17. Espectros de Fourier de las series de valores de la velocidad local del fluido para los experimentos de Taylor-Couette (a-c) y Rayleigh-Bénard (d-f). Según se descende en cada serie aumenta el valor del parámetro que controla la dinámica del sistema, apreciándose un espectro típicamente caótico en (c) y (f). (Tabor, 1989)

que se corresponden con atractores en la manera que simplificadamente se muestra en la Fig. 2.2.18.

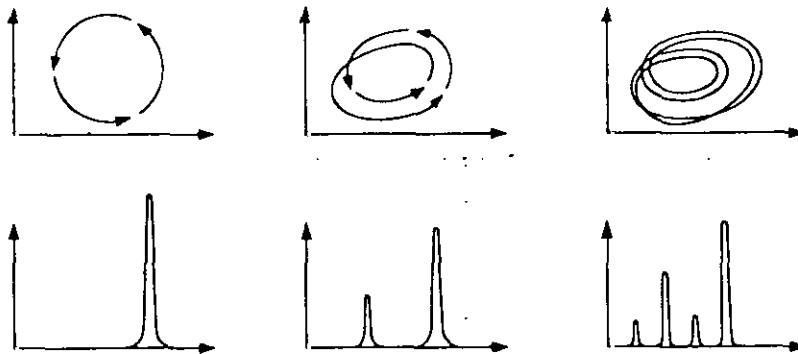


Fig. 2.2.18. Representación simplificada de una serie de espectros de Fourier de número de frecuencias significativas creciente y sus correspondientes atractores. (Crutchfield, 1988)

que en este caso tienen el aspecto real mostrado en la Fig. 2.2.19.



Fig. 2.2.19. Aspecto real del atractor caótico correspondiente al experimento de Rayleigh-Bénard, del que hemos observado su espectro de Fourier en la ilustración 2.2.17. (Libchaber, 1987)

las series temporales de experimentos de este tipo realizados por Kida et al. en 1989 se muestra en la Fig. 2.2.20.

Otra práctica común a estas investigaciones es la confección de un mapa de estados, dependiente de parámetros de control del sistema. Así para el caso del estudio de la transición hacia la turbulencia en el experimento de Rayleigh-Bénard, el mapa resultante es el que se muestra en la Fig. 2.2.21.

Igualmente Schnabl y col. en la caracterización completa de un atractor extraño no experimental lo hacen empleando un mapa, que se muestra en la Fig. 2.2.22.

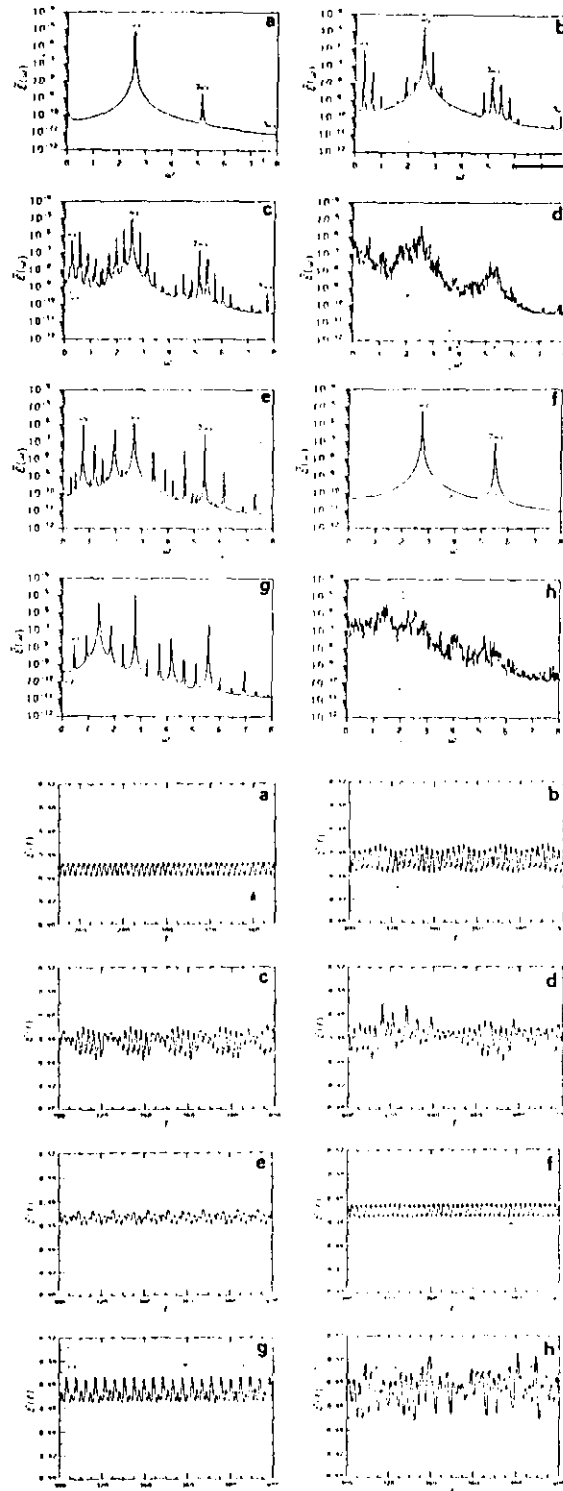


Fig. 2.2.20. Aspecto de las series temporales y de sus correspondientes espectros de Fourier, para un sistema fluidodinámico, al variar el parámetro de control. (Kida y col., 1989)

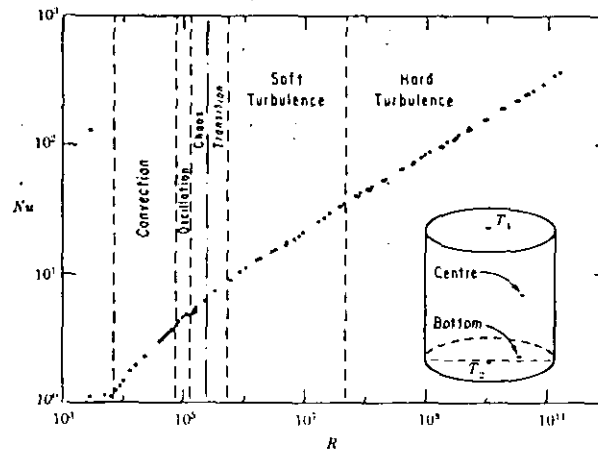


Fig. 2.2.21. Mapa de estados dinámicos, en función de los parámetros Nu y Re , para el experimento de Rayleigh-B.. (Libchaber, 1987)

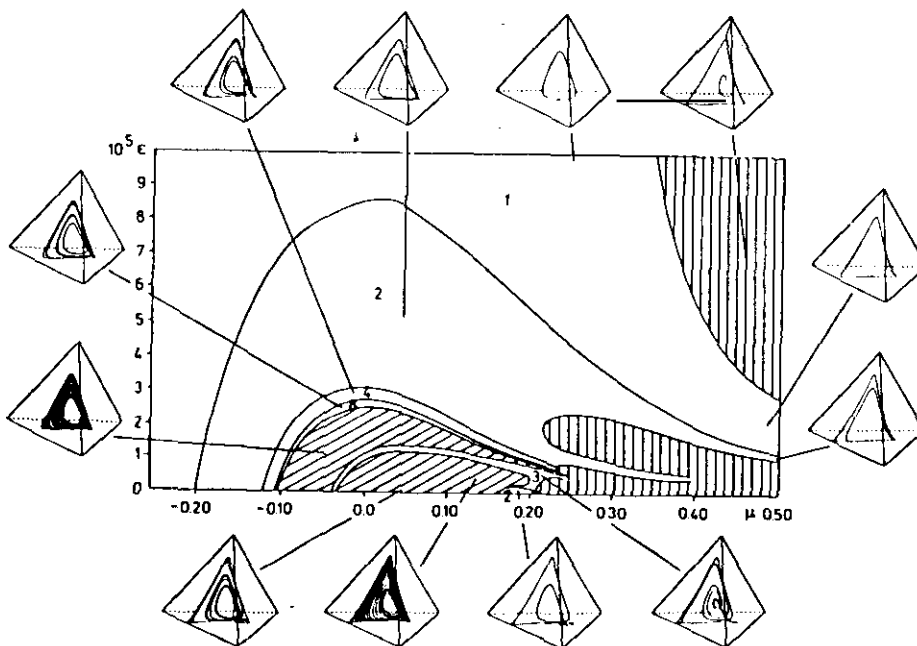


Fig. 2.2.22. Exposición gráfica de las diferentes zonas de comportamiento de un sistema, en función del valor de dos parámetros. Para cada zona se detalla el aspecto del atractor correspondiente. (Schnabl y col.)

2.2.2.5.-Dinámica de otros fenómenos

Los trabajos desarrollados por Olsen y Schaffer en 1990 sobre mecanismos de transmisión de epidemias de sarampión y varicela y los de Kurths y Herzel en 1987 sobre la dinámica de las pulsaciones de radio emitidas por el Sol, son un buen ejemplo para observar que mediante la utilización de parámetros del análisis caótico como son el valor de la dimensión del atractor, entropía de Kolmogorov y del exponente de Liapunov, se puede discernir entre modelos propuestos para fenómenos reales.

En la Fig. 2.2.23 (a) puede observarse la similitud entre las evoluciones del exponente de Liapunov para los datos reales de un fenómeno (o) y para el modelo propuesto (x) rechazándose los de otro modelo propuesto anterior (b), obtenido mediante análisis autorregresivo.

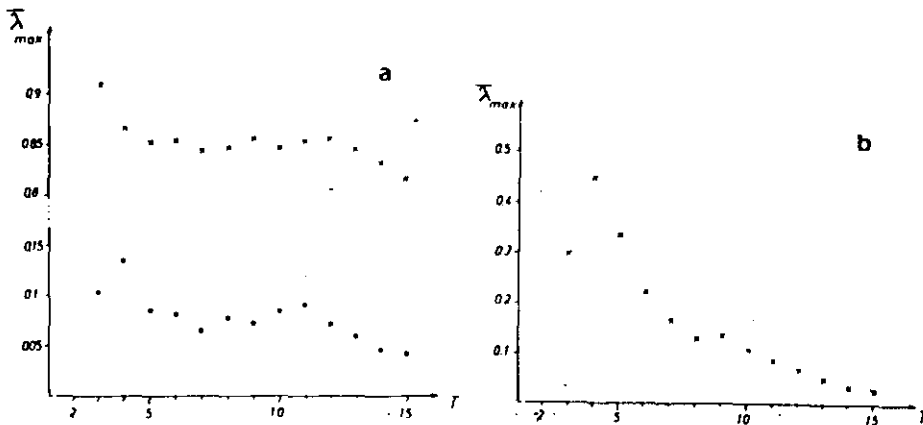


Fig. 2.2.23. Cálculo del exponente de Liapunov para datos procedentes de modelos distintos de un mismo fenómeno. (Kurths, 1987)

para el mismo trabajo anterior, se presenta en la Figura 2.2.24 la comparación entre la Entropía de Kolmogorov calculada para los datos reales (o), los del modelo propuesto (x) y los del modelo rechazado (triángulos).

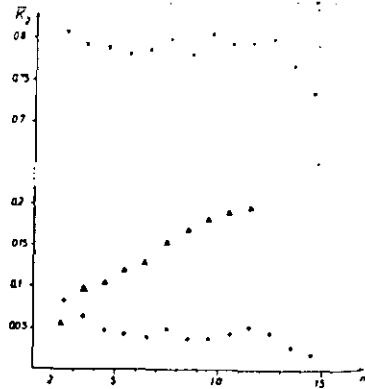


Fig. 2.2.24. Representación gráfica de los valores de la entropía de Kolmogorov para tres modelos distintos de un mismo fenómeno. (Kurths, 1987)

El análisis caótico determinista de la dinámica de las oscilaciones de presión en un lecho fluidizado por ser objeto central de la presente investigación se presenta con detalle en el apartado 2.3.3. de esta Memoria.

Con todos estos ejemplos hemos verificado:

- El posible comportamiento caótico de sistemas aparentemente simples. Episodios de complejidad pueden intercalarse entre los de periodicidad o estabilidad.

- Que el origen del comportamiento complejo se encuentra en la propia naturaleza de los sistemas.

- Cómo la teoría del Caos ha alejado todavía más la frontera entre el determinismo y la aleatoriedad, permitiendo reconocer pautas de orden subyacentes en comportamientos aparentemente complejos.

- El empleo de estas técnicas para la graduación de la complejidad, calificativo que hasta ahora englobaba indiscriminadamente multitud de fenómenos.

- El amplio uso de las técnicas del análisis caótico en la identificación de la dinámica de sistemas de respuesta o comportamiento aparentemente complejo.

-La posible simplicidad de modelos teóricos que ofrecen una respuesta dinámica idéntica a la de los sistemas reales.

-La prevención necesaria para aceptar modelos que evalúan su validez exclusivamente en similitudes estadísticas o en el resultado de regresiones múltiples.

2.2.3.-IDENTIFICACIÓN Y CÁLCULO DE PARÁMETROS CAÓTICOS

La identificación cuantitativa de la naturaleza caótica de un sistema se realiza aplicando diversos métodos, (Farmer, 1982), (Eckmann y Ruelle, 1985), (Swinney y Gollub, 1986), (Landa y Roseblum, 1991), (Provenzale et al., 1992), (Fernández Rañada, 1993) y calculando los parámetros que se resumen a continuación:

- a) Representación gráfica de variable ind./ var. dep.
- b) Cálculo del coeficiente de autocorrelación
- c) Representación del atractor
- d) Sección de Poincaré
- e) Mapa unidimensional o de retorno
- f) Cálculo de la transformada de Fourier
- g) Caracterización del tipo de transición al caos
- h) Cálculo de los exponentes de Liapunov
- i) Cálculo de la dimensión

A continuación se ofrece una breve descripción de cada uno de estos métodos; una descripción detallada y práctica, acompañada de los programas de

cálculo digital de los mismos se encuentra en la sección de Métodos de análisis/ Determinación del nivel de caos, apartado 5.2. de esta Memoria.

2.2.3.1.-Representación gráfica de la variable independiente frente a la variable dependiente.

Se trata de la representación gráfica por excelencia. En el caso de series de datos temporales las variables son el tiempo y la magnitud medida. La mera inspección visual de este tipo de gráfica ofrece una ligera información sobre el grado de regularidad de la dinámica de un sistema pero puede llevar a una interpretación engañosa. Como ejemplo, valga la serie de curvas que se muestran en la Fig. 2.2.25., donde una inspección apresurada o inexperta solo creería reconocer caos en la última de ellas, cuando lo cierto es que desde la segunda (b) el comportamiento ya es caótico, en diferentes grados.

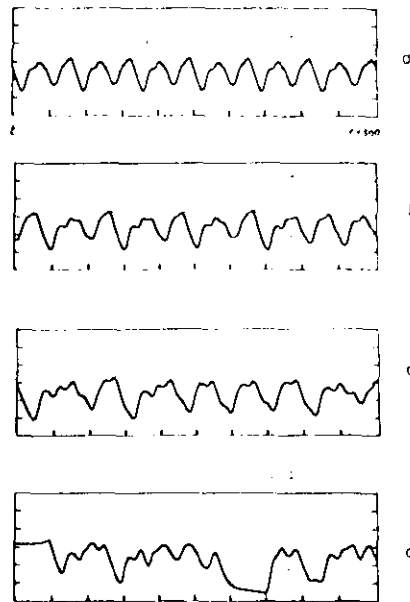


Fig. 2.2.25. Series temporales originadas por la ecuación de Mackey y Glass. (Farmer 1982)

2.2.3.2.-Cálculo de la función de correlación y coeficiente de autocorrelación

La función de correlación es un parámetro que posee valor en sí mismo. También puede ser aplicado al desarrollo de otros parámetros, por ejemplo la

reconstrucción del atractor mediante el método de los retrasos de Ruelle y Takens. La función se denomina C_m , donde m es un valor proporcional al tiempo de predicción o estudio del comportamiento de una función. La función de correlación analiza la posible relación de los valores de una función o una serie temporal respecto de los anteriores de esa misma serie, m intervalos de tiempo antes. Cuando se pretende usar la función en el análisis del comportamiento de un sistema del que se conocen series temporales de datos se procede a representar C_m para valores de $m = 1, 2, 3, 4, \dots$ siendo C_m :

$$C_m = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{j=n} x_j x_{j+m} - \bar{x}_j^2$$

(ec. 2.2.10.)

donde

n = número de datos que se manejan

x_j = dato j -ésimo

Cuando la señal es función del tiempo, $x(t)$, se manejan T datos y el tiempo de predicción (antes m) es J , entonces la función de correlación puede expresarse como

$$C(J) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) x(t+J) dt$$

(ec. 2.2.11.)

Segun F. Rañada (1993), una función de correlación que decrece deprisa con m indica caos, mientras que una que no lo hace o lo hace y vuelve a aumentar, indica regularidad. También, según este mismo autor, C_m puede ser periódica si lo es también la señal. Como ejemplo, se presenta en la Fig. 2.2.26. la representación gráfica de las funciones de correlación para dos tipos de fenómenos de naturaleza bien distinta. El comportamiento caótico de uno de ellos se evidencia observando el brusco descenso del coeficiente de correlación calculado para él (Sugihara y May, 1990).

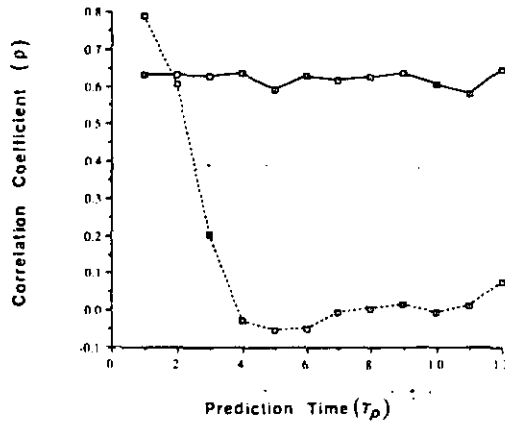


Fig. 2.2.26. La evolución del valor del coeficiente de correlación representada por la línea continua revela un comportamiento no caótico del sistema. Lo contrario se evidencia en la evolución de la línea punteada. (Sugihara y May, 1990)

La función de autocorrelación se deriva de la de correlación (C_m) y se calcula mediante

$$\psi(t) = \frac{C_m}{\sum_{i=1}^{i=n} [x(t) - \bar{x}]^2}$$

(ec. 2.2.12.)

Las gráficas en la Fig. 2.2.27. representan el valor del coeficiente de autocorrelación para diferentes dinámicas de una misma función básica, la función logística de la que se trató en el apartado anterior. Conforme se descende en la serie de representaciones gráficas el grado de caos de los datos resultado de la función logística aumenta. El aspecto de la función de autocorrelación también varía, en las gráficas correspondientes a comportamientos caóticos se aprecia un descenso brusco inicial del valor de la función; también se aprecia una periodicidad en las funciones cuya dinámica es periódica.

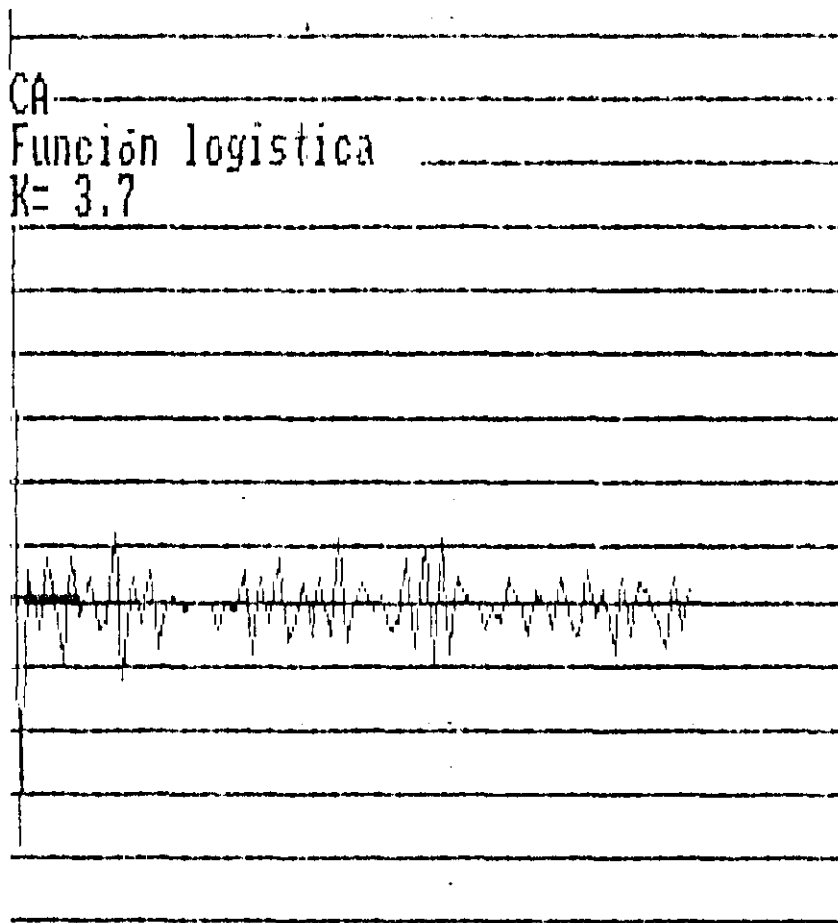


Fig. 2.2.27. Aspecto del cálculo del coeficiente de autocorrelación para diferentes series temporales.

2.2.3.3.-Representación del atractor y secciones de Poincaré

Un atractor es la representación gráfica de la evolución de un sistema dinámico en el que las coordenadas son las componentes del estado o grados de libertad del movimiento de un sistema. Como ejemplo digamos que en el caso del sistema "péndulo" las coordenadas son la posición y la velocidad (Fig. 2.2.4). Este sistema de ejes es la estructura de referencia del denominado "espacio de las fases". La representación gráfica de la evolución de un sistema sigue una "órbita" o camino a través del espacio de las fases. En el caso del péndulo ideal sin rozamiento es una curva cerrada y en el real una espiral. Las formas geométricas, en el espacio de las fases, que caracterizan el comportamiento a largo plazo de un sistema se denominan

atractores. La existencia de un atractor manifiesta un cierto grado de estabilidad de un sistema, ya que este tiende a funcionar en zonas determinadas del espacio de las fases. A continuación, Fig. 2.2.28. se presentan como ejemplo seis atractores reales correspondientes a seis fenómenos distintos. Los tres primeros (fila superior) corresponden a dinámicas no caóticas y los tres restantes a dinámicas caóticas.

Cuando las trayectorias de las órbitas de un atractor no siguen una pauta regular se habla de atractor extraño. Los atractores de sistemas con dinámica caótica son extraños.

Más en concreto, las condiciones que debe reunir un atractor para ser considerado extraño son (Fdez.Rañada, 1993):

- 1) Presentar fuerte sensibilidad a las condiciones iniciales. Esto significa que trayectorias inicialmente próximas se separan exponencialmente.

- 2) Ser estructuralmente estable y genérico, es decir, que ante cambios infinitesimales de los parámetros de la ecuación, no desaparece y que su dimensión cambia continuamente.

- 3) Poseer una geometría fractal.

Los tres atractores inferiores de la Fig. 2.2.28. son "extraños".

Cuando no se conoce la función que describe la dinámica de un sistema y se poseen datos de series temporales de éste, el método de reconstrucción del atractor se basa en el denominado método del tiempo de retraso (Ruelle y Takens):

Denominamos $X_0(t)$ a la serie temporal obtenida a partir de los datos de medida, aunque en la dinámica del sistema participan también otras variables $X_k(t)$, $k=1,2,\dots,n-1$. Intentamos reconstruir dicha dinámica a partir de los datos de $X_0(t)$. Para ello consideramos el espacio de las fases cubierto por las variables X_k . El estado momentáneo del sistema corresponde a un punto P de dicho espacio, mientras que una secuencia de dichos estados define una curva a la que hemos llamado trayectoria en el espacio de las fases. Con el correr del tiempo el sistema alcanza un régimen permanente, supuesto que la dinámica del sistema se puede referir a un conjunto de leyes deterministas y disipativas. Esto queda reflejado en la convergencia de familias enteras de trayectorias del espacio de las fases. A este conjunto inferior invariante lo denominamos "atractor" (Prigogine 1994).

El primer paso consiste en determinar un conjunto adecuado de variables que cubran el espacio de las fases. Para ello existen varios métodos, uno de ellos consiste en generar series independientes de datos a partir de la registrada. Estas

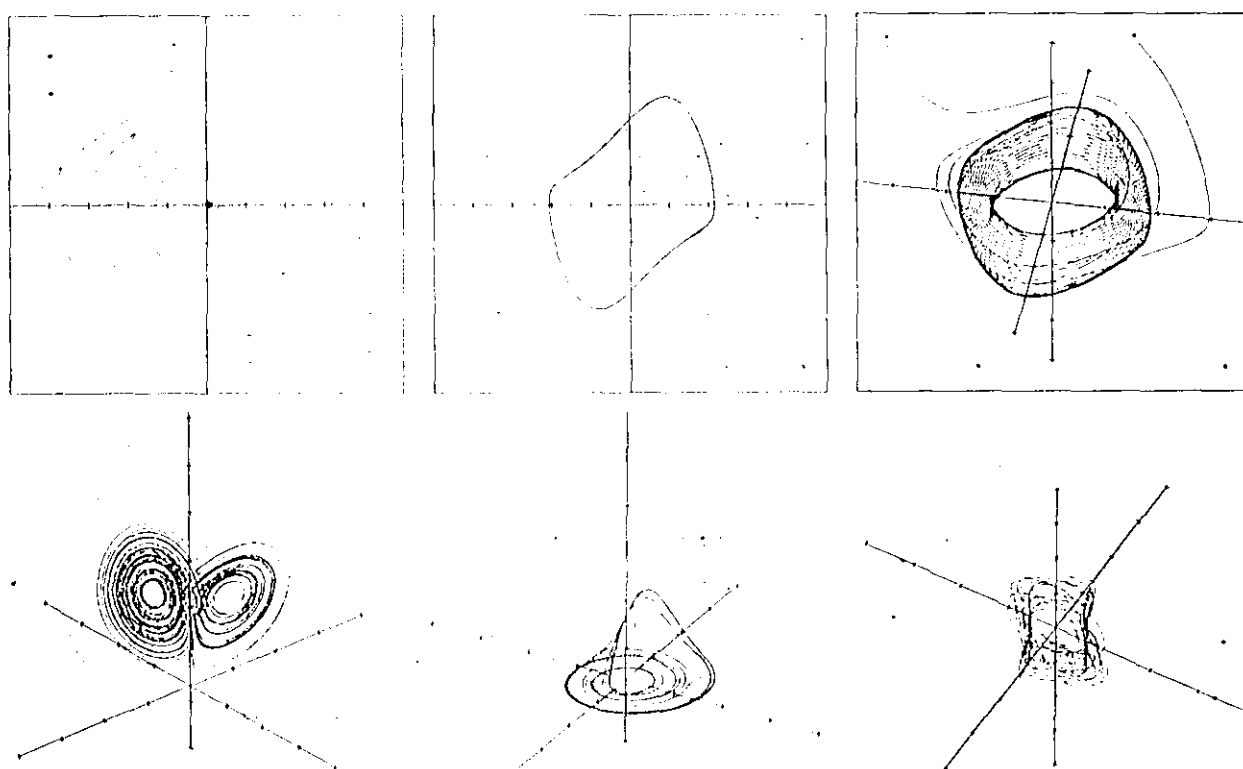


Fig. 2.2.28. Atractores no caóticos (encuadrados) y caóticos. (Crutchfield, 1987)

series se pueden construir si se adopta un valor de intervalo temporal denominado τ que suele ser un múltiplo entero del intervalo (it) empleado en el registro de los datos experimentales, $\tau = M(it)$ (el valor de $M(it)$ suele tomarse igual al del tiempo para el que la función de autocorrelación presenta el primer cero) . Empleando τ

podemos generar H series temporales linealmente independientes, de n términos cada una, del tipo

$$X_H = \{ X(t_1 + H\tau), X(t_2 + H\tau), \dots, X(t_n + H\tau) \} \quad H=1,2,3,\dots$$

(ec. 2.2.13.)

de este modo disponemos de información suficiente como para trascender el espacio unidimensional de la serie temporal inicial y desarrollar la dinámica del sistema en un espacio de fases multidimensional (de dimensión igual al valor tomado para H). Esta información nos permite representar el retrato de las fases del sistema o sea su proyección sobre un subespacio del espacio de fases completo, de dimensión más baja.

Un punto P_i del espacio de las fases reconstruido mediante el método anterior posee las H coordenadas siguientes

$$P_i = (X(t_i), X(t_i + \tau), X(t_i + 2\tau), \dots, X(t_i + H\tau))$$

y obtendremos n puntos P_1, P_2, \dots, P_n correspondientes a $i=1,2,\dots,n$.

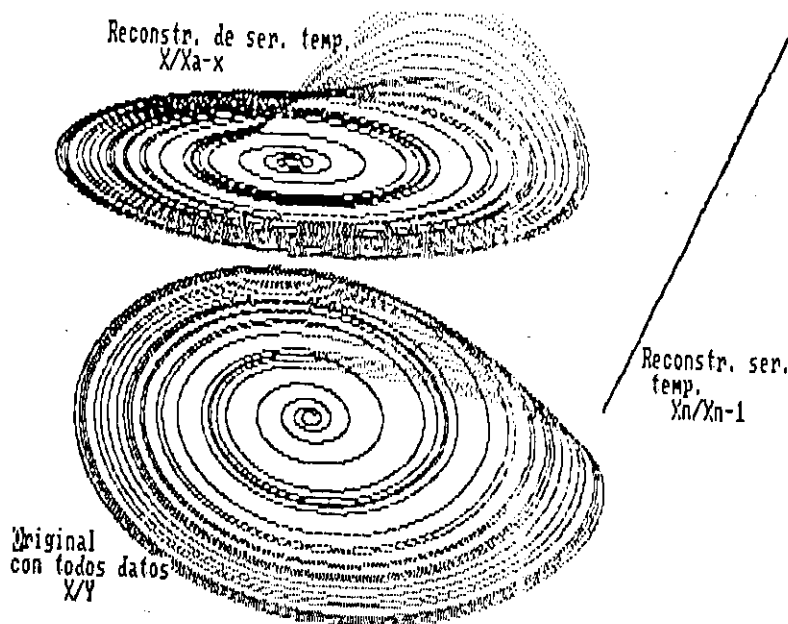


Fig. 2.2.29. Tres presentaciones del mismo fenómeno. (Arriba izquierda) atractor X/X' , (abajo izquierda) atractor con datos originales, (derecha) atractor X/X_{n-1} .

Otras dos maneras de reconstruir el atractor original son:

- 1) tomar como coordenadas de cada punto el valor de la variable original y la derivada en dicho punto.
- 2) tomar como coordenadas de cada punto el valor de la variable original y la diferencia entre este valor y el anterior.

Cualquiera de las cuatro maneras de reconstruir el atractor genera uno topológicamente igual al original. Como ejemplo de esto último se presenta el aspecto del atractor de Rössler para los cuatro métodos anteriores, en la Fig. 2.2.29.

2.2.3.4.-Sección de Poincaré

Poincaré inventó una técnica matemática muy útil en la investigación de un sistema, pues permite reducir el problema a uno más simple con menos dimensiones. Se trata de cortar el atractor m -dimensional de un sistema con una "superficie" $(m-1)$ -dimensional. Si denominamos P_i a los puntos de corte, la representación de estos puntos constituye lo que hemos denominado mapa de Poincaré. A continuación pueden verse dos diferentes atractores, Figs. 2.2.30. y 2.2.31. , el más regular corresponde a la dinámica de la reacción oscilante de Belousov-Zhabotinskii. Junto a los atractores se encuentran las correspondientes secciones de Poincaré.

La forma de evaluar el resultado de una sección de Poincaré es doble: por un lado el propio aspecto, que si es complejo indica caos, por otro las variaciones del aspecto con la evolución del sistema. En este ultimo punto es especialmente evidente el caos cuando la linea representación va retorciéndose o en general alterando complejamente la forma en los diferentes estadios del sistema.

2.2.3.5.-Mapa unidimensional

Si denominamos P_i a los puntos de corte obtenidos en la sección de Poincaré, cuando se representan estos puntos en la forma P_n/P_{n+1} se obtiene una linea denominada Mapa Unidimensional. En la Fig. 2.2.30. (c), puede observarse el mapa unidimensional del atractor correspondiente a la reacción de Belousov.

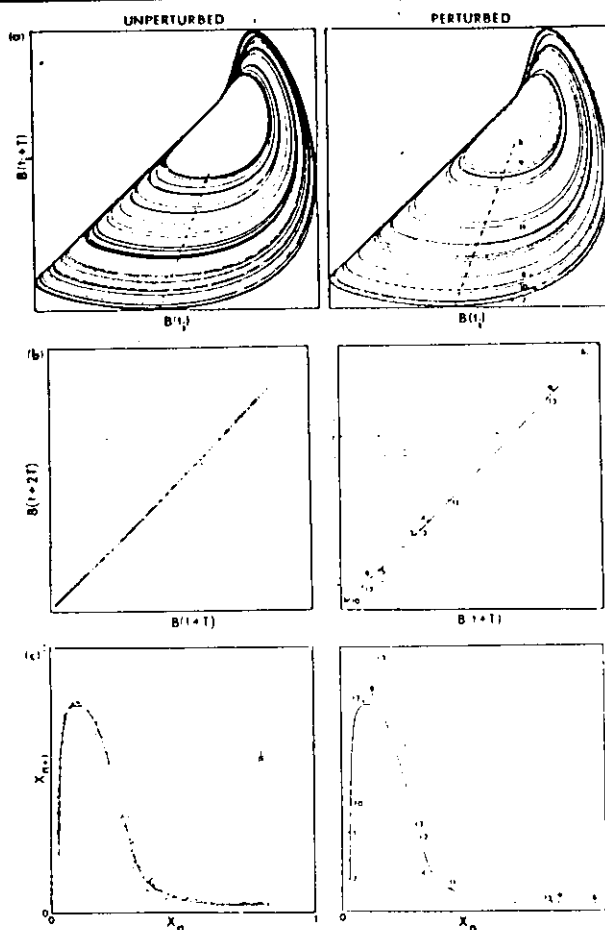


Fig. 2.2.30. (a) Atractor, (b) Sección de Poincaré y (c) Mapa de retorno unidimensional, para la reacción de Belousov-Zabotinsky. (Roux y col., 1983)

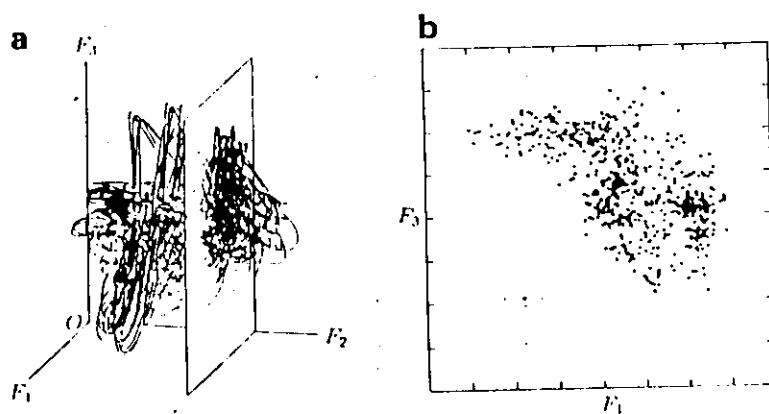


Fig. 2.2.31. (a) Representación del plano de corte del atractor y (b) aspecto de la representación del resultado de dicho corte. (Kida y al., 1989)

2.2.3.6.-Cálculo de la transformada de Fourier

La transformación discreta de Fourier para una secuencia

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$$

se puede representar como

$$xf_1, xf_2, xf_3, \dots, xf_n$$

donde cada término xf_n se calcula mediante

$$xf_k = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{j=1}^{j=n} x_j \exp\left(-i \frac{2\pi jk}{n}\right)$$

(ecs. 2.2.14.)

y la intensidad con que interviene el término con frecuencia k es

$$E_k = |xf_k|^2$$

donde a los máximos de intensidad se les denominará habitualmente "picos", "rayas" o "líneas".

La mejor manera de apreciar el resultado de este algoritmo es la gráfica de la Fig. 2.2.32.. En la figura se observan tres espectros distintos asociados a sus respectivas series temporales de origen (A.Fdez.-Rañada).

2.2.3.7.-Caracterización del tipo de transición al caos

Se ha observado que la evolución de un sistema hacia una dinámica caótica se puede producir mediante un reducido catálogo de modos, si se tiene en cuenta la

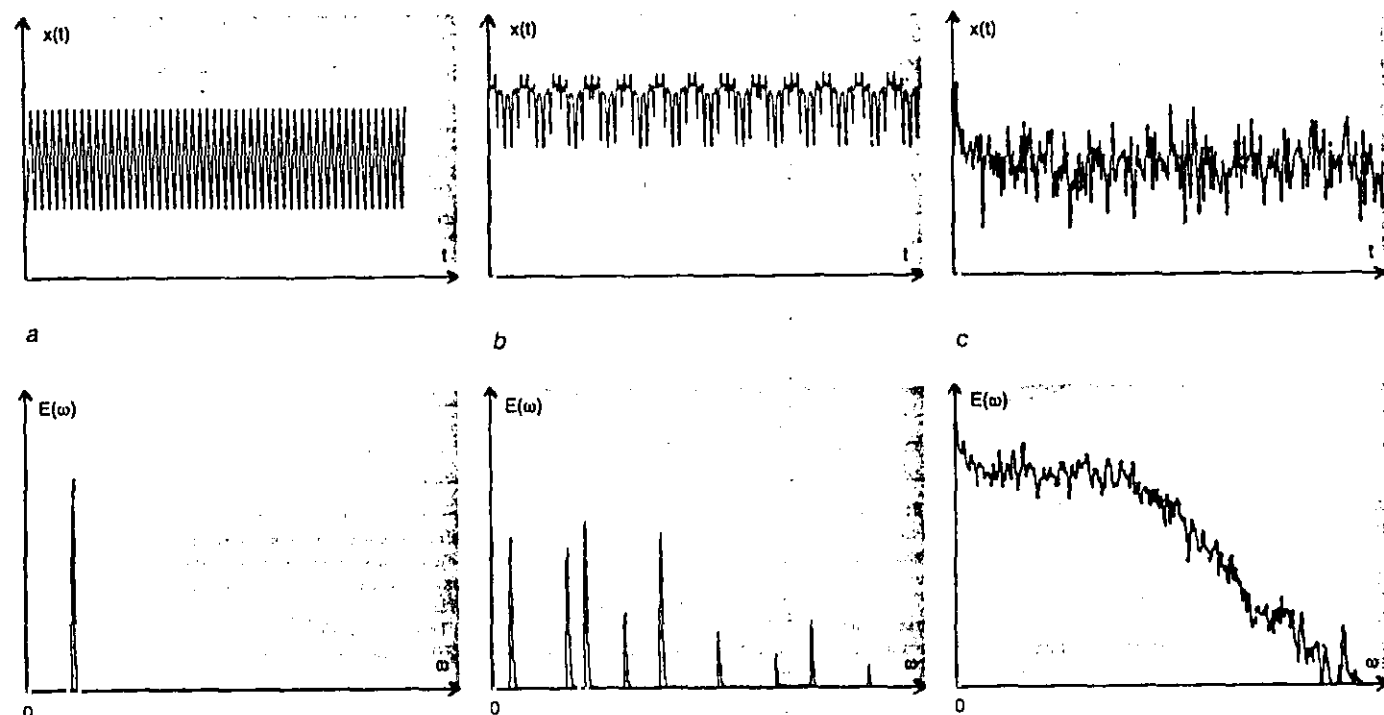


Fig. 2.2.32. En la parte superior pueden observarse tres series temporales y en la inferior sus correspondientes espectros de Fourier. La serie (c) es la de una señal caótica. (Fdez. Rañada, 1986)

manera en que aumenta el número de frecuencias principales del sistema (Abraham et al., 1984).

Estos modos se pueden resumir en cuatro:

- Cascada de duplicación de periodo
- Intermitencias
- Agotamiento de frecuencia inferior
- Catastrófica

De los cuatro tipos el más universal es el primero, observado, por ejemplo, en la función logística. Se distingue por la aparición de 1, 2, 4, 8,... frecuencias diferentes al aumentar el valor de la variable de control. Cuando así ocurre los valores de la variable de control donde ocurren las duplicaciones (VVC_n) guardan entre sí una relación relativamente compleja:

$$\frac{(VVC_n - VVC_{n-1})}{(VVC_{n+1} - VVC_n)}$$

(ec. 2.2.15.)

cuyo valor tiende a $4,66920166091102\dots$ denominado "número de Feigenbaum". Otro número de Feigenbaum, el segundo y ultimo, es el que describe el aumento en la densidad de "empaquetamiento" de las frecuencias estables producidas en las bifurcaciones de periodo, $2,502907875095\dots$ (Hofstadter, 1982). En la Fig. 2.2.33 pueden observarse en ordenadas los diferentes valores de VVCn para los que se produce duplicación, y en abscisas líneas verticales situadas en los valores de las frecuencias estables producto de cada fase. Como puede apreciarse la densidad de líneas aumenta para cada duplicación.

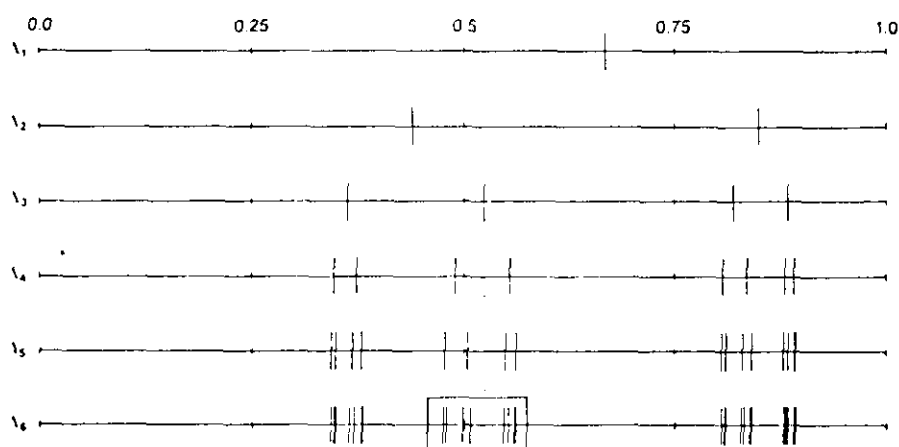


Fig. 2.2.33. Situación de los valores de estabilización (abscisas) de un sistema para el crecimiento del valor de la variable de control (ordenadas). (Hofstadter, 1982)

2.2.3.8.-Exponente de Liapunov

Es la medida de la separación exponencial de dos trayectorias inicialmente próximas. Si lo denominamos E.L. su cálculo se realiza mediante

$$EL = \frac{1}{t_m - t_0} \sum_{k=1}^{k=m} \log \frac{L(t_k)}{L(t_{k-1})}$$

(ec. 2.2.15.)

donde $L(t)$ es la separación entre puntos del atractor, t_k es el instante en el que se evalúa la separación y m es el número de veces que se evalúa la distancia de una pareja de puntos. Esta cantidad es negativa para un atractor de punto fijo, cero para un ciclo límite o un atractor toroidal y positiva para un atractor extraño. (Swinney

y Gollub, 1986)(Eckmann et al., 1986)(Wolf y Swift, 1985). Se trata de uno de los parámetros más sensibles del nivel de caos.

La forma de calcular el E.L. ofrecida anteriormente nos permite conocer el mayor de los diferentes exponentes de un sistema, tantos como dimensiones. Cada exponente mide el grado de divergencia del atractor en una dirección diferente.

2.2.3.9.-Cálculo de la dimensión

Esta dimensión, se refiere al concepto "dimensión del atractor". Como ejemplos de este concepto, partamos citando la de diversos elementos bien conocidos: Una línea 1, una superficie 2 y un volumen 3. Cualquier objeto físico o geométrico cuya dimensión posea un valor intermedio entre dos enteros se dice que posee una dimensión fractal, término acuñado por el matemático Benoit Mandelbrot. Como objeto real y cotidiano cuya dimensión se acerca a la definida anteriormente podemos citar una esponja, que ocupa un espacio tridimensional y sin embargo no se trata de un objeto que rellene este espacio tridimensional al 100%. En la Fig. 2.2.34 se muestra un ejemplo de objeto fractal con dimensión 1,26.

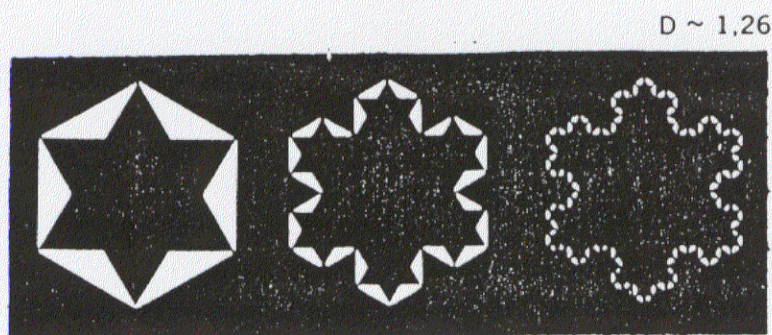


Fig. 2.2.34. Curva de von Koch. Perfil cuya secuencia de construcción, en sus tres primeros pasos, puede apreciarse en los tres polígonos mostrados. La dimensión del perímetro de la figura es de 1,26. Esta línea contorno no llega a ser superficie, pero posee una dimensión superior a la de línea simple, puesto que "rellena" el espacio de una forma intermedia entre línea y superficie. (Mandelbrot, 1987)

Conocer la dimensión del atractor de un sistema dinámico significa conocer el número mínimo de variables necesarias para definir las ecuaciones del sistema. Para sistemas con muchos grados de libertad o aleatorios la dimensión es muy

grande. Cuando la apariencia del comportamiento de un sistema es desordenada o aleatoria y la dimensión de éste es baja, la dinámica del sistema puede que sea caótico-determinista.

Se conocen tres dimensiones diferentes: Fractal (D), de información (d) y de correlación (dc).

La dimensión fractal es muy difícil de calcular si no se conoce la ecuación que gobierna el sistema, lo que ocurre frecuentemente en series temporales de datos experimentales. Sin embargo las otras dos dimensiones guardan una estrecha relación con la fractal:

$$dc \leq d \leq D$$

dándose muchas veces que

$$dc = d = D$$

El cálculo de dc (dimensión de correlación) se realiza mediante

$$dc = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\lg(c(q))}{\lg q}$$

(ec. 2.2.16.)

donde

$n(q)$ = número total de pares de puntos distanciados menos que una distancia q .

$$C(q) = 1 / (n(q))^2$$

El cálculo de d (dimensión de información) se realiza mediante la expresión

$$d = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\overline{\lg(s(r))}}{-\lg(r)}$$

(ec. 2.2.17.)

donde el numerador es la media del valor del logaritmo del n° de puntos del atractor contenidos en una esfera de radio r , tomada esta información con varios puntos de referencia.

En la Fig. 2.2.35. se aprecia un ejemplo simplificado de cálculo de la dimensión.

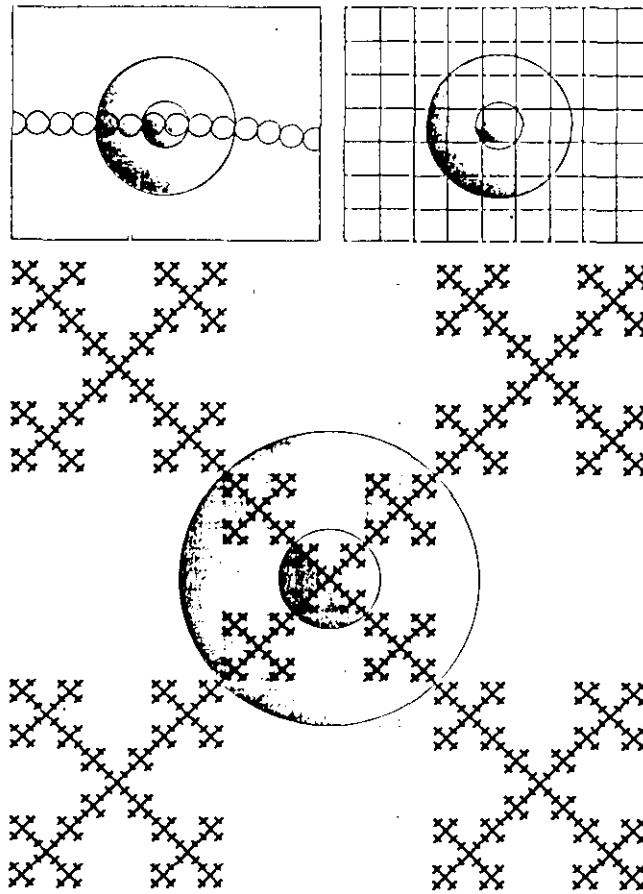


Fig. 2.2.35. Tres ejemplos de cómo se calcula la dimensión de una distribución de puntos u objetos, mediante el método de las esferas. (arriba izquierda) Al recontar el número de puntos (circunferencias pequeñas) que están contenidas en la esfera grande y en la pequeña, se observa que al triplicar el radio de la pequeña, se triplica el número de circunferencias contenidas; dimensión 1. (arriba derecha) Al realizar la misma operación anterior sobre una distribución bidimensional de cuadrados, el número de ellos contenidos se multiplica por 9; la proporción logarítmica es de 2, la dimensión. (abajo) al tratarse de una distribución intermedia entre la línea y la superficie, aunque más cerca de la última, la dimensión calculada por el método anterior es de 1,46.

2.2.4.-GEOMETRIA FRACTAL

2.2.4.1.-Definición

La palabra "fractal" es un neologismo, creado en 1975 por B.Mandelbrot, que designa configuraciones autosemejantes irregulares o fragmentarias. Los objetos fractales contienen estructuras incrustadas unas dentro de otras y cada estructura es una reproducción, no necesariamente idéntica, de la mayor (Peterson, 1992). Geométricamente, un fractal es un subespacio generado por transformaciones geométricas simples del espacio principal, además exhibe propiedades invariantes ante este mismo tipo de transformaciones (Barnsley 1988). Como ejemplo evidente puede proponerse un objeto geométrico denominado "malla o tamiz de Sierpinsky", que se puede observar en la Fig. 2.2.36..

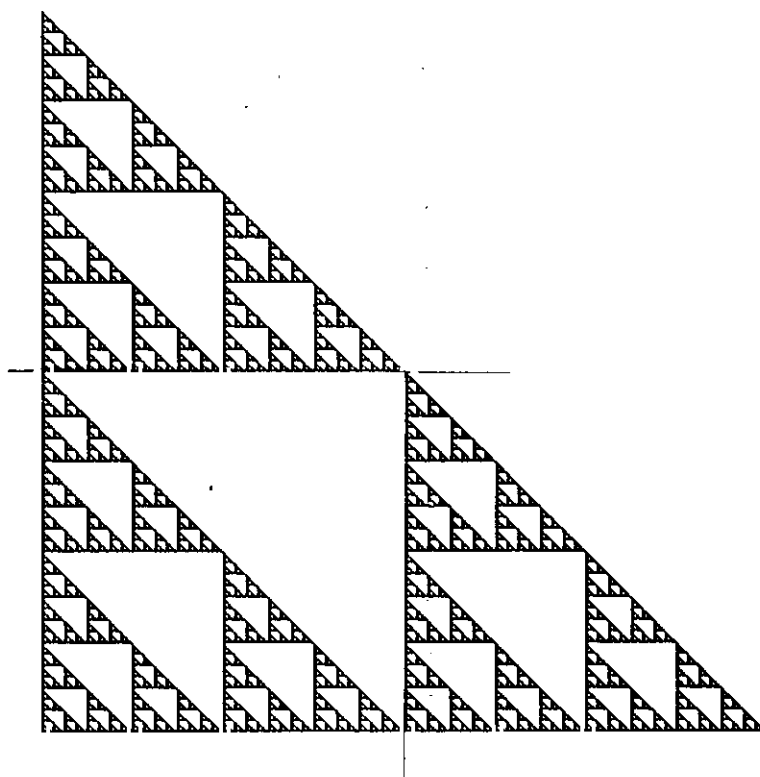


Fig. 2.2.36. Malla de Sierpinsky. (Barnsley, 1988)

En un objeto fractal, al observar escalas menores no necesariamente se encuentran siempre estructuras idénticas a las de escalas superiores, como ocurría en el ejemplo anterior. Lo que permanecerá idéntico serán las propiedades topológicas y geométricas. Otro ejemplo ilustrador de esto último es el paisaje que se muestra en las figuras 2.2.37., creado mediante un algoritmo generador de fractales.

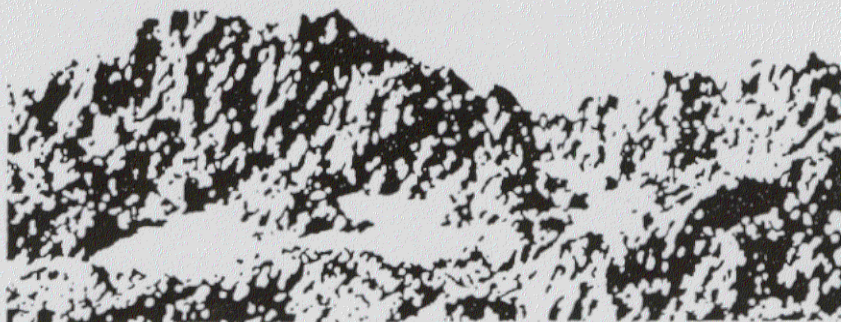


Fig. 2.2.37. Paisaje artificial creado mediante algoritmos geométricos de naturaleza fractal. La verosimilitud alcanzada se debe a la armónica irregularidad que sin embargo se genera mediante mecanismos muy sencillos, en comparación con los resultados. La misma técnica se usa para simular sustratos sólidos reactivos. (Peterson, 1992)

o también esta superficie jalonada de "burbujas o huecos", que tanto recuerda a un lecho fluidizado bidimensional:

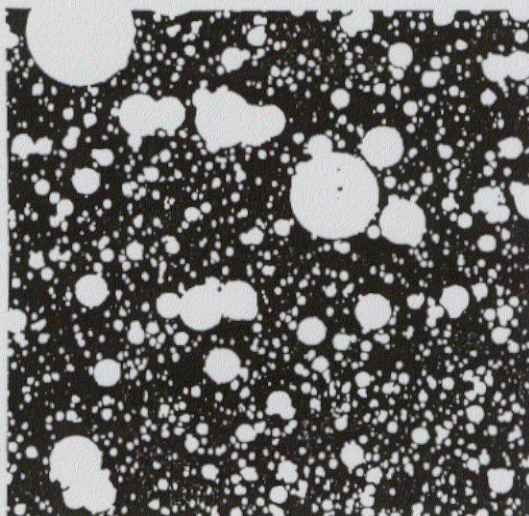


Fig. 2.2.38. Superficie heterogénea de huecos circulares, creado mediante técnicas fractales. (Mandelbrot, 1987)

Los objetos fractales, además de en su aspecto y estructura, presentan peculiaridades en la densidad y en la dimensión. A diferencia de los materiales cristalinos o de los desordenados, en los objetos fractales la densidad disminuye al aumentar el volumen de objeto considerado (Sander 1987).

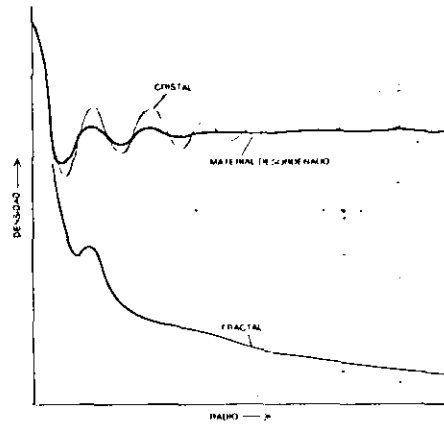


Fig. 2.2.39. Evolución de la densidad de un material, al variar el tamaño. (Sander, 1987)

Los fractales poseen dimensiones no enteras. Esta dimensión nunca será mayor a la euclidiana del espacio en el que está integrada. Esto se puede comprobar fácilmente en algunos fractales generados por reglas simples como el conjunto de Cantor, la curva de Koch y la esponja de Menger.

El denominado Conjunto de Cantor se obtiene partiendo de un segmento y aplicando en el repetidamente la operación "subdividir en tres un segmento y retirar el central". El conjunto de punto así obtenido posee una dimensión de 0,63. Fig. 2.2.40.

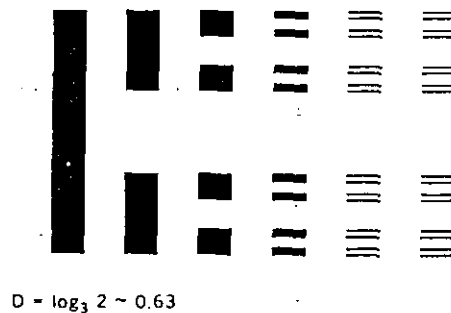


Fig. 2.2.40. Seis etapas de la génesis del denominado "polvo de Cantor". Se parte de la barra compacta situada más a la izquierda y se practican sucesivamente huecos de 1/3 de la longitud total en cada segmento continuo. (Mandelbrot, 1987)

Como Curva de Koch, Fig. 2.2.41., se conoce a la línea quebrada que se genera a partir del perímetro de un triángulo en el que se substituye el tercio central de cada lado por un triángulo de tamaño 1/3 del tamaño del triángulo origen. La línea perímetro así creada posee una dimensión de 1,26 ya que no posee la capacidad de ocupación de un área (dimensión 2), a pesar de la elevada rugosidad e

irregularidad, pero esta irregularidad también la aparta de las líneas rectas originales (dim. = 1)

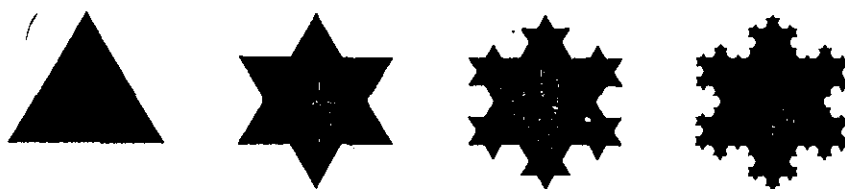


Fig. 2.2.41. Cuatro etapas iniciales en la génesis de la Curva de Koch. (Peterson, 1988)

Por las mismas razones que en los casos anteriores la Esponja de Menger, Fig. 2.2.42., posee una dimensión 2,727, superior a 2 puesto que se trata claramente de un objeto de geometría no superficial pero inferior a 3 puesto que la abundancia de huecos reduce el carácter de compacidad.

2.2.4.2.-Cálculo de la dimensión de un objeto fractal

Los objetos fractales pueden clasificarse en dos grupos de acuerdo con su origen:

- Generados por una operación geométrica simple repetitiva.
- De naturaleza espontánea fractal o próxima a ella.

En el primer caso la dimensión puede deducirse, si se conoce la operación generadora mediante el algoritmo de Hausdorff:

(ec. 2.2.18.)

donde se calcula en base a la suposición de que la operación geométrica consiste en la subdivisión de un objeto inicial (P) en un número de objetos de menor tamaño (Q).

$$dimens. = \frac{\log\left(\frac{n^3 \text{ objetos de tamaño } Q}{n^3 \text{ objetos tamaño } P}\right)}{\log\left(\frac{\text{tamaño } P}{\text{tamaño } Q}\right)}$$

En el segundo caso la dimensión ha de calcularse mediante el algoritmo descrito en el apartado 5.2.4..

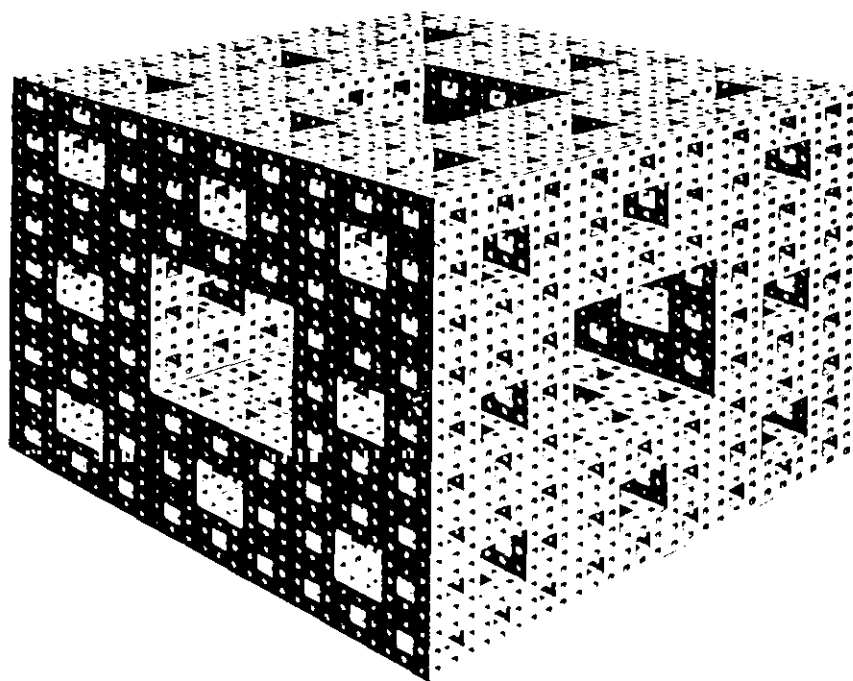


Fig. 2.2.42. La "esponja" de Menger es equivalente en tres dimensiones a la malla de Sierpinsky.
(Peterson, 1988)

2.2.4.3.-Aplicaciones

Tres son las principales aplicaciones, en el campo de la Ingeniería Química, de los conceptos y propiedades derivadas de la geometría fractal:

1) Descripción simple de la geometría y propiedades de aquellos sistemas que exhiban estas características. Al identificarse en muchos casos

geometrías generadas mediante operaciones simples repetidas, basta con describir la operación simple para definir sintéticamente cualquier posible complejidad generada en esta operación. Así ocurre en estudios relacionados con geometrías de superficies a diferentes escalas, caso del estudio de catalizadores, crecimiento por agregación con difusión limitada y otros. Una reciente investigación sobre modificación química de polipropilenos vía radical (García Martínez 1995) sugiere un posible modelo fractal en el sustrato reactivo. Sander (1987) sugiere un modelo de crecimiento fractal para un proceso de agregación.

2) Otra aplicación es la discriminación, para fenómenos de dinámica aparentemente compleja como son por ejemplo la mezcla de fluidos, la fluidización y la convección natural, entre naturaleza dinámica caótico-determinista o aleatoria.

La dimensión para un fenómeno complejo de naturaleza aleatoria es elevada, esto supone un igualmente elevado número de variables a tener en cuenta en un posible modelo, lo que lo hace inviable. Si el fenómeno complejo posee una baja dimensión, la modelización del mismo requerirá un número igualmente bajo de variables, haciendo posible la explicación de una complejidad aparente a partir de ecuaciones y relaciones simples, esencia del caos determinista. En la Figura 2.2.43 se puede observar cómo la dimensión, calculada mediante el algoritmo de la dimensión de correlación, para un fenómeno aleatorio aumenta monótonamente al hacerlo el valor de la variable representada en abscisas, mientras que la del fenómeno real comparado tiende a estabilizarse en un valor que se tomará como dimensión.

3) Identificación, por analogía, del origen de la dinámica de un sistema

Conocer la dimensión del atractor asociado a una serie temporal en apariencia compleja y descartar su naturaleza aleatoria no es suficiente información para conocer el origen de la dinámica de un sistema. Dos sistemas que trabajen en condiciones cercanas no siempre lo hacen bajo la misma dinámica o también puede ocurrir que sí lo hagan pero el registro de los datos aparente diferencias. Una forma de resolver este tipo de dilemas es comparar las dimensiones de ambas series de datos; una semejanza sugeriría también similitud de dinámicas.

En la Figura 2.2.44. se pueden apreciar dos series temporales aparentemente diferentes desde el punto de vista dinámico y que sin embargo se han obtenido en idénticas condiciones. La misma naturaleza fractal de ambas y su idéntica dimensión son en este caso mejor prueba que el aspecto externo.

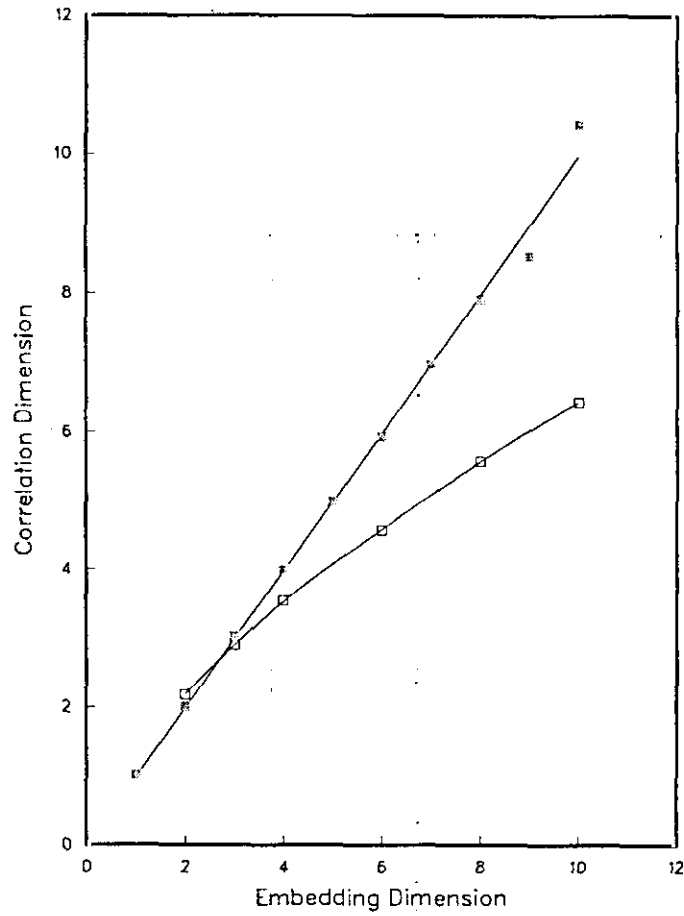


Fig. 2.2.43. La línea de cuadrados rellenos representa la evolución de la dimensión para un fenómeno aleatorio. La de cuadrados vacíos, para uno caótico. (Tan y Devine, 1991)

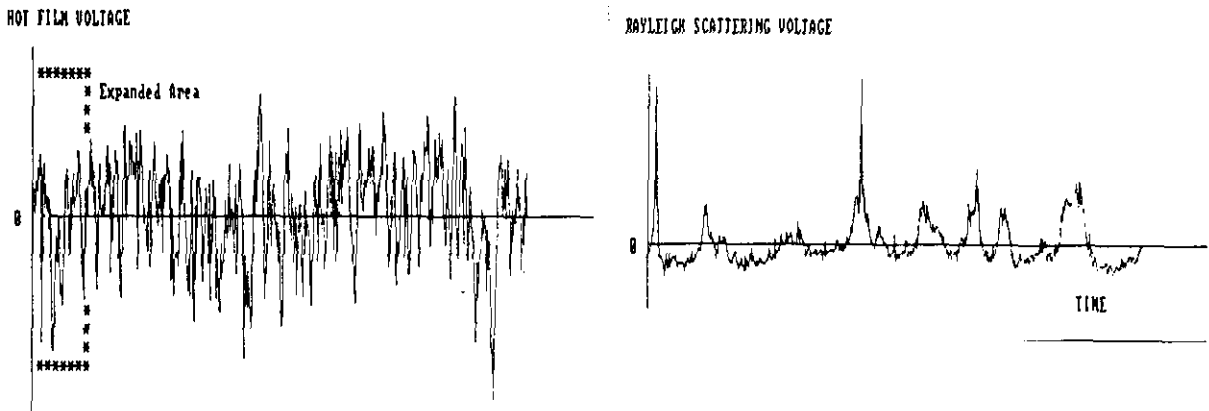


Fig. 2.2.44. Dos series temporales aparentemente distintas y sin embargo con la misma naturaleza dinámica. (Barnsley, 1988)

El único trabajo de investigación que asocia naturaleza fractal y lecho fluidizado es el desarrollado por Fan, Neogi, Yashima y Nassar en 1990, donde se hipotetiza la naturaleza fractal de las oscilaciones de presión registradas en un lecho fluidizado gas-líquido-sólido y se analizan en consecuencia. Se identifica el comportamiento de estas oscilaciones con el denominado Movimiento Browniano Fractal (FBM o Fractal Brownian Motion), cuya irregularidad puede medirse mediante el denominado índice de Hurst, parecido a la dimensión fractal. El mencionado índice parece distinguir bien entre diferentes regímenes de fluidización.

2.3.-ANÁLISIS DE OSCILACIONES DE PRESIÓN EN UN LECHO FLUIDIZADO

2.3.1.-CLASIFICACIÓN DE LAS SERIES TEMPORALES

Las series temporales de datos constituyen la manera más común y asequible de recabar información real sobre el comportamiento de un sistema. La modelización y el conocimiento de la dinámica de un sistema se puede basar, entre otros fundamentos, en la identificación de la naturaleza de los datos de una serie temporal de una variable dependiente perteneciente al sistema.

La información contenida en los datos de una serie tiene dos componentes:

1) El propio fenómeno estudiado (señal principal)

2) El ruido (podemos considerar como ruido bien contribuciones a la señal procedentes de fenómenos o dispositivos ajenos al sistema objeto de estudio, bien señales del propio sistema, generalmente de baja intensidad).

Si, como es frecuente, se decide excluir el ruido del objeto de estudio de una serie temporal, existen varias formas de evitarlo:

a) Realizar previamente a la toma de señal una prospección de las posibles fuentes de ruido así como de sus intensidades y características (es bien conocida la ubicuidad de la señal parásita de 50Hz procedente de la red eléctrica) y evitar la mayor cantidad de ellas.

b) Ajustar el umbral del registro de señal por encima del nivel de ruido previsto.

c) Realizar, si es posible, un registro diferencial de señal, donde el dato almacenado procede de la sustracción en tiempo real de dos señales: una procedente del fenómeno y otra de una línea "ciega" dispuesta en idénticas condiciones que la línea principal.

d) Aplicar a los datos ya registrados, alguna técnica de filtrado digital, como por ejemplo el filtrado lineal o el cálculo de medias móviles.

En las Figs. 2.3.1. y 2.3.2. se presentan dos ilustraciones en las que se pueden apreciar los efectos que sobre una señal tienen estos tipos de filtrado.

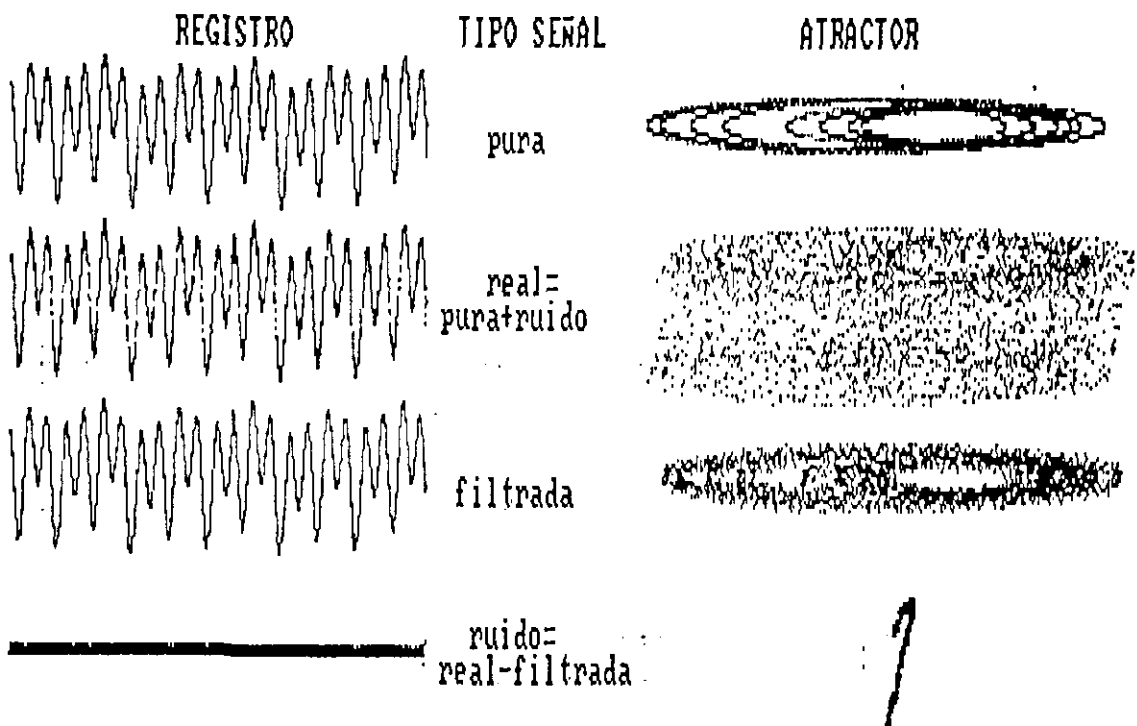


Fig. 2.3.1. Cuatro series temporales de datos con los atractores correspondientes. La denominada pura es el resultado de una suma de funciones periódicas. A ésta se le ha sumado un ruido aleatorio procedente de la función logística para generar la segunda señal presentada y posteriormente se ha preparado una tercera realizando en ésta última la media aritmética de 5 en 5 datos, cuyo resultado se aprecia en la tercera señal. La última serie presentada corresponde a la diferencia entre la señal completa y la filtrada.

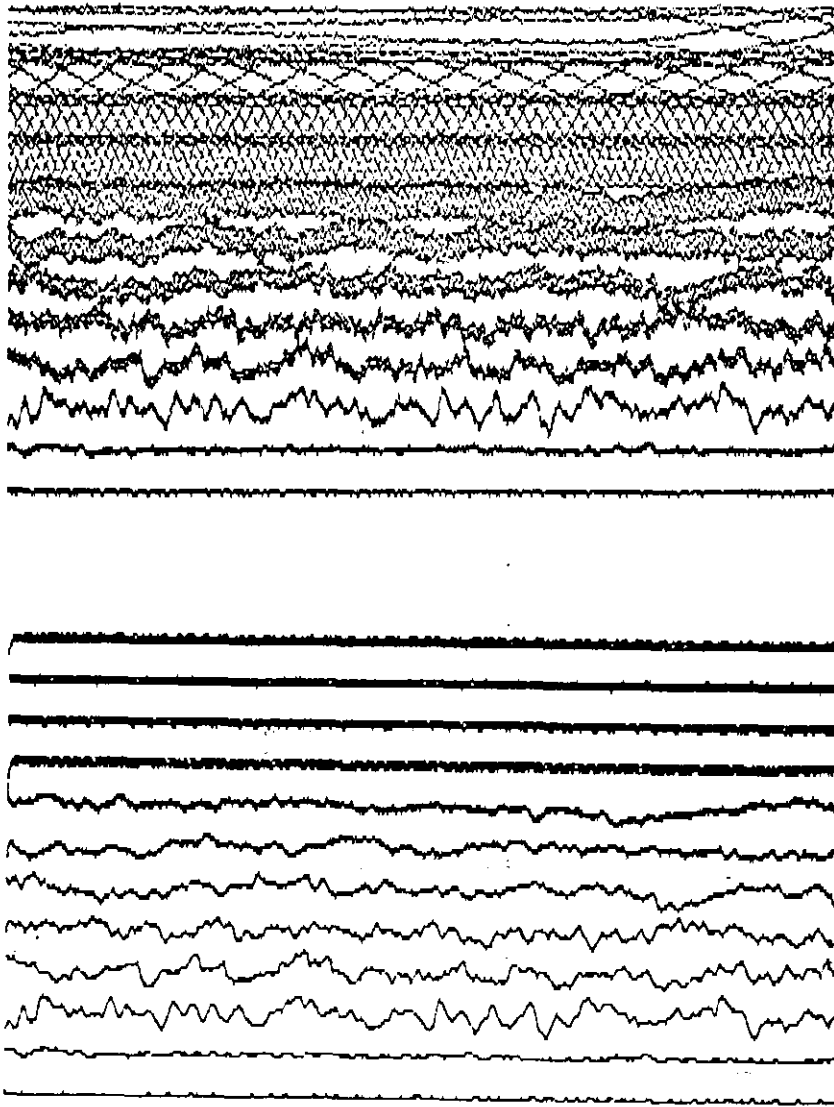


Fig. 2.3.2. En el cuadro superior se presentan las series temporales procedentes de un lecho fluidizado en diversas fases de fluidización. A todas ellas se les ha aplicado un filtro lineal con $f=0,1$ y el resultado se aprecia en el cuadro inferior.

A pesar de la tendencia habitual a evitar el ruido en beneficio de la pureza de la señal en una transmisión de datos, cuando se trata de analizar dinámicas complejas o no lineales, conviene no descartar esta información. Como se demostrará en este trabajo más adelante, el análisis del ruido puede en muchos casos aportar información adicional aunque para esto ultimo es necesario emplear unas

técnicas diferentes a las estadísticas como por ejemplo las contenidas en la teoría del Caos determinista.

Tanto la denominada señal principal como el ruido pueden clasificarse, en cuanto a su naturaleza y a la dificultad de su modelización, en las siguientes clases:

Determinista	Periódico	Simple (función aislada)
		Complejo (función + armónicos)
	No-periódico	Cuasi-periódico (suma de funciones)
		Transitorio
Caótico debil (desorden, origen determinista)		
No determinista	Estacionario	Caótico fuerte (origen determinista complejo)
		Ergódico (media y autocorrelación ctes.)
	No estacionario	No ergódico

que se resumen principalmente en tres:

Deterministas, Caóticos y Aleatorios

(adviértase que el tipo "caóticos" es una clase nueva añadida a partir de los años 80 a la clásica subdivisión entre Deterministas y Aleatorios. Los fenómenos y circunstancias en las que se presenta se han tratado en el punto 2.2)

En cada caso, las características y los tipos son los siguientes

Deterministas

Características: La señal presenta un comportamiento o aspecto asimilable a alguna función conocida, donde la regularidad en su comportamiento es la tónica general, Fig. 2.3.3.. El fenómeno de donde procede exhibe una dinámica sencilla en la que las interacciones de las variables es lineal. La predictibilidad es máxima. Las desviaciones más frecuentes de estas características puras son dos:

-La señal es suma de un número finito y pequeño de señales deterministas, bien de frecuencias relacionadas (armónicos) o no. En este caso existen mecanismos para descomponerla.

-La señal está contaminada por ruido

Tipos: Presenta la misma variedad que existe en cuanto a tipos de funciones. Así encontramos señales crecientes, decrecientes, periódicas, convergentes, divergentes etc... Podría ocurrir que una misma función exhiba un comportamiento determinista o caótico determinista, dependiendo del valor de algun parámetro, como así ocurre en el caso de la denominada "función logística", de la que se trata más adelante.

Tratamiento:

Representación gráfica de variables distintas

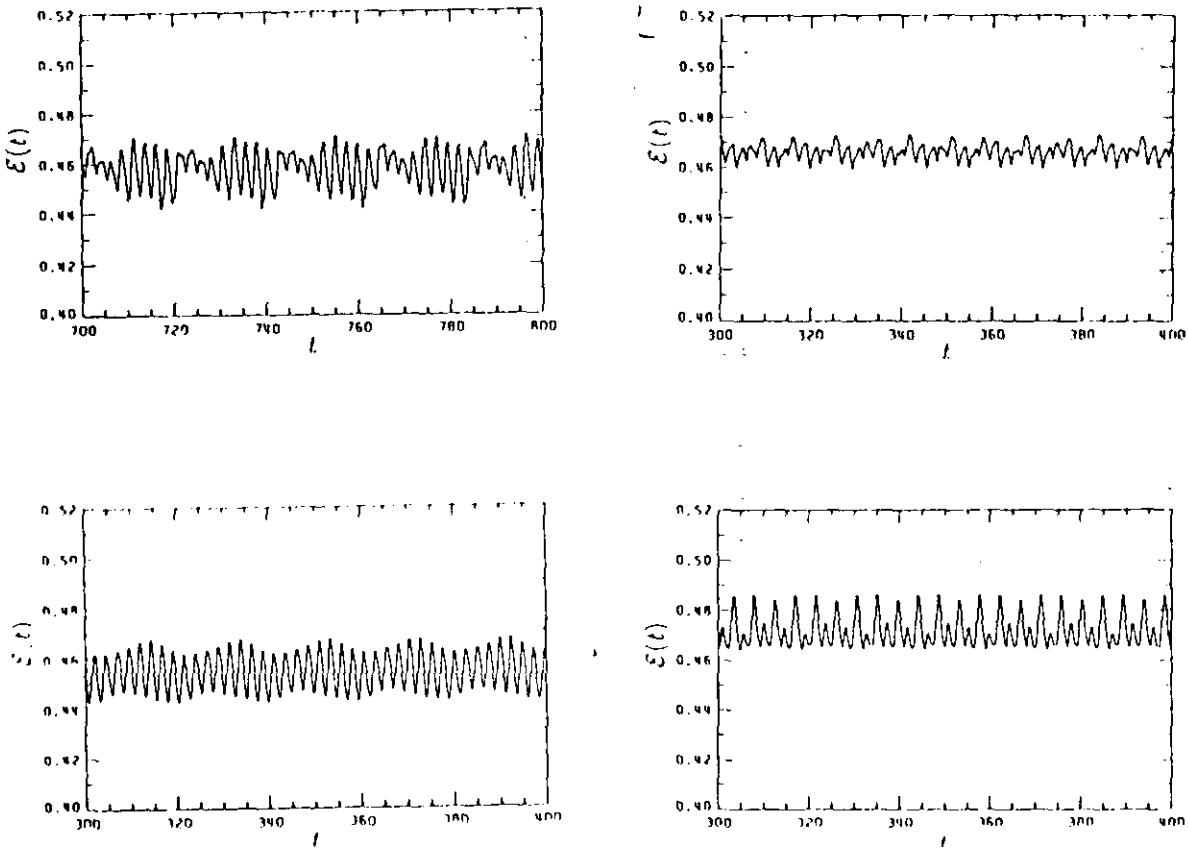
Análisis estadístico

Regresión lineal o curvilínea multivariable

Análisis de las transformadas de Fourier

y herramientas para reconstruir la ecuación original.

Modelización: Dada la naturaleza de la señal, es sencilla y la calidad o acierto en ella se evalúa de manera estadística, por comparación con los datos originales.



Ilus. 2.3.3. Series temporales de funciones periódicas simples o compuestas.

Caóticos

Características: Se trata de un amplio grupo de señales en lo que respecta al aspecto, debido a que forman un grupo intermedio entre las de naturaleza determinista y las aleatorias. Pueden presentarse como aparentemente periódicas con alteraciones impredecibles en la frecuencia o amplitud (caos débil), también como aparentemente aleatorias (caos fuerte). La mera inspección visual, Fig. 2.3.4. no es suficiente para descartar o afirmar la pertenencia a estos grupos, es necesaria la aplicación de algoritmos específicos que se enumeran en el apartado 2.2.3..

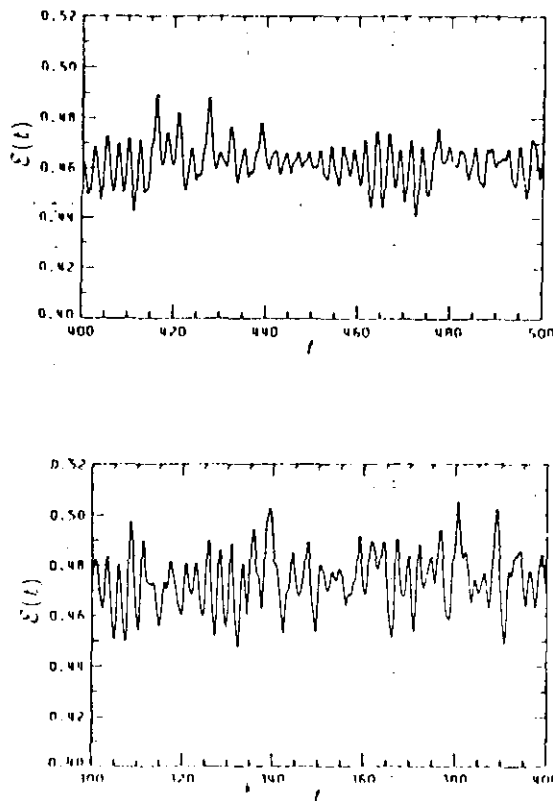


Fig. 2.3.4. Dos señales caóticas.

Tipos: El caos determinista es un tipo de comportamiento en el que un sistema, de variables independientes perfectamente conocidas en número y relaciones, produce una señal aparentemente desordenada producto de las especiales relaciones entre las variables. Para cierto valor de los parámetros de las ecuaciones el sistema se comporta de manera predecible y para otros infinitamente próximos a los anteriores el sistema presenta un aparente desorden de características peculiares y propias. El grado de desorden puede evaluarse exactamente con la aplicación de ciertos algoritmos a los datos de la señal del sistema. Un mismo sistema puede presentar diferentes grados de desorden dependiendo de las condiciones y con más razón, diferentes sistemas también pueden variar en el grado de desorden. En general se admiten dos grandes tipos de caos determinista, el débil y el fuerte, aunque como se ha comentado antes, sólo la evaluación numérica de este grado permite realizar una tipología exacta.

Tratamiento: A los métodos estadísticos habituales se añaden los algoritmos que permiten el cálculo de los valores de los nuevos parámetros utilizados en la

Dinámica Caótica. Estos algoritmos se han descrito con detalle en el punto 2.2.3 de esta Memoria, donde se tratan los siguientes:

- Reconstrucción del atractor en el espacio de las fases.
- Cálculo de los exponentes de Liapunov.
- Cálculo de la dimensión fractal
- Cálculo del coeficiente de correlación.
- Díagrama de bifurcaciones.

Modelización: Existe poca experiencia en la regresión a partir de los datos del análisis caótico hacia la obtención de un modelo matemático, del tipo del obtenido en las regresiones tradicionales, no obstante en ese sentido se puede extraer información del valor de ciertos parámetros. La observación del atractor ya puede proporcionar indicios sobre el nivel de complejidad en la dinámica de un fenómeno. Y así se puede observar en el aspecto de los dos atractores de la Fig. 2.3.5., obtenidos en la presente investigación con datos procedentes del mismo lecho fluidizado, en dos estados distintos de fluidización

La dimensión del atractor está relacionada con el número mínimo de variables necesarias para describir el fenómeno correspondiente.

Aleatorios

Características: Aspecto errático y caprichoso. Se encuentran como señales independientes (las menos) o como ruido de otra señal. Actualmente cabe medir el grado de desorden de una señal aparentemente desordenada al máximo.

Tipo: La clasificación depende de ciertas características que califican al ruido como "blanco", "browniano" o "de color" y ruido "1/f". La diferencia entre ellos radica en la relación que existe entre cada dato y el anterior, con ser básicamente una relación aleatoria. Una muestra del aspecto de series temporales de los tres tipos se puede contemplar en la Fig. 2.3.6..

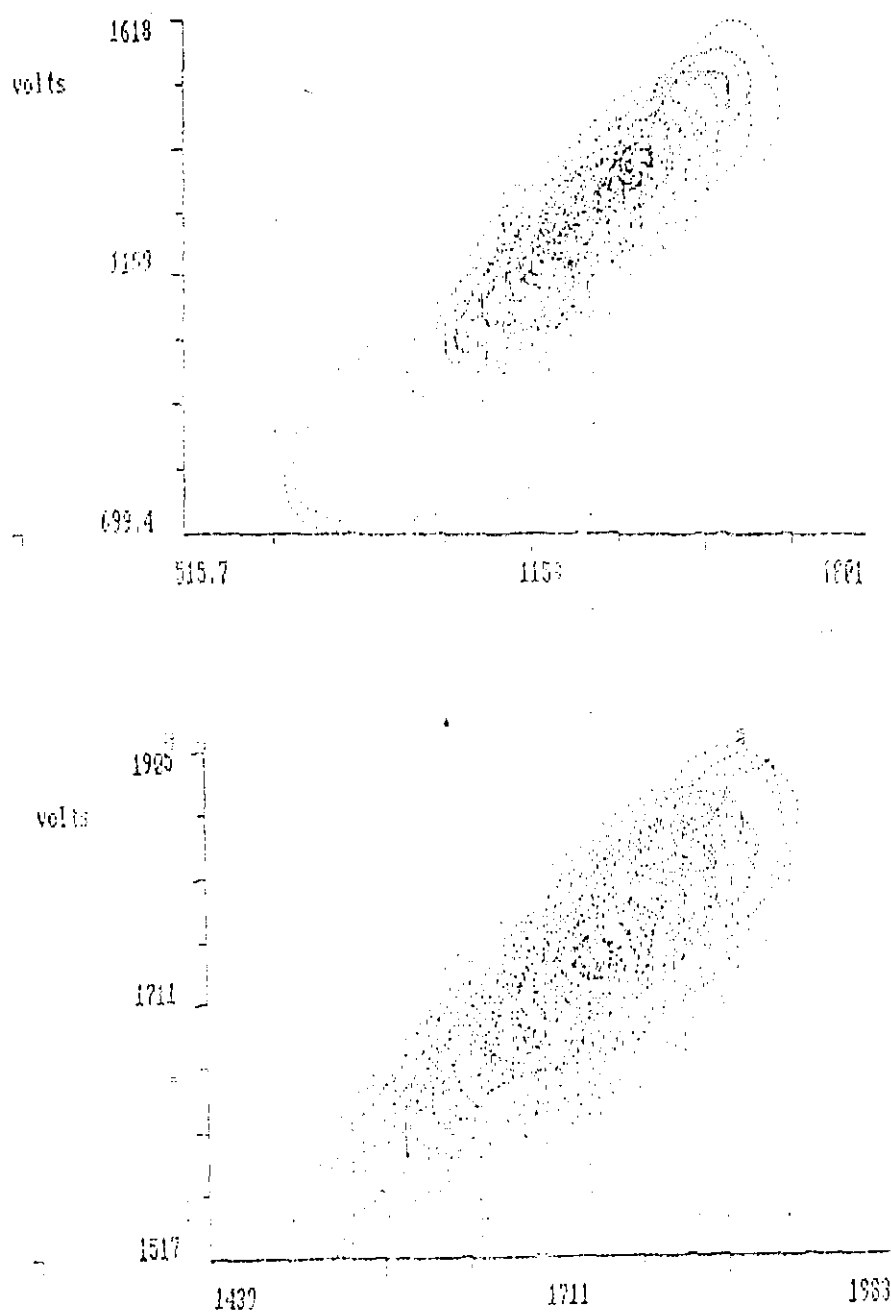


Fig. 2.3.5. (arriba) Atractor correspondiente a lecho en fase de slugging. (abajo) Atractor correspondiente al mismo lecho anterior en mínima fluidización.

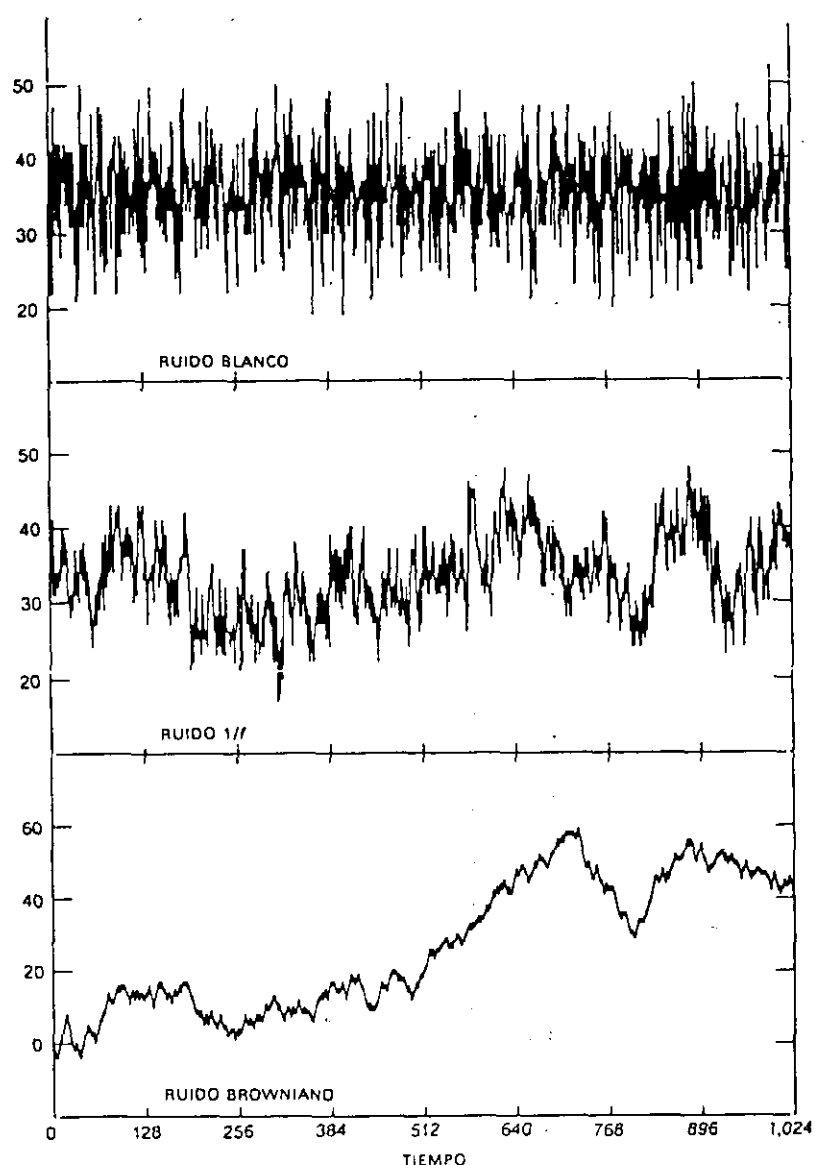


Fig.. 2.3.6. Muestras de los tres tipos de señal aleatoria (Gardner, 1984)

Tratamiento: Confirmado el carácter aleatorio de los datos de una serie temporal, el único tratamiento válido es el estadístico.

Modelización: Si el comportamiento aleatorio procede de una dinámica caótica de elevada dimensión (recuérdese que la dimensión indica el número de variables a tener en cuenta) la modelización es, en la práctica, imposible. Si procede de una naturaleza casual e impredecible, huelga también la modelización.

2.3.2.-ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LAS OSCILACIONES DE PRESIÓN

Casi todos los trabajos publicados hasta ahora sobre fluctuaciones de presión en lechos fluidizados atribúan una naturaleza aleatoria a las oscilaciones de presión. En consecuencia el análisis aplicado a la señal de presión ha sido el análisis estadístico. El tipo de medidas realizadas son:

Centralización de la amplitud de fluctuación: media, mediana, moda, intervalo de fluctuación

Dispersión de la amplitud de fluctuación: desviación típica

Frecuencia dominante: periodograma, función de densidad de probabilidad, espectro de frecuencia acumulada

Relación entre fluctuaciones registradas en localizaciones diferentes
función de autocorrelación, función de correlación cruzada

La obtención e interpretación de los resultados de la aplicación de estas técnicas en los datos de fluctuaciones de presión se desarrolla en los siguientes apartados, siguiendo las orientaciones de Fan y col., (1981) y Lee y Kim, (1988):

2.3.2.1.-Medidas de centralización

Amplitud media de la fluctuación

Como puede observarse en la figura 2.2.7., la amplitud de la señal aumenta al elevarse la velocidad del gas hasta un punto en el cual disminuye bruscamente, para continuar decreciendo. Esto se relaciona con el tamaño de la burbuja: al aumentar éste crece la amplitud media de la señal de fluctuación. La razón de la brusca disminución se debe a un cambio en el régimen de burbujeo que pasa de slugging a fluidización turbulenta, caracterizado por un tamaño muy pequeño de burbuja.

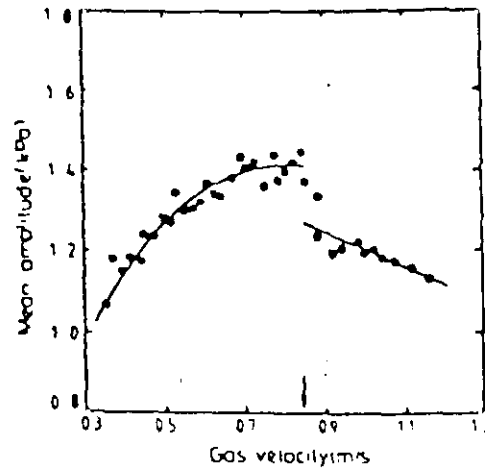


Fig. 2.2.7. Amplitud media de las fluctuaciones de presión frente a la velocidad del gas. (Lee y Kim, 1988)

Mediana

Se obtiene ordenando por magnitud las amplitudes registradas. La amplitud mediana es el dato central de esta ordenación y en series de valores muy simétricas suele coincidir con la media. Sin embargo cuando los datos puedan estar afectados por errores de medida o sean muy asimétricos esta coincidencia no se presenta. Es conveniente calcular mediana y media para poder comparar ambos valores y extraer conclusiones sobre la naturaleza del fenómeno.

Moda

Se trata en este caso de la amplitud más frecuente y por lo tanto ofrece información sobre el tamaño más común de burbuja. Este dato se complementa con el valor de la desviación típica que informará del grado de exclusividad de este tamaño frente al resto.

Intervalo de fluctuación de las oscilaciones de presión

Medida útil para conocer el intervalo de tamaños de burbujas y también para ciertas representaciones gráficas.

2.3.2.2.-Medidas de dispersión

Desviación típica de las amplitudes de las fluctuaciones de presión

Crece desde mínima fluidización hasta alcanzar un máximo desde el que desciende ligeramente hasta llegar al régimen turbulento, donde el descenso es brusco. Probablemente el máximo marca el principio del periodo de slugging en el que el tamaño de burbuja se unifica en el tamaño del slug, Fig. 2.3.8..

2.3.2.3.-Medidas de frecuencia

Función de distribución de probabilidad de las amplitudes de las oscilaciones de presión.

Si se admite la hipótesis de que la causa principal de las oscilaciones de presión es el paso de burbujas, la distribución de frecuencias para cada amplitud puede interpretarse como un retrato fiel de la distribución de tamaños de burbujas en el lecho. No suelen ajustarse a la distribución normal, Fig. 2.3.9..

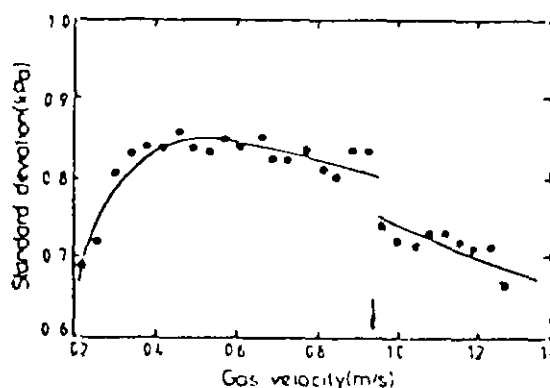


Fig. 2.3.8. Desviación típica de las fluctuaciones de presión. (Lee y Kim, 1988)

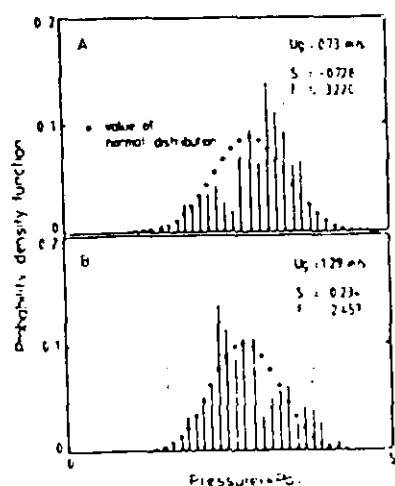


Fig. 2.3.9 Función de probabilidad de las fluctuaciones de presión, para dos regímenes de flujo distintos. (Lee y Kim, 1988)

Función de distribución de probabilidad acumulada de la amplitud de la oscilación de presión.

Presenta el aspecto general de la figura 2.3.10., donde se aprecia que las burbujas más frecuentes pertenecen al 10% de los extremos opuestos del espectro de amplitudes.

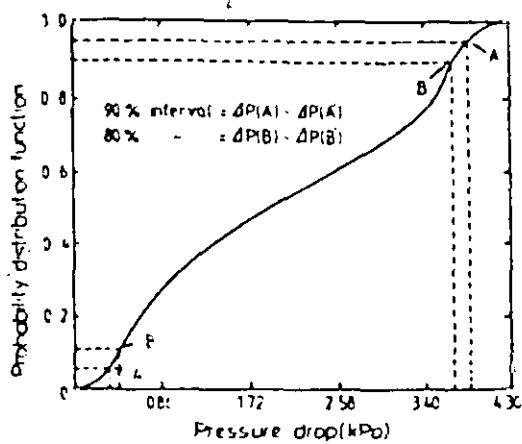


Fig. 2.3.10. Función de distribución de la probabilidad acumulada. (Lee y Kim, 1988)

Cuando se representan las gráficas de velocidad del gas-oscilación de presión para el 80% de los datos del diagrama de frecuencia acumulada se aprecia con claridad la influencia del cambio de régimen en el aspecto del trazo.

Simetría de la función de probabilidad de las fluctuaciones de presión

Si denominamos $F(x)$ a la función de densidad de probabilidad del valor de las fluctuaciones de presión (x), pueden evaluarse las tendencias tanto al achatamiento como al apuntamiento, al centrado de la función o a la desviación hacia algún extremo, sobre el modelo ideal de la distribución Normal.

La tendencia al achatamiento se mide con el factor F y la tendencia a la desviación horizontal con el factor S . Estos factores se calculan mediante las expresiones:

$$S = \frac{1}{\sigma^3} \int_{-\sigma}^{+\sigma} (x - \bar{x})^3 f(x) dx$$

(ec. 2.3.1.)

$$F = \frac{1}{\sigma^4} \int_{-\sigma}^{+\sigma} (x - \bar{x})^4 f(x) dx$$

(ec. 2.3.2.)

cuando la distribución es normal los valores de S y F son:

$$S = 0 \quad \text{y} \quad F = 3$$

si la distribución se desvia hacia la derecha, $S < 0$

" " " izquierda, $S > 0$

" " se estrecha, $F < 3$

" " se ensancha, $F > 3$

La tendencia al estrechamiento (S) disminuye durante el régimen de burbujeo, Fig. 2.3.11., permanece casi constante en el slugging y aumenta monótonamente en el régimen turbulento. No varía con la posición radial.

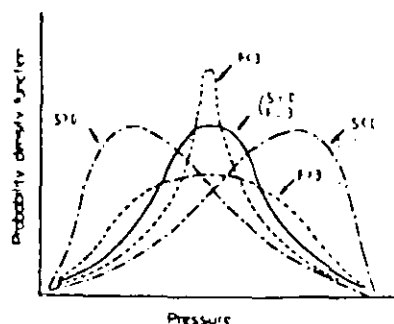


Fig. 2.3.11. Tendencia al estrechamiento de la función de densidad de probabilidad. (Lee y kim, 1988)

La tendencia al achatamiento varía con la velocidad del gas aumentando constantemente al hacerlo ésta hasta el principio de la turbulencia, donde comienza a disminuir también de forma constante. Al contrario que el parámetro S el achatamiento sí varía con la posición radial, Fig. 2.3.12..

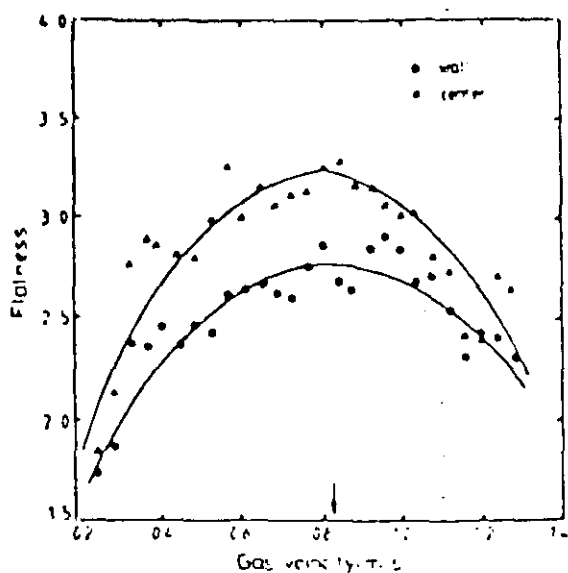


Fig. 2.3.12. Achatamiento de la función de probabilidad de las oscilaciones de presión. (Lee y Kim, 1988)

Periodograma o función de distribución espectral.

Determina las frecuencias características de una serie temporal, describiendo en una serie la composición de frecuencias en términos de densidad

espectral. Se suele denominar Análisis de las Transformadas de Fourier y una herramienta sencilla para realizarlo es la llamada FFT o Transformada rápida de Fourier.

El resultado de un periodograma puede relacionarse con las características de la fluidización (Dhodapkar y Klinzing, 1991): velocidad del gas, altura del lecho, colocación de la sonda y tipo de sólido

-Velocidad superficial del gas

Al aumentar la velocidad, el espectro se estrecha y aumenta espectacularmente la amplitud, Fig. 2.3.13.

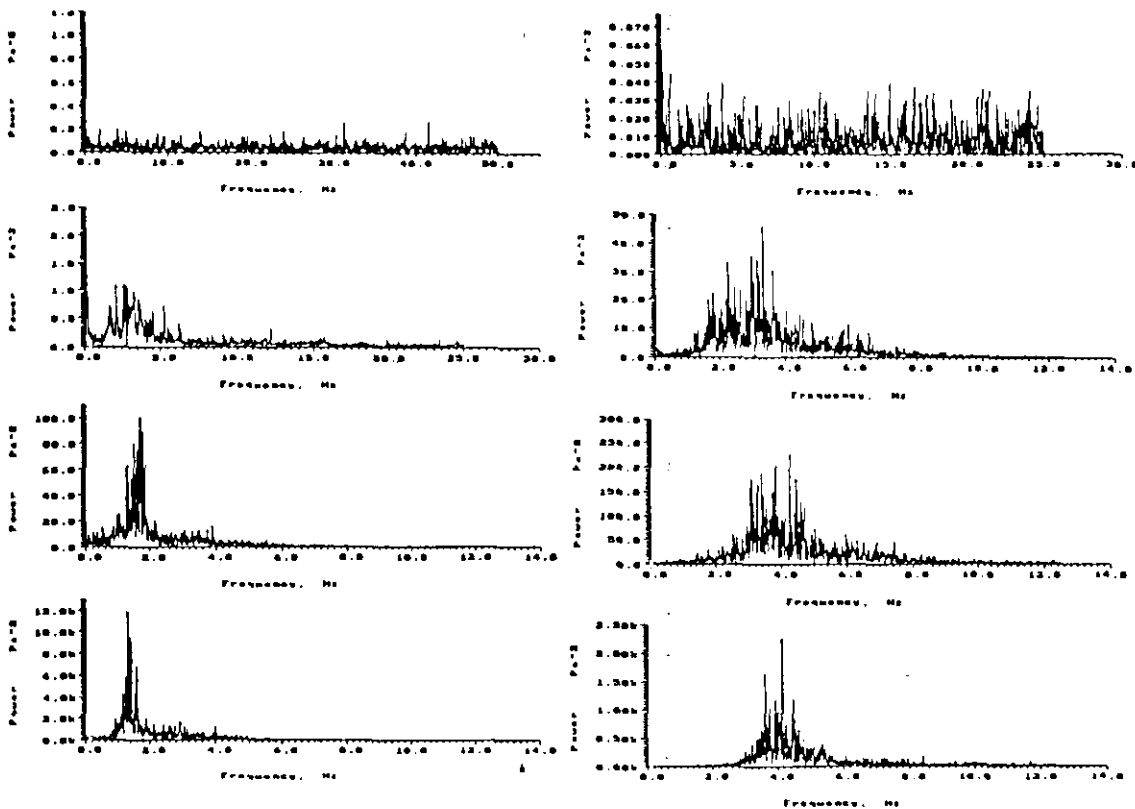


Fig. 2.3.13. Serie de espectros de experimentos a velocidad de gas creciente. (Dhodapkar, 1991)

Para lechos profundos la frecuencia dominante no varía con la velocidad del gas. En lechos poco profundos la frecuencia dominante aumenta con la velocidad del gas, a velocidades bajas.

-Situación de la sonda

Al trasladar la sonda de medida de presión de un punto a otro del lecho, el aspecto del espectro varía notablemente. La mayor nitidez se aprecia en las zonas altas del lecho, Fig. 2.3.14.

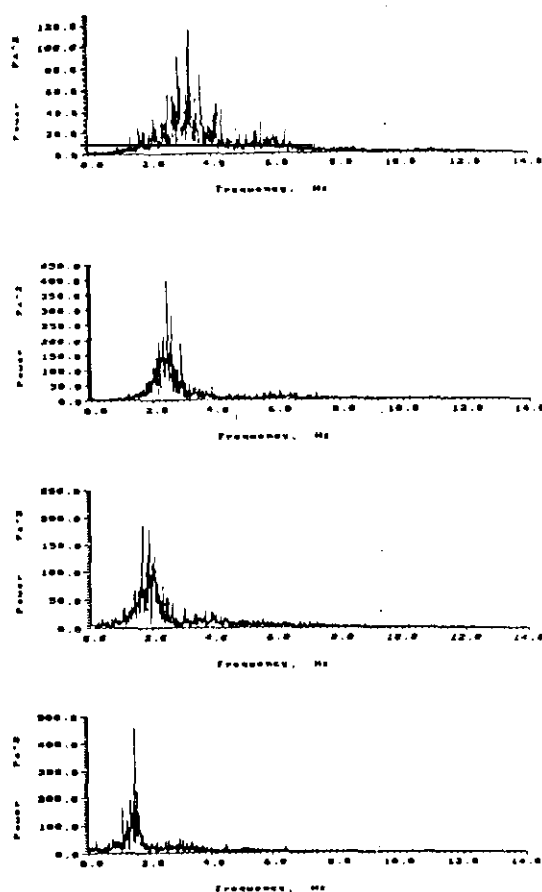


Fig. 2.3.14. Espectros de frecuencias en distintos puntos del eje del lecho. (Dhodapkar, 1991)

-Altura del lecho

Al aumentar la altura del lecho disminuye la frecuencia dominante.

Dhodapkar y Klinzing proponen una evaluación adimensional del periodograma. Se trataría de representar en vez de la probabilidad simple de cada frecuencia,

la probabilidad dividida por el cuadrado de la probabilidad de la frecuencia dominante frente a las frecuencias normalizadas dividiendo cada frecuencia entre la dominante. De esa manera pueden apreciarse los diferentes regímenes de flujo, Fig. 2.3.15..

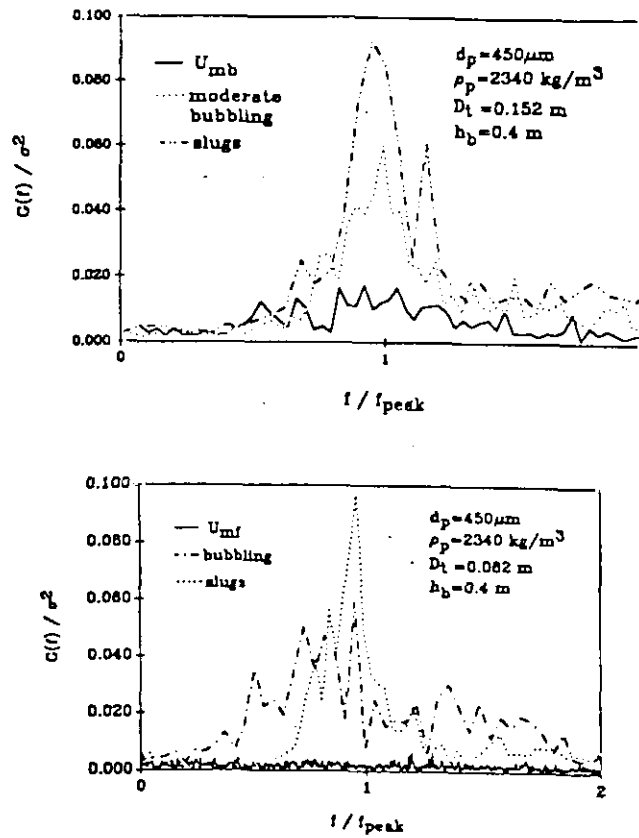


Fig. 2.3.15. Representación acumulada de los espectros normalizados para tres condiciones de flujo. (Dhodapkar)

Otra posible utilidad del periodograma es la de identificar la naturaleza de las transiciones entre regímenes así como la propia naturaleza de estos. Si se observan las frecuencias dominantes de los espectros de un lecho fluidizado para diferentes velocidades de gas que van generando regímenes diferentes, podemos identificar la naturaleza de esta transición con alguna de las estudiadas en la dinámica de sistemas tales como: duplicación de periodo, catastrófica...etc. En la Fig. 2.3.16. se pueden observar los espectros de Fourier de los diferentes estados del flujo de aire a velocidad creciente rodeando un alerón aerodinámico en su camino hacia el caos a

traves de una cascada de duplicación de periodos perfectamente identificable mediante los parámetros de Feigembaum.

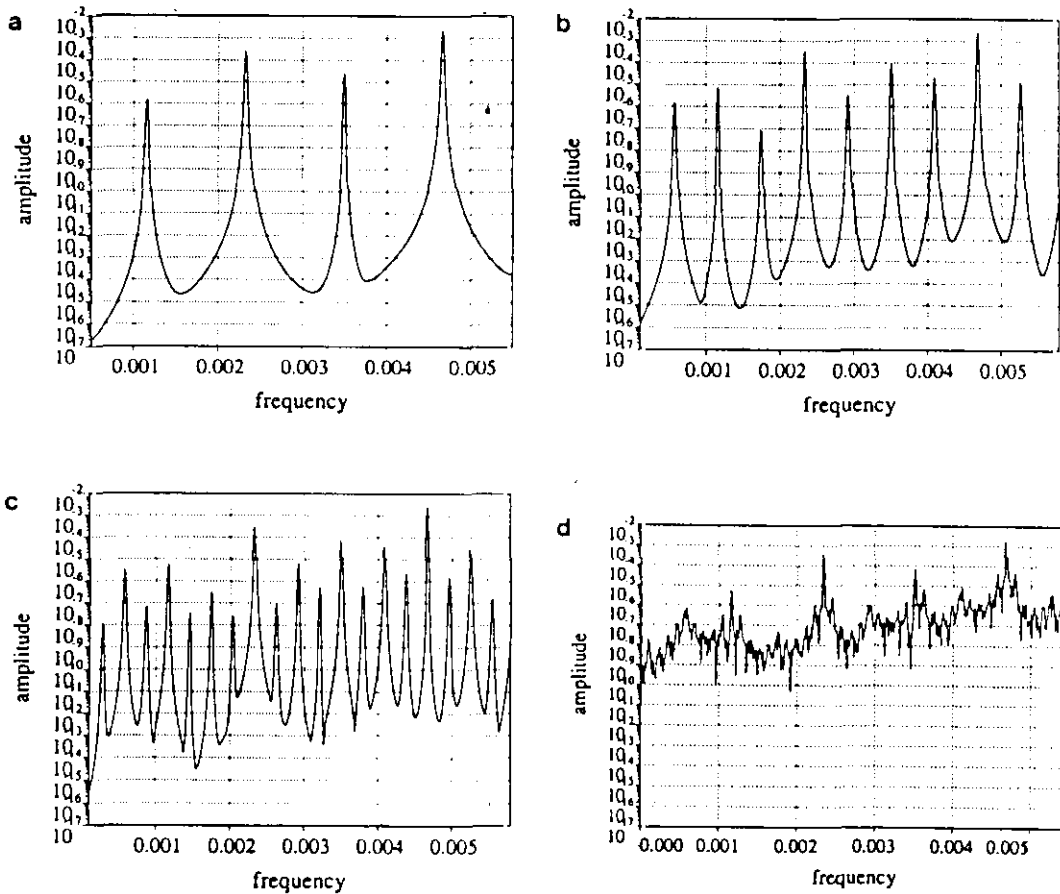


Fig. 2.3.16. Evolución de los espectros de Fourier en un experimento fluidodinámico con transición al caos. (Pullman y Vastano, 1993)

2.3.2.4.-Medidas de correlación

Función de correlación o de autocorrelación

Indica si una coordenada conserva una relación observable con el valor que tenía un intervalo de tiempo τ antes. Aplicado a las fluctuaciones de presión

informa de si la señal es regular o no, por lo tanto es un estupendo índice de predictibilidad de una señal temporal. Se evalúa mediante:

$$C_m = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j x_{j+m}$$

(ec. 2.3.3.)

donde x_j se calcula por:

$$x_j = p_j - \bar{p}$$

(ec. 2.3.4.)

siendo p_j la señal de presión tomada en el lecho y x_j la diferencia entre ésta y la media de la señal de presión.

Cuanto menos predecible sea la serie temporal más pronto la función de autocorrelación cortará el eje de abscisas. Este punto de corte se denomina "primer cero de la función" y es una magnitud muy importante en el análisis caótico determinista del fenómeno. En el apartado 5.2., se presenta un método para poder evaluar numéricamente el grado de regularidad de la función de correlación para no depender solo de la observación visual como método de evaluación.

Función de correlación cruzada

Es similar a la autocorrelación pero comparando dos series temporales distintas, estudiándose así la dependencia general de los valores de un experimento con otro. Se emplea en los lechos fluidizados para comparar las series temporales obtenidas por dos sondas de presión separadas en el lecho y estudiar con ello velocidades de burbuja y la dinámica de la emulsión entre ambas sondas.

2.3.3.-ANÁLISIS CAÓTICO DETERMINISTA DE LAS OSCILACIONES DE PRESIÓN EN LECHO FLUIDIZADO

A diferencia del tratamiento estadístico, en el análisis caótico, en vez de enumerar los diferentes parámetros utilizados y la interpretación de los resultados consiguiente, vamos a describir primero los parámetros utilizados por los diferentes autores y, posteriormente analizaremos la interpretación de los más comunes. Este planteamiento expositivo se debe a que al ser muy escasa la bibliografía sobre el tema y relativamente novedoso el tipo de análisis descrito, no existe todavía unanimidad sobre el empleo de unos u otros parámetros.

Hasta el año 1989 no se tiene noticia de ninguna investigación de las oscilaciones de presión de un lecho fluidizado que utilice, para su análisis, la teoría de Caos determinista. En la actualidad, contados equipos han dado a conocer trabajos de este tipo.

El primer equipo de investigadores que así lo hizo es el formado por S.W.Tam y M.K.Devine. Estos autores incluyen en un libro titulado "Measures of complexity and chaos", en 1989, un artículo titulado "Is There a strange attractor in a fluidized bed?" que es el primero en proponer un análisis caótico para los datos de oscilaciones de presión procedentes de un L.F.. Posteriormente publican una ampliación de este trabajo, desarrollada en el Argonne Nat. Lab. de E.E.U.U., en 1992.

C.S.Daw y col. dan a conocer en 1990 un trabajo bastante completo de identificación de regímenes caóticos en un modelo de L.F. a partir del análisis de las oscilaciones de presión, que inicia una línea de investigación desarrollada hasta la actualidad por C.S.Daw y J.S.Halow en el Oak Ridge Nat. Lab. y patrocinada por el Departamento de Energía de E.E.U.U..

J.C.Schouten y C.M.van den Bleek publican en 1991 los resultados de una investigación de idénticos propósitos iniciales que la anteriormente citada y que también se ha prolongado hasta la actualidad. Estos investigadores están adscritos a la Universidad Tecnológica de Delft, en Holanda.

2.3.3.1.-Resumen bibliográfico del tratamiento de datos

A continuación se resumen las estrategias de tratamiento de datos que se han utilizado en cada una de las tres líneas de investigación antes mencionadas.

Trabajos de Tam y Devine (1989, 1992)

Tam y Devine realizan un análisis sencillo de los datos de oscilaciones de presión. Su objetivo consiste en determinar la naturaleza no aleatoria y sí caótica de las oscilaciones. Para ello someten a los datos a un filtrado mediante la técnica denominada SVD (Singular Value Descomposition), propuesta por Broomhead y col.(1986). Posteriormente calculan, con los datos filtrados, la Dimensión de Correlación; para este cálculo emplean un Tiempo de retraso calculado con el primer cero de la Función de Correlación.

Trabajos de Daw y Halow (1992,1993,1994)

En los trabajos de 1992 comparan los resultados de un modelo mecanicista adaptado de Farrokhalae y Gicksman con los reales. Realizan un Análisis de Fourier de la serie temporal de datos, con interés en la frecuencia dominante que relaciona con la frecuencia de burbujeo. Reconstruye el atractor mediante la técnica de representar la señal frente a la derivada 1ª, derivada 1ª frente a 2ª y así sucesivamente. Visualiza secciones de Poincaré de estos atractores y comparan estas secciones en varios regímenes de flujo. Calculan la Dimensión de Correlación y la Entropía de Kolmogorov. En otros trabajos de 1992 emplea la técnica SVD para filtrado de datos.

En investigaciones publicadas en 1993 y 1994 mantienen como parámetros de evaluación de resultados a los siguientes: Atractor, Entropía de Kolmogorov y espectro de Fourier, añadiendo un nuevo tipo que es en Análisis de la trayectoria del atractor. Este ultimo parámetro es realmente original y su evaluación consiste en subdividir el espacio de las fases en bloques volumétricos idénticos, denominarlos mediante letras y posteriormente analizar la secuencia de paso (secuencia de letras) de la trayectoria del atractor por dichos bloques.

Trabajos de Schouten y van der Bleek (1992, 1993)

Las primeras investigaciones de Schouten y v.d.Bleek evalúan las oscilaciones de presión de un modelo de lecho basado en el propuesto por Broadhurst (1986). Para ello filtran los datos mediante SVD, reconstruyen el atractor y calculan la Dimensión de correlación. Posteriormente relacionan la dimensión de correlación con el valor del parámetro adimensional Re . Trabajos posteriores añaden al tratamiento anteriormente descrito el cálculo de la Entropía de Kolmogorov y un análisis de la frecuencia de los ciclos del atractor (en realidad equivalente a un análisis de la transformada de Fourier).

2.3.3.2.-Resultados publicados.

En esta sección se muestran los resultados más significativos, entre todos los publicados, de la aplicación específica a las series temporales de fluctuaciones de presión, de las técnicas anteriormente descritas.

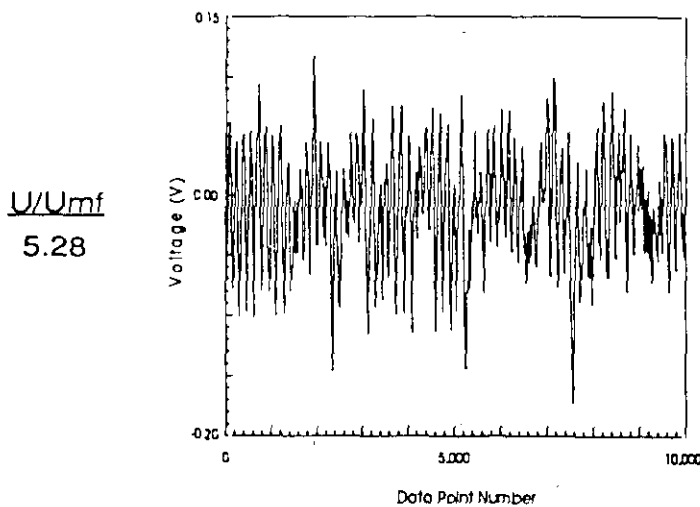


Fig. 2.3.17 Registro experimental de la señal de presión (Daw y Halow 1993)

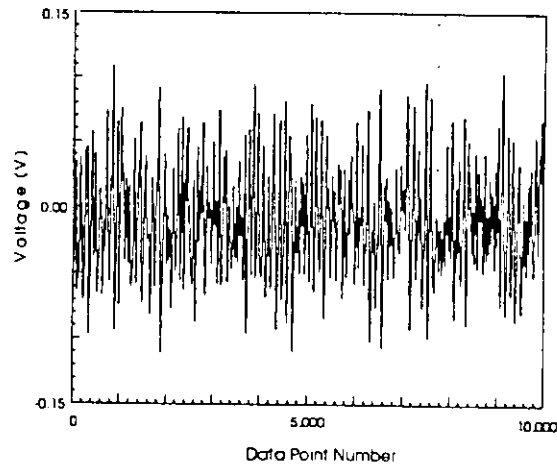


Fig. 2.3.18. Registro de la señal de presión procedente de un modelo teórico (Daw y Halow, 1992)

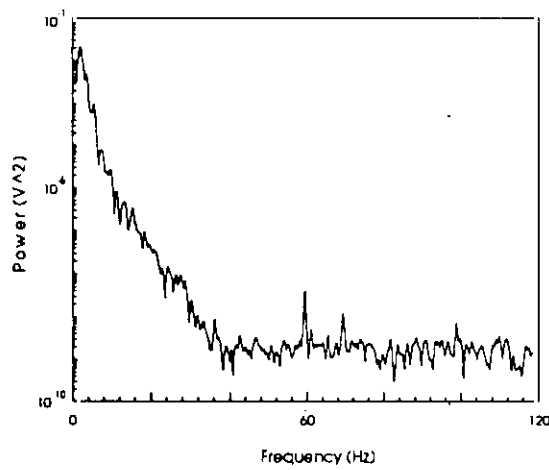


Fig. 2.3.19. Espectro de Fourier de una señal experimental (Daw y Halow, 1993)

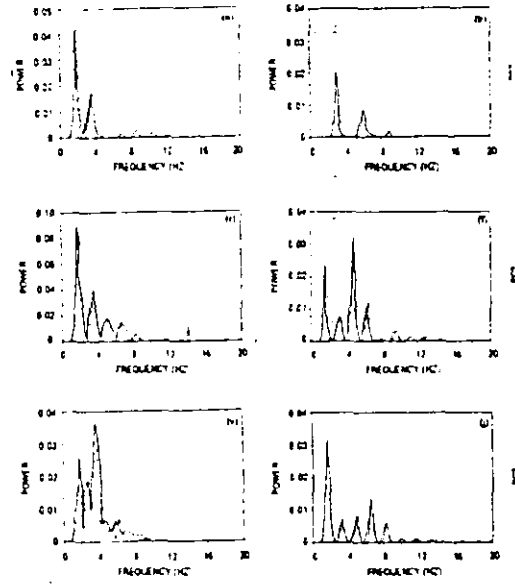


Fig. 2.3.20. Espectro de Fourier de una señal procedente de modelo (Daw y Halow, 1992)

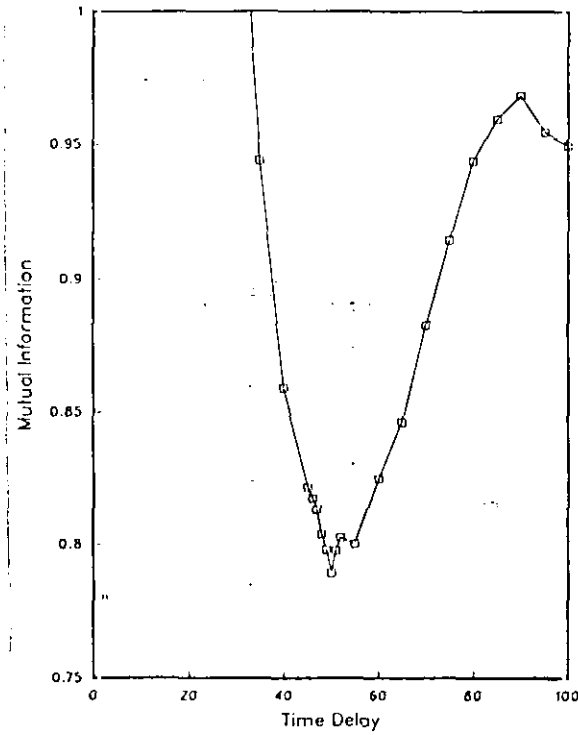


Fig. 2.3.21. Función de correlación (Tam y Devine, 1989)

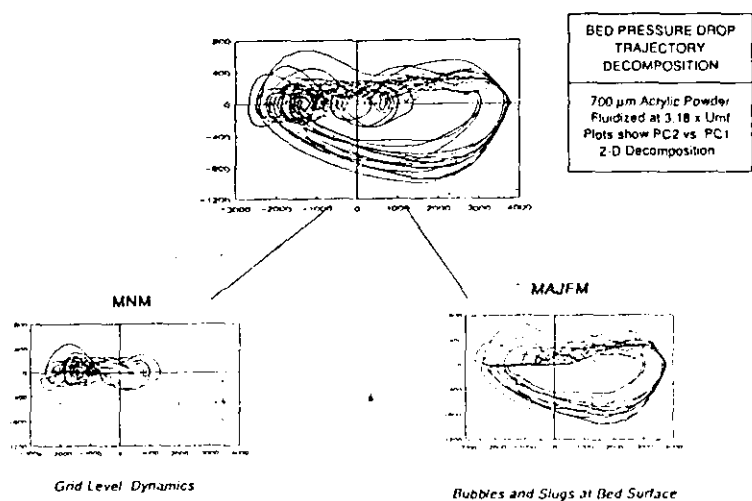


Fig. 2.3.22. Atractor de la señal principal para diferentes condiciones de flujo (Schouten y van der Bleek, 1993)

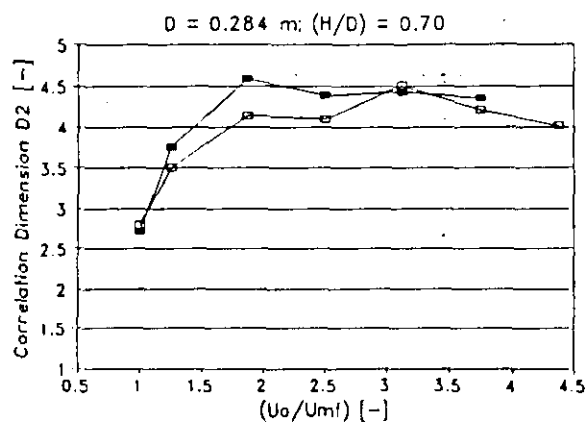


Fig. 2.3.23. Cálculo de la Dimensión de Correlación (Daw y Halow, 1992)

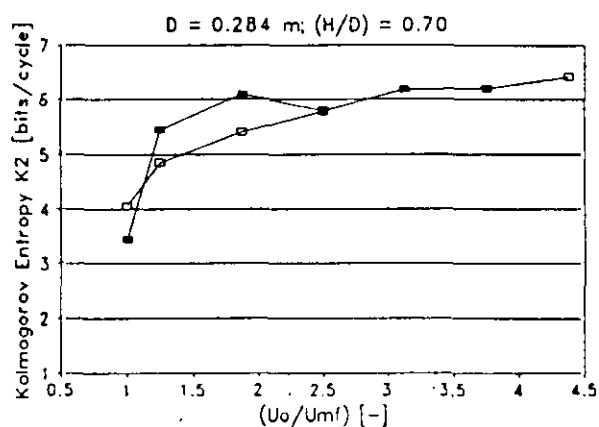


Fig. 2.3.24. Entropía de Kolmogorov (Schouten y van der Bleek, 1993)

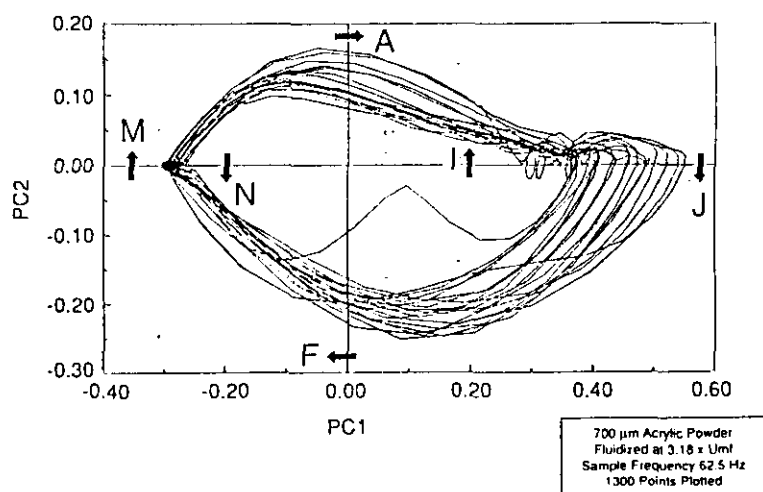


Fig. 2.3.25 Análisis de la trayectoria del atractor (Daw y Halow, 1994)

3.-OBJETIVOS Y PLAN DE TRABAJO

La situación actual de las investigaciones sobre la naturaleza caótica de la dinámica de un lecho fluidizado se puede resumir en cuatro puntos:

- 1) La naturaleza caótica de las oscilaciones de presión en un lecho fluidizado gas-sólido está demostrada.
- 2) Las investigaciones sobre este tema son escasas y recientes, el desarrollo de aplicaciones es incipiente.
- 3) Los métodos de análisis de datos de fluctuaciones de presión son diversos, pero no hay una metodología claramente establecida.
- 4) El origen de la dinámica caótica de estas fluctuaciones es desconocido

Por ello, el presente trabajo se orientó hacia el conocimiento en profundidad del origen de la naturaleza caótica de la fluidodinámica del lecho fluidizado y las aplicaciones que de ella se deriven, marcándose los siguientes objetivos:

- a) Investigar la naturaleza caótica de las fluctuaciones de presión en lechos fluidizados bajo diferentes condiciones experimentales.
- b) Identificar el origen u orígenes de esta dinámica no lineal.
- c) Elaborar métodos de análisis cuantitativos que permitan identificar y comparar estados fluidodinámicos mediante un índice único, representativo del grado de caos en el lecho.

Para llegar a los fines propuestos se diseñó el siguiente Plan de Trabajo:

- 1º) Disponer un lecho fluidizado g-s bidimensional para observar y registrar las oscilaciones de presión. En los experimentos se deben realizar:

- toma de presión a diferentes alturas.
- variación del régimen de flujo
- inyección de gas por un orificio único
- inyección de gas a través de distribuidor poroso

Preparar la infraestructura necesaria para el registro en vídeo, con iluminación posterior del lecho en diferentes condiciones de fluidización y establecer un protocolo de análisis de estas imágenes.

2º) Disponer un lecho fluidizado g-s tridimensional para observar y medir los efectos, en las oscilaciones de presión, de:

- altura de la toma de presión
- variación del caudal de gas
- inyección de gas por un orificio único
- inyección de gas a través de distribuidor

3º) Poner a punto un método de registro, grabación y pretratamiento de las oscilaciones de presión del lecho fluidizado.

4º) Elaborar algoritmos y programas de ordenador para el cálculo de los parámetros caóticos a partir de los registros de señales temporales (oscilaciones de presión). Estos parámetros son: el máximo exponente de Liapunov, la dimensión del atractor, el coeficiente de correlación y la reconstrucción del atractor.

5º) Elaborar un índice que permita identificar inequívocamente el grado de caos de una señal temporal (oscilación de presión) en una escala universal de fenómenos, caóticos o no-caóticos.

6º) Experimentar en diferentes condiciones de inyección de gas por orificio único y distribuidores de múltiples orificios, caudal de gas, y tipo de sólido para observar a diferentes alturas de lecho la influencia de los diferentes parámetros de la fluidización en el grado de desorden o caos de la señal de presión registrada.

3.- Objetivos y plan de trabajo

7º) Proponer y evaluar orígenes del caos observado en las oscilaciones de presión en el lecho fluidizado con el objeto de aclarar la naturaleza no lineal de las oscilaciones en fluidización. La estrategia en la búsqueda de un modelo que explique este origen se presenta en el diagrama de flujo de la Figura 3.1.

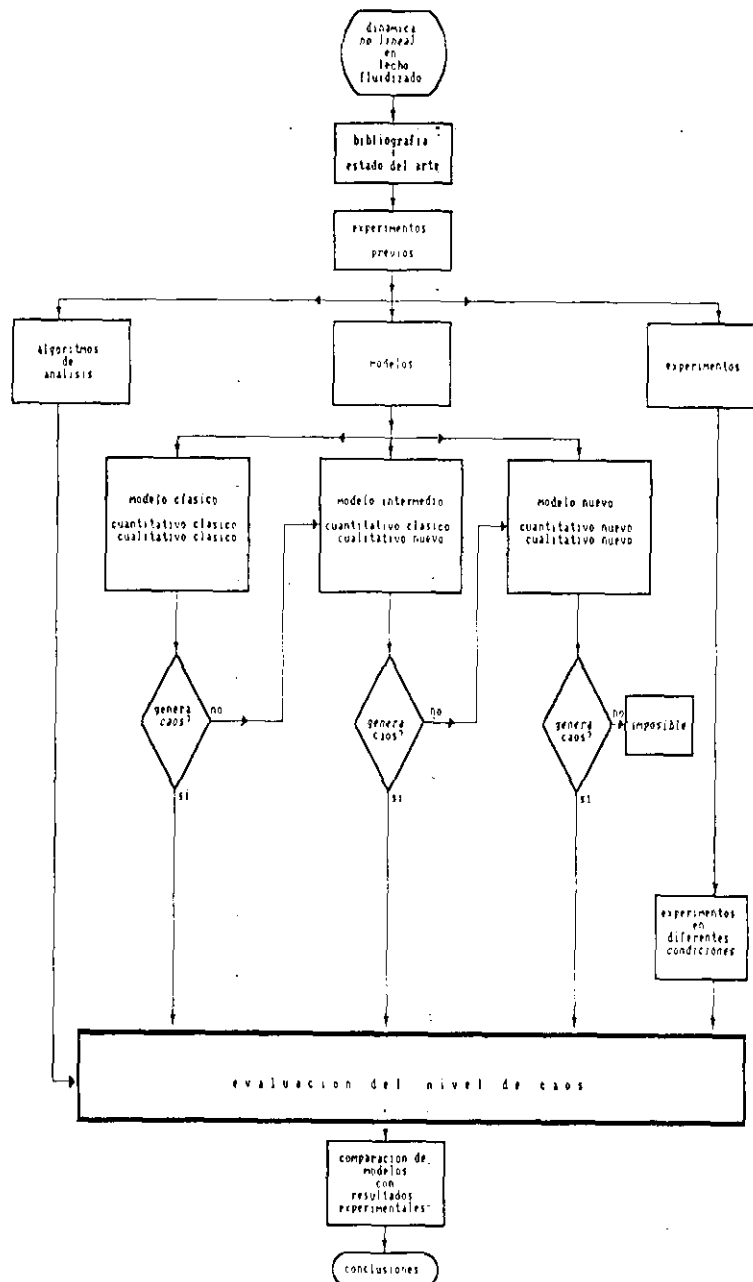


Fig. 3.1. Diagrama de flujo de la búsqueda metódica de modelos.

4.-EQUIPO Y PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

4.1.-EQUIPO DE FLUIDIZACION

4.1.1.-LECHO BIDIMENSIONAL

En las Figs. 4.1.1. y 4.1.2. se muestra de forma esquemática la instalación montada para llevar a cabo los experimentos en lecho bidimensional. El equipo consta de las partes siguientes:

- a) Sistema de alimentación
- b) Difusor de gas
- c) Distribuidor de gas
- d) Orificio único
- e) Lecho
- f) Sólido

- a) Sistema de alimentación

El gas utilizado es aire a temperatura ambiente; el caudal se regula mediante una válvula de aguja y se mide con un sistema de orificios medidores conectados a tubos en U. Los orificios se calibraron previamente, obteniéndose para cada uno la recta correspondiente a la representación, en escala doble logarítmica, del parámetro

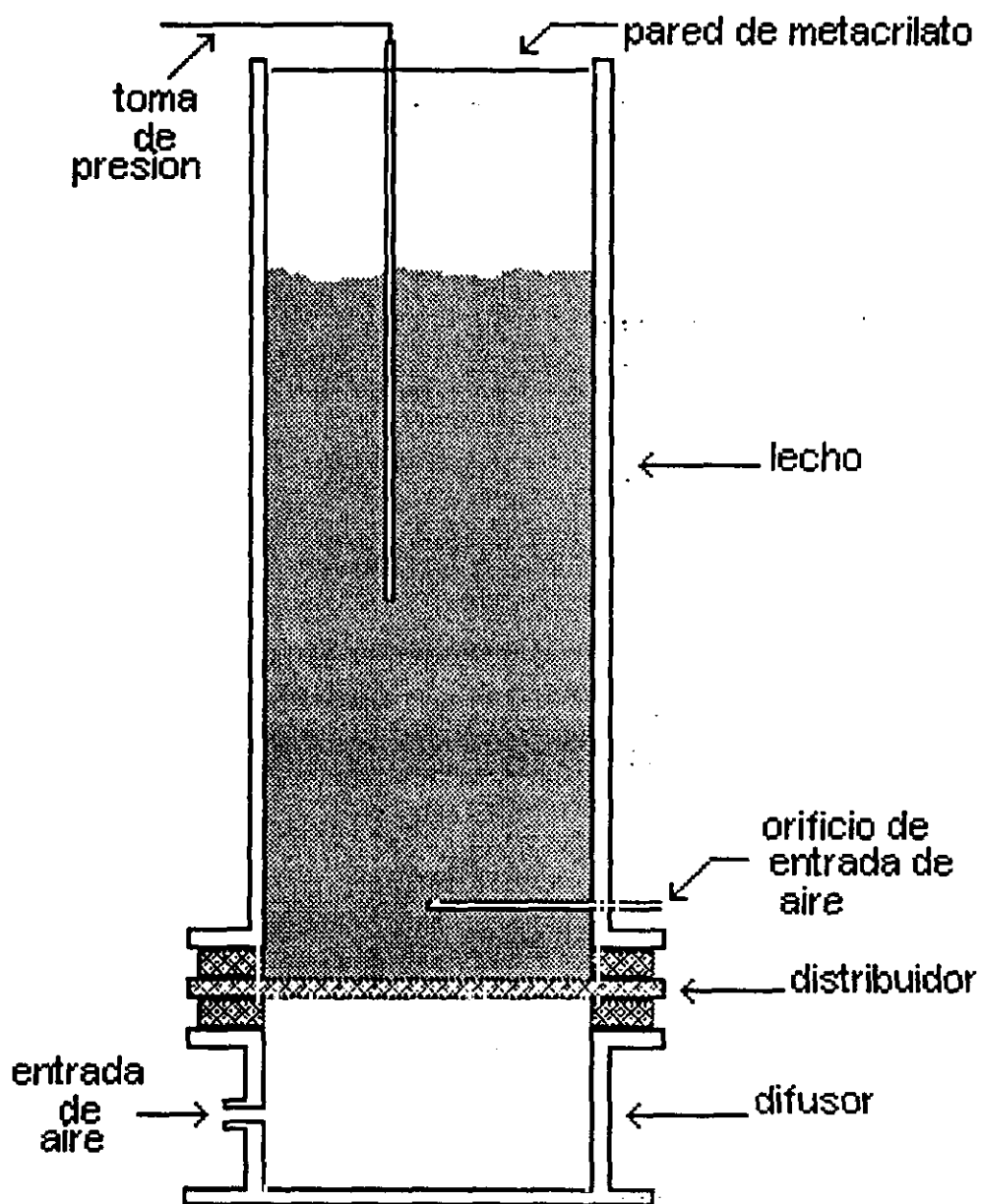
$$q_o \sqrt{p_o \frac{M}{T_o}}$$

(ec. 4.1.1.)

frente a la pérdida de carga del orificio

$$\Delta H_o$$

El caudal q_o se refiere a las condiciones del orificio; para referirlo a las condiciones de la base del lecho (encima de la placa distribuidora) se multiplica por la relación entre las presiones absolutas en el orificio y en la base del lecho.



b) Difusor del gas

Para que el aire se distribuya uniformemente antes de entrar en el lecho, se ha dispuesto un difusor de gases de sección ligeramente mayor que el lecho y 30 cm de altura; es un tubo de acero suave en forma de T de 6mm de diámetro interno con perforaciones de 1mm de diámetro distribuidas de tal forma que la salida del aire era muy uniforme. El interior de la zona de difusión está llena de perdigones de plomo de 2 mm de diámetro para conseguir una uniformidad aún mayor. En el borde superior hay una brida para atornillar el recipiente contenedor del lecho y la placa distribuidora del gas; en la base tiene tres tornillos de nivelación.

c) Distribuidor del gas

Es del tipo placa porosa, formada por hilos de aluminio sinterizados que dejan unos poros de 10 micras de tamaño medio. El espesor de la placa es de 2 mm y su tamaño supera en 1 mm a cada lado de la base del lecho, para evitar la formación de burbujas en los bordes.

d) Orificio único

Con el objeto de realizar experimentos con burbujeo controlado a través de un solo orificio, se insertó, a la altura de la placa distribuidora, un tubo de acero de 3mm de diámetro interno. Este tubo está conectado a un dispositivo manométrico de tubo en U, calibrado, y permite introducir diferentes caudales de aire. También existe la posibilidad de conectar el orificio a una línea de aire, regulada doblemente, en intervalo de inyección (t_a) y en duración entre intervalos de inyección (t_i) mediante una electroválvula programable CRONZET de tiempo máximo y mínimo, de apertura e intervalo entre aperturas, de 60 hr. y 0,1 sg. respectivamente, con una sensibilidad mínima de 0,1 sg.

e) Lecho

El lecho estaba contenido en un recipiente de metacrilato de metilo transparente de 25 cm de anchura por 1 cm de espesor por 100 cm de altura. El espesor de las paredes es de 6 mm.

f) Sólido

Micropartículas esféricas de vidrio (ballotini), sólido de tipo B de Geldart, con las siguientes características:

Tamaño de partícula	$d_p = 0.0248 \text{ cm}$
Densidad de partícula	$\rho_s = 2.69 \text{ gr/cm}^3$

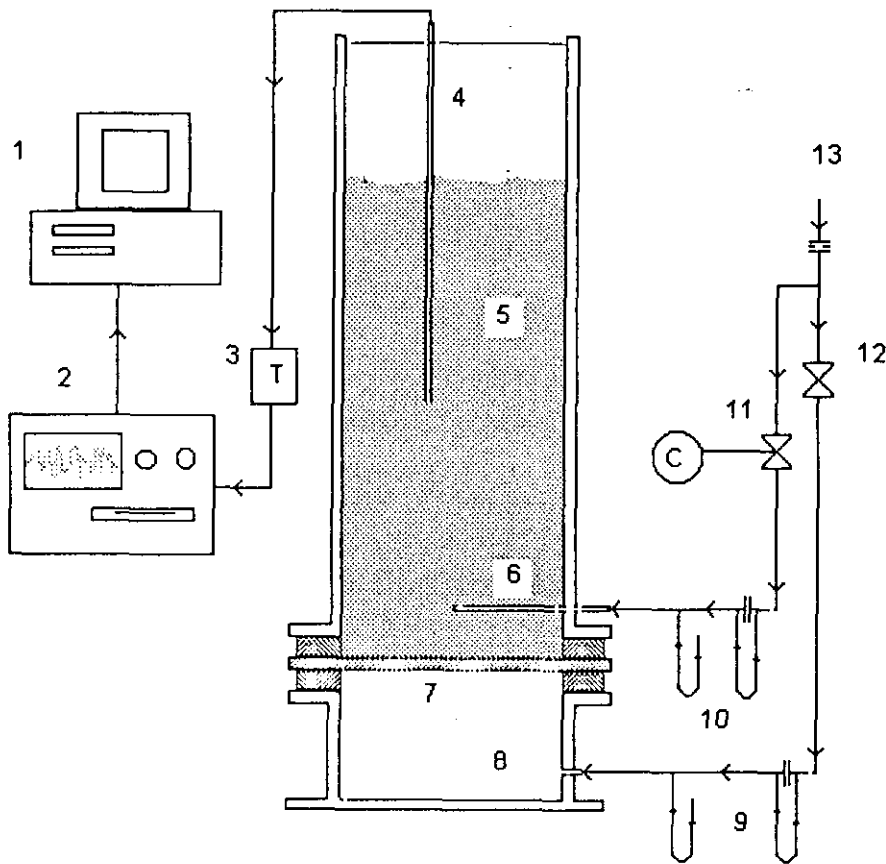


Fig. 4.1.2. Lecho bidimensional. Detalle:

1. Ordenador para el proceso de datos.
2. Osciloscopio de recepción de la señal.
3. Transductor de presión.
4. Sonda móvil.
5. Emulsión.
6. Orificio único.
7. Distribuidor de placa.
8. Cámara previa.
9. Inyección de aire al distribuidor.
10. Inyección de aire al orificio único.
11. Electroválvula de tiempos de inyección y frecuencia controlados.
12. Válvula de aguja.
13. Alimentación general de aire.

4.1.2.-Lecho tridimensional

En la figura 4.1.3, se muestra esquemáticamente la instalación montada para llevar a cabo los experimentos en lecho tridimensional. El equipo constaba de las partes siguientes:

- a) Sistema de alimentación
- b) Distribuidor de gas
- c) Orificio único
- d) Lecho
- e) Sólido

a) Sistema de alimentación

El gas utilizado era aire; el caudal se regula mediante una válvula de aguja y se mide con un sistema de orificios medidores conectados a tubos en U. Los orificios se calibraron previamente de idéntica forma a la ya descrita para el lecho bidimensional,

El caudal q_0 estaba referido a las condiciones del orificio, que dada la escasa pérdida de carga del distribuidor, eran prácticamente idénticas a las de la base del lecho.

b) Distribuidor del gas

De tipo "sandwich" de esponja de acero comprimida. Este distribuidor proporciona una aceptable calidad de distribución y una pérdida de carga despreciable, con lo que el espectro de estados de fluidización explorados se ensancha.

c) Orificio único

Con el objeto de realizar experiencias con burbujeo a través de un solo orificio, se insertó, a la altura del borde superior del distribuidor, un tubo de 0,45 cm de diámetro externo y 0,15 cm de diámetro interno. El tubo está provisto de un orificio de 1 mm de diámetro en su extremo, orientado en dirección axial al lecho y con sentido ascendente. Este tubo está conectado a un dispositivo manométrico de tubo en U, calibrado, para realizar experiencias a caudales crecientes. También existía la posibilidad de conectar el orificio a la línea de aire procedente del compresor, regulada doblemente, en intervalo de inyección (t_a) y en duración entre intervalos de inyección (t_i) mediante una electroválvula programable marca -

CRONZET. El intervalo máximo practicable de estas válvulas era de 60 hr. y el mínimo de 0,1 sg.

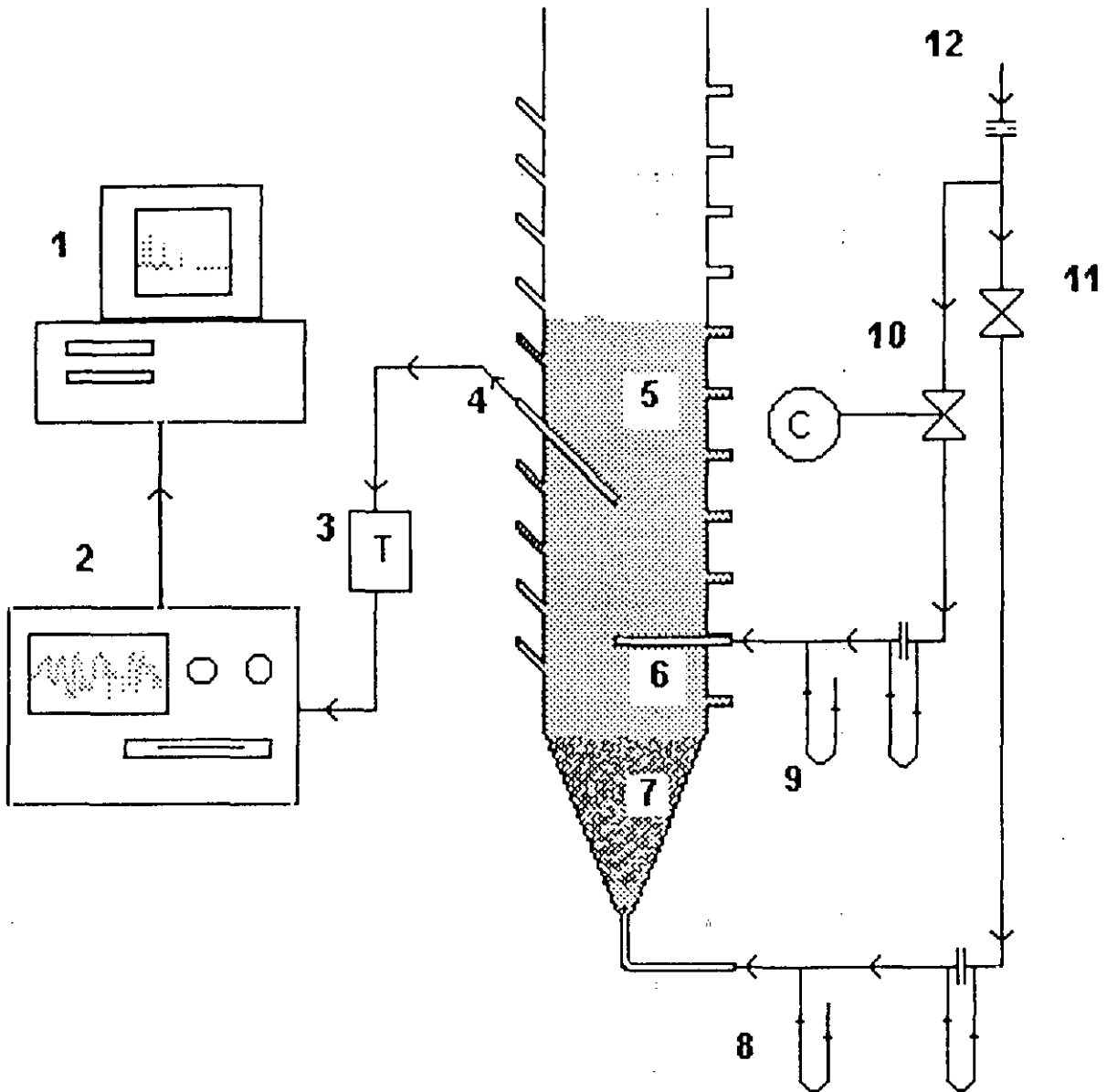


Fig. 4.1.3. Lecho tridimensional. Detalle:

1. Ordenador para el proceso de datos. 2. Osciloscopio de recepción de la señal. 3. Transductor de presión. 4. Sonda móvil. 5. Emulsión. 6. Orificio único. 7. Distribuidor. 8. Inyección de aire al distribuidor. 9. Inyección de aire al orificio único. 10. Electroválvula de tiempos de inyección y frecuencia controlados. 11. Válvula de aguja. 12. Alimentación general de aire.

d) Lecho

Como lecho fluidizado tridimensional se empleó un cilindro de vidrio de dimensiones: 190 cm de altura y 5,5 cm de diámetro con una altura efectiva, sobre el distribuidor, de 160 cm. A lo largo de la altura del lecho se dispusieron dos filas de tubos soldados de 2 cm de longitud, en costados opuestos del lecho, de 0,45 cm de diámetro interno, desde una altura de 1cm sobre el distribuidor hasta una altura de 60 cm sobre éste, espaciados entre ellos 6 cm, soldados al lecho en dirección diagonal u horizontal, con objeto de introducir por ellos la sonda de presión a diferentes alturas.

e) Sólido

Arena silícea de dos tipos (A y B según Geldart):

dp tipo B: 320-500 μm
 tipo A: 100-125 "

$$\rho_s = 1,3 \text{ gr/cm}^3$$

4.2.-EQUIPO DE MEDIDA

4.2.1.-SEÑAL DE PRESION

En el lecho bidimensional, Fig. 4.2.1., se emplearon para la toma de presión barras de acero huecas de 6mm de diámetro interno, introducidas por el extremo superior abierto del lecho y por la superficie libre. Se puso especial cuidado en fijar su verticalidad durante el desarrollo de los experimentos. Para evitar la obstrucción de las sondas se aplicó una malla metálica al extremo, de luz inferior al diámetro de partícula.

En el lecho tridimensional, Fig. 4.2.2., se empleó un tubo de plástico semirrígido de 5cm de longitud, 3,5 mm de diámetro externo y 2 mm de diámetro interno, que se introducía, asegurando posteriormente la estanqueidad, por

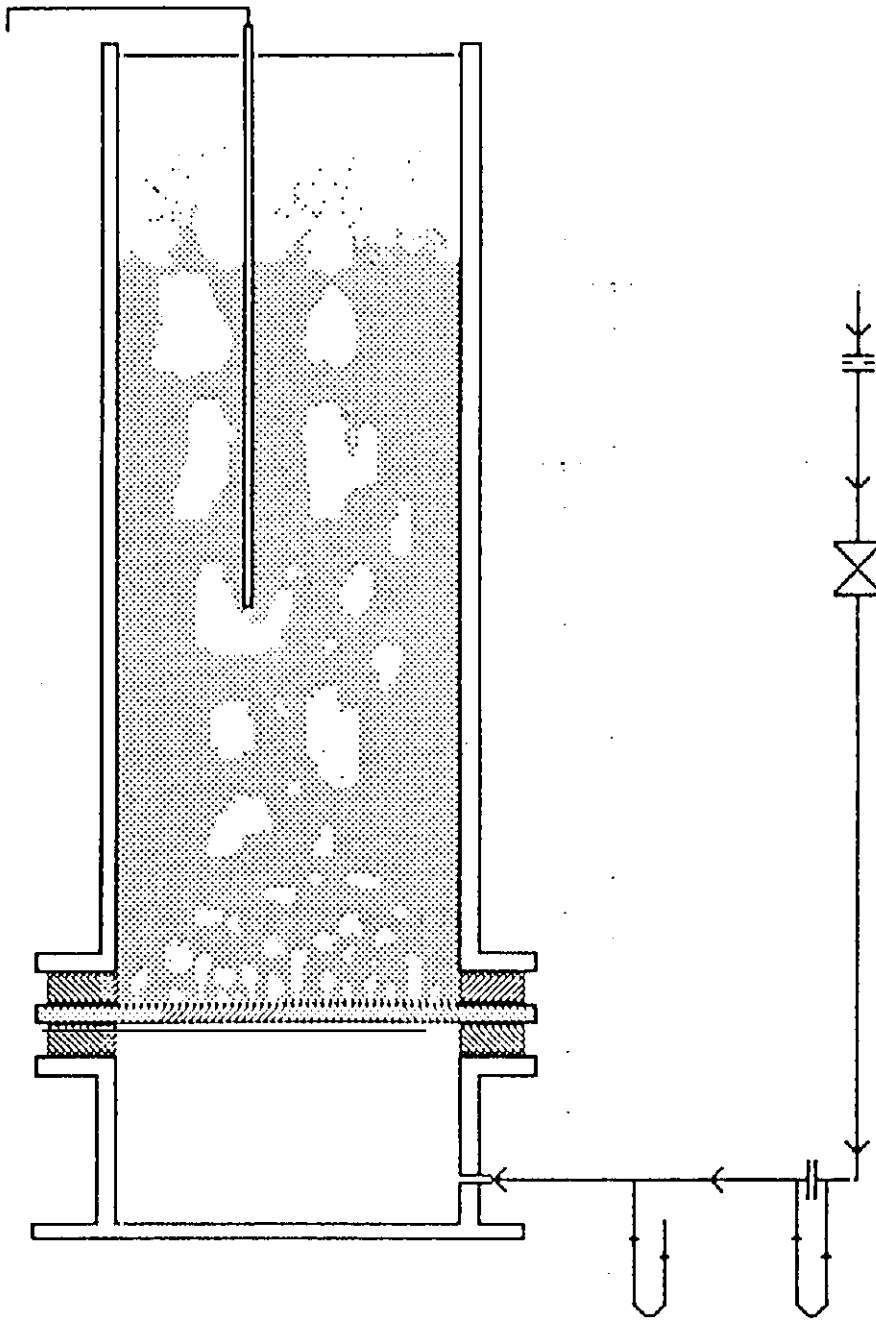


Fig. 4.2.1 Lecho bidimensional fluidizado con distribuidor.

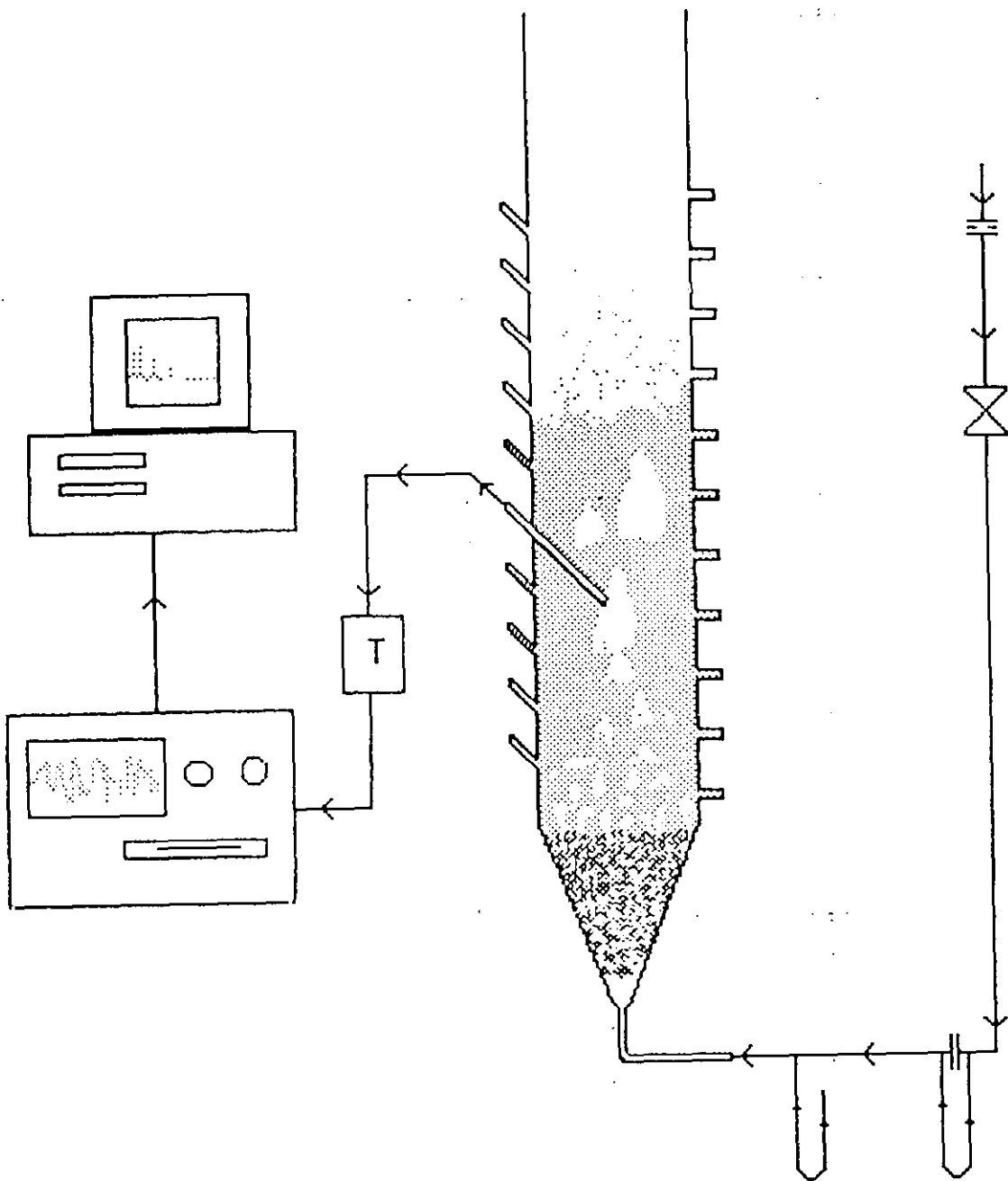


Fig. 4.2.2 Lecho Tridimensional fluidizado con distribuidor.

las aberturas laterales dispuestas a diferentes alturas. Al extremo abierto del tubo se le aplicaron tres capas de una malla elástica de nylon para evitar obstrucciones.

En ambos tipos de sonda, se hizo necesario, a pesar de las mallas protectoras, purgar la sonda de finos después de cada experimento. Esta operación se realizó aplicando alternativamente aire comprimido en cada sentido de la sonda.

La señal de presión se transforma en señal de voltaje mediante un transductor SCHAEVITZ P3061-50WD, enviándose posteriormente a un osciloscopio NICOLET 310 que registra un máximo de 4000 puntos por experimento y con capacidad para tomar una medida cada $2.5 \cdot 10^{-5}$ segundos como mínimo.

La serie temporal así registrada se almacenaba en formato binario (WAVE##.BIN) en discos de 5 1/4 " traducándose posteriormente a formato ASCII mediante el programa REPES14B.WFB (listado en el apéndice A), en lenguaje WFBASIC, archivándose definitivamente en este formato en discos de 3 1/2". Tanto el proceso de archivo como el tratamiento posterior de los datos se realizaron en un ordenador AAT-notebook 386-SX a 20 Mhz.

4.2.2.-REGISTRO EN VÍDEO

La grabación de secuencias experimentales en el lecho bidimensional fluidizando "ballotini", para su posterior análisis, se llevó a cabo mediante la colocación frontal, perpendicular a la pared plana del lecho, de una cámara de video SONY HANDYCAM de sensibilidad mínima de 12 lux y la iluminación indirecta, por la cara opuesta, de dos bombillas de 100W. (ilus. 4.2.3).

Para el posterior análisis cuantitativo se dispuso una regla fijada al lecho que proporcionaba una referencia constante de tamaño independiente de la distancia de enfoque. El análisis cuantitativo se realizó manualmente en el monitor de TV mediante la selección de imágenes fijas en el video-reproductor.

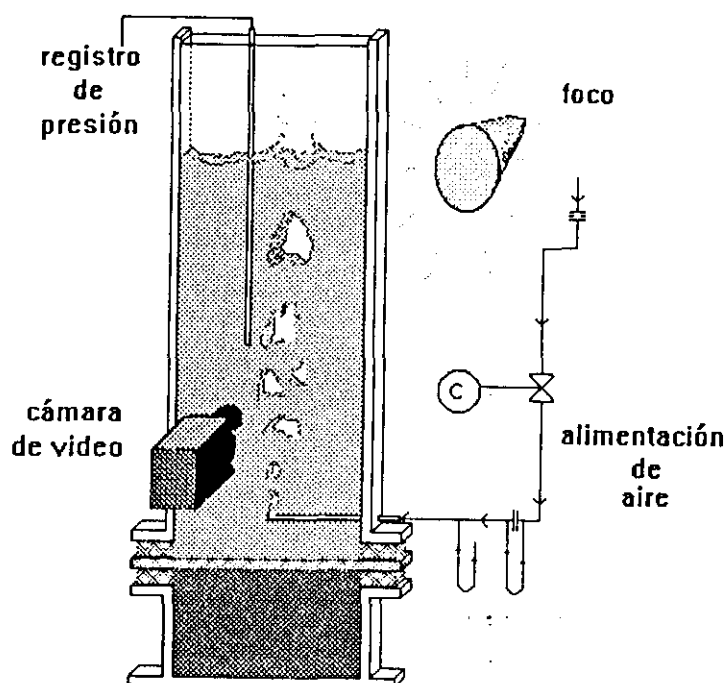


Fig. 4.2.3 Dispositivo de grabación en video

4.3.-PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

En cada experimento se toman registros de 4000 datos de oscilaciones de presión/tiempo, cada uno etiquetados con un nombre genérico (p.ej. FIN), un numeral de serie (p.ej.: 20) y un numeral de experimento (p.ej.: 35)(nombre completo FIN2035). El procedimiento experimental es de dos tipos dependiendo del experimento a realizar.

Antes de comenzar la serie de experimentos, independientemente del tipo de estos, se efectuaban las siguientes operaciones:

-Puesta en marcha del osciloscopio, para su estabilización

4.- Equipo y procedimiento experimental

- Fijación de la presión de la línea de gas general
- Establecimiento de la altura prefijada del lecho fijo
- Desobstrucción de la sonda de presión mediante aire comprimido
- Colocación de la sonda de presión a la altura deseada
- Fluidización vigorosa del lecho durante 15 min.
- Fijación en el osciloscopio del intervalo temporal de toma de señal
- Reducción del caudal a cero. Registro número 01

Posteriormente, dependiendo del tipo de experimento se seguía una de las dos líneas siguientes:

* Experimentos con aumento progresivo del caudal del gas fluidizante

- Fluidización vigorosa
- Reducción del caudal de gas por debajo de mínima fluidización, sin llegar a caudal cero
- Registro de los experimentos 02, 03, 04,...a caudal creciente

* Experimentos de registro de señal de presión a diferentes alturas para diversos caudales fijos

- Fluidización vigorosa
- Fijación del caudal de trabajo
- Registro número 02

- Reducción del caudal a cero
- Extracción, desobstrucción y reubicación de la sonda
- Fluidización vigorosa
- Fijación del caudal de trabajo
- Registro número 03
- etc...

La razón por la cual no se practicó la desobstrucción en los experimentos de caudal creciente, siendo aconsejable aunque no imprescindible hacerlo, fue que siendo la transición al caos estudiada muy sensible a pequeños cambios en las condiciones de trabajo, se pretendió alterar lo menos posible éstas a cambio de un riesgo de pérdida de señal. Por otra parte esta pérdida no era significativa, como se comprobó en la comparación de experimentos de este tipo donde en vez de aumentar el caudal en la serie, éste se redujo, manteniendo idénticas condiciones generales.

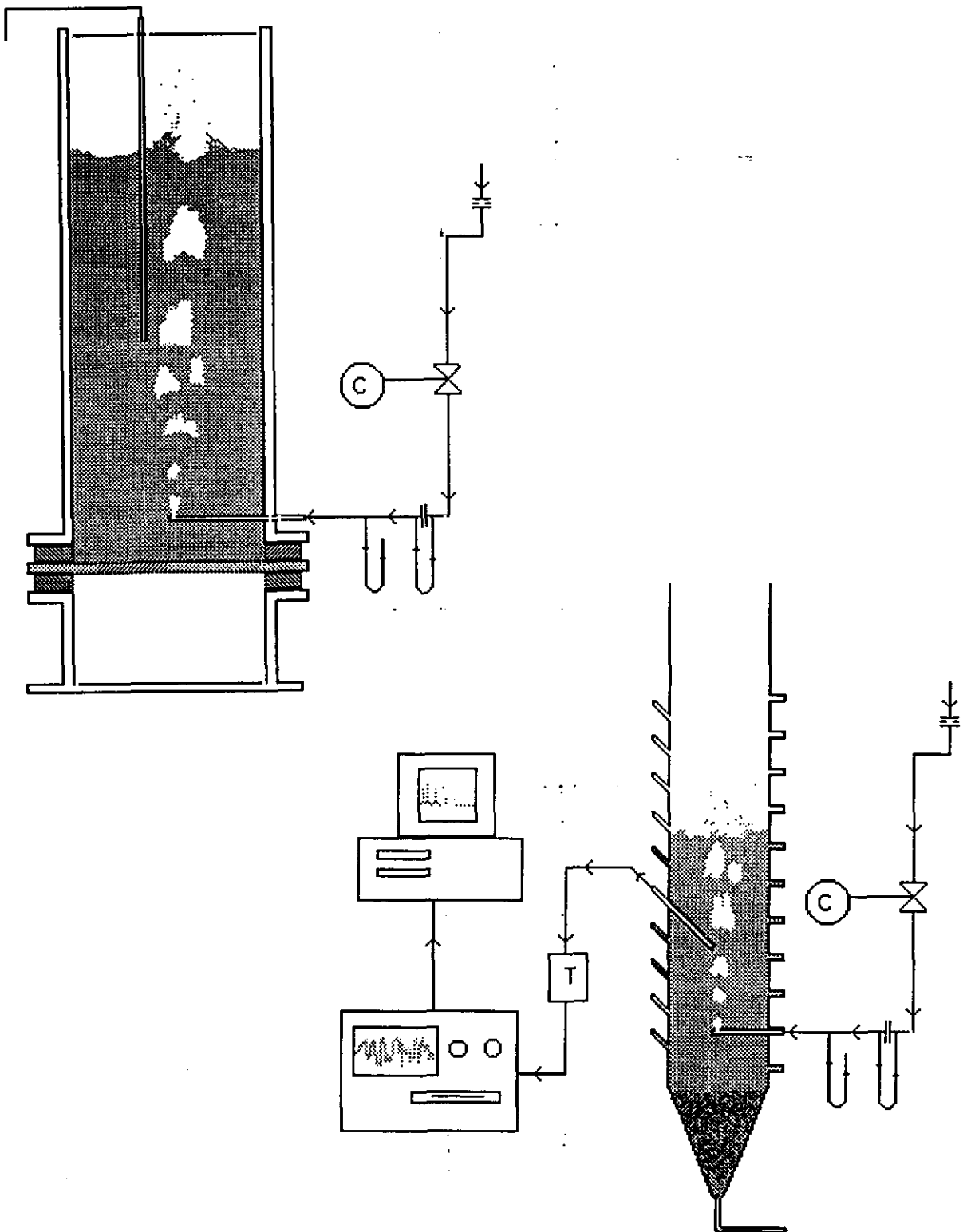


Fig. 4.3.4 Aspecto de los lechos operando mediante inyección de gas por orificio único.

5.-METODOLOGIA DEL ANÁLISIS CAÓTICO DETERMINISTA DE LAS OSCILACIONES DE PRESIÓN EN LECHO FLUIDIZADO

Se han desarrollado y puesto a punto diversos métodos de análisis. El análisis aplicado a las señales de oscilaciones de presión procedentes de un lecho fluidizado se ha realizado con la siguiente metodología general:

a) Se somete la serie temporal de oscilaciones de presión registrada a un filtrado que aclara la señal procedente del paso de burbujas en las proximidades de la sonda. El resto de la señal es lo que podríamos denominar "ruido", aunque se demostrará que no lo es tanto; el origen de este resto de señal es la propia dinámica de diversos fenómenos simultáneos en el lecho: erupción en superficie, formación de burbujas, turbulencia local en reducidos volúmenes...

b) Una vez seleccionada y aclarada la señal, se le aplican diferentes algoritmos de cálculo para determinar los valores de diversos parámetros que puedan servir para evaluar el nivel de caos.

c) Con algunos de los valores calculados en el apartado anterior se elabora un valor global del índice de caos observado en la serie temporal objeto de análisis. La aplicación de otros algoritmos permite un análisis cualitativo del nivel de caos. Este índice es inédito, no se tiene noticia hasta el momento de ideas similares, y su creación y uso constituyen uno de los objetivos fundamentales del presente trabajo de investigación.

Con la información generada en c) se pueden comparar experimentos entre sí, extraer conclusiones sobre dinámica y otros datos de aplicación práctica. Otros detalles de la metodología y operaciones descritas se desarrollan a continuación.

5.1.-PRETRATAMIENTO DE DATOS EXPERIMENTALES DE OSCILACIONES DE PRESION

5.1.1.-SEÑAL PRINCIPAL

Un registro típico experimental de fluctuaciones de presión en lecho fluidizado consta de 4000 puntos y posee el aspecto que se muestra en la Fig. 5.1.1.

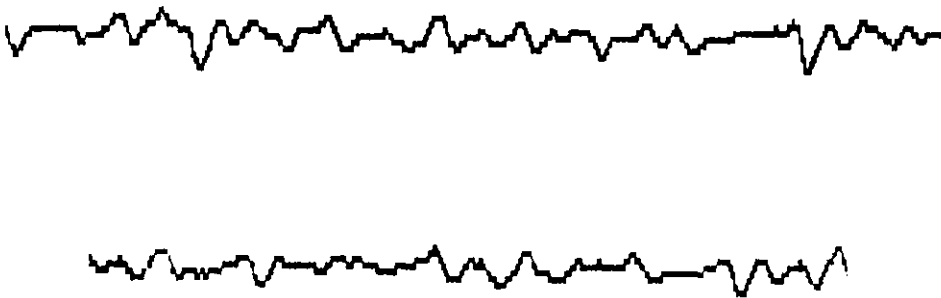


Fig. 5.1.1. Aspecto de un registro temporal de oscilaciones de presión en un lecho fluidizado con inyección de aire a través de distribuidor

Este tipo de registro es el resultado de la superposición de las fluctuaciones de presión producidas por varias burbujas al paso por la altura a que está situada la sonda (señal principal), y de las oscilaciones menos intensas procedentes de la inyección de burbujas, erupción de burbujas en la superficie libre, turbulencias locales, ruido de la línea,...etc (señal secundaria o "ruido"). Una posibilidad de simplificar la señal experimental es la inyección de gas a través de un solo orificio en vez del distribuidor. Esta alternativa evita la superposición de señales de gran intensidad procedentes de varias líneas ascendentes simultáneas de burbujas con origen en varios orificios de la placa distribuidora. Un registro experimental típico, ejemplo de lo anterior, es el mostrado en la Fig. 5.1.2.

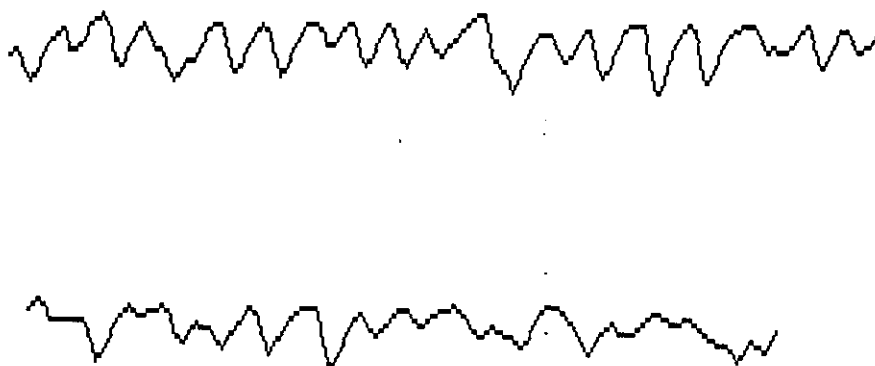


Fig. 5.1.2. Aspecto de un registro temporal de oscilaciones de presión en un lecho fluidizado con inyección de aire a través de orificio único.

Con esta técnica, además de evitar parte de la superposición de señales de burbujas simultáneas, se reduce proporcionalmente el ruido de fondo, originado por la dinámica de burbujeo (no así los ruidos "fijos" como el procedente de la propia línea). A pesar de ello, la complejidad de la señal se mantiene a varias escalas y el aspecto de la serie temporal dista mucho del que podría esperarse en un fenómeno simple periódico, como puede contemplarse en la Fig. 5.1.3.

Otros factores que influyen en el aspecto de la señal, independientemente del origen del burbujeo (distribuidor/orificio único), son las condiciones de registro de la serie temporal: umbrales inferior y superior e intervalo temporal de muestreo. Un intervalo temporal entre toma de datos excesivamente grande desvirtuará la información y uno excesivamente pequeño puede registrar información redundante, Figs. 5.1.3. y 5.1.4..

El intervalo debe fijarse en proporción al periodo típico o frecuencia fundamental del fenómeno estudiado, que en este caso es el paso de burbujas. El tiempo de registro de datos empleado en los experimentos ha variado entre los 5 y 10 milisegundos, que es suficientemente pequeño para el objetivo de las medidas realizadas.

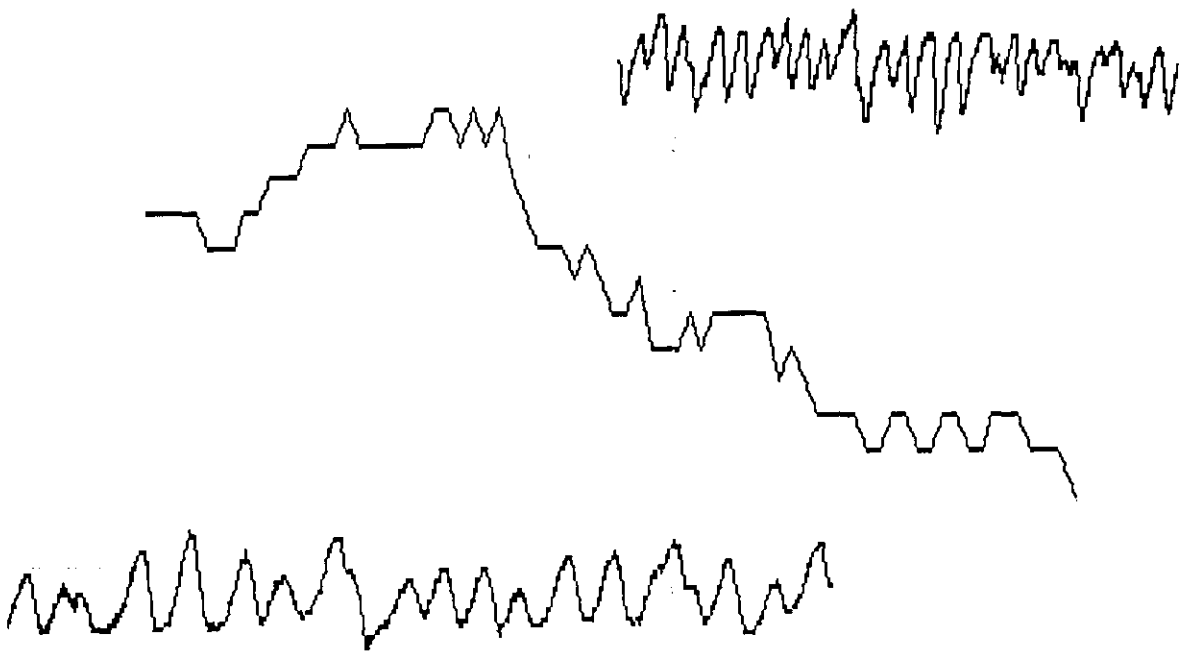


Fig. 5.1.3. Aspecto de un mismo registro, observado a escalas decrecientes.

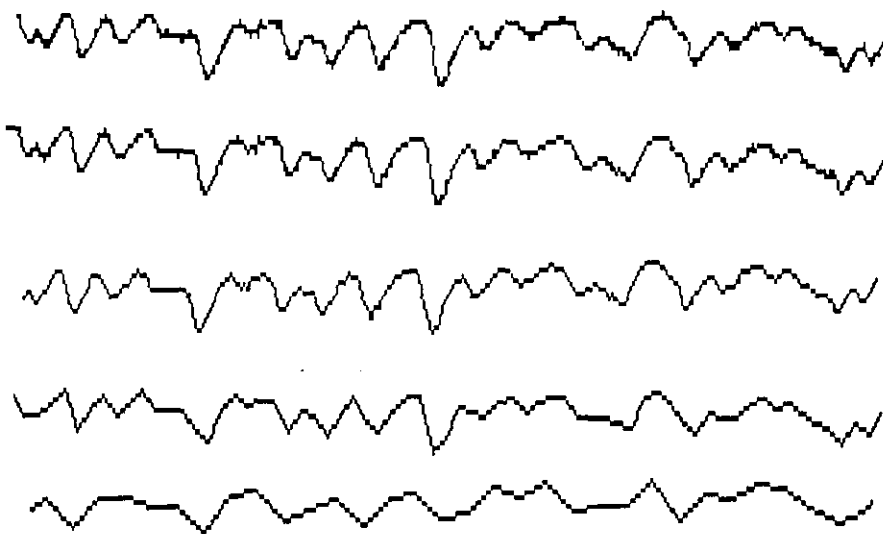


Fig. 5.1.4. Series temporales resultado de tomar datos a intervalos crecientes, sobre un mismo experimento base.

5.1.2.-SEÑAL FILTRADA

El proceso de filtración de la señal puede realizarse en dos fases:

- Durante el proceso de registro de datos (filtrado analógico)
- En el tratamiento de datos ya registrados (filtrado digital)

5.1.2.1.-Filtrado durante el registro de datos

El dispositivo empleado para la grabación de la señal de fluctuación de presión, un osciloscopio NICOLET 310, dispone de dos canales de recepción de señal de presión simultáneos que pueden restar sus respectivas señales y grabar en soporte magnético únicamente el resultado de esta operación. Si uno de los canales se mantiene conectado a un transductor de presión abierto a la atmósfera, al restar esta señal de la real se eliminan dos factores de ruido: las oscilaciones procedentes del ambiente (producto de vibraciones principalmente) y la ubicua señal parásita de 50 Hz procedente de la línea de corriente eléctrica. Debido a causas desconocidas, dispuesto este tipo de filtrado, el aspecto de las fluctuaciones no ofrecía confianza de fidelidad al fenómeno registrado. Por ello no se pudo emplear, aunque se menciona en esta memoria para que se conozca esta alternativa de filtrado.

5.1.2.2.-Filtrado digital de datos.

A los datos ya registrados se les pueden aplicar diferentes algoritmos de filtrado numérico o matemático. Los empleados han sido, según el orden de empleo:

1º) Filtro media móvil

2º) Filtro de primer orden

El filtro media móvil consiste en someter a los datos originales de fluctuaciones de presión, $P(n)$, al siguiente tratamiento

$$PF(n) = \frac{P(n-w/2) + P(n-w/2+1) + \dots + P(n) + \dots + P(n+w/2-1) + P(n+w/2)}{w}$$

(ec. 5.1.1.)

siendo $PF(n)$ el correspondiente dato filtrado, donde w es un número entero que indica la cantidad de datos a tener en cuenta en cada paso del filtrado y $w/2$ es el valor de la parte entera del resultado del cociente. El valor empleado en esta investigación para W ha sido 5.

La aplicación de este filtro se ha realizado en la fase de traducción de datos del formato BIN, en el que son grabados por el osciloscopio, al formato ASCII en el que son almacenados, operación que se realiza mediante un programa en lenguaje WFBASIC. Este lenguaje de programación dispone del comando SMOOTH que aplica el filtro a los datos de origen antes de grabarlos definitivamente. En la figura 5.1.5. se aprecia la diferencia entre una curva original y la misma filtrada con $W=5$.

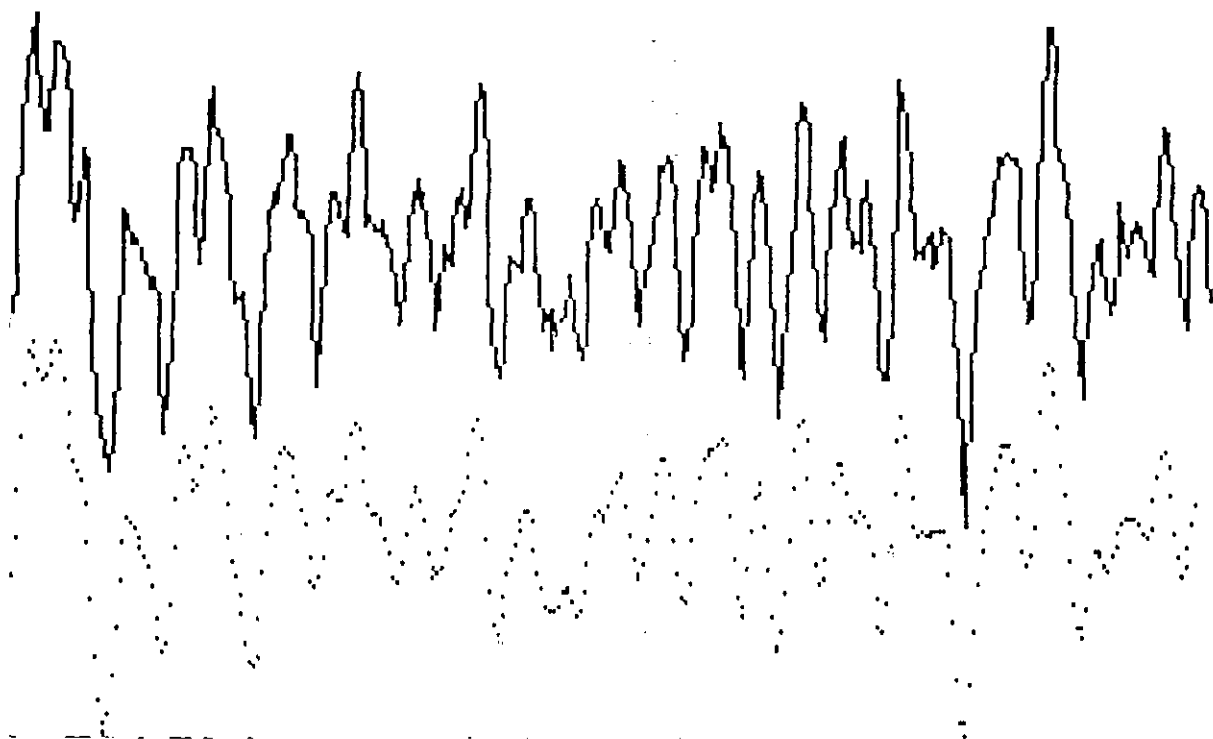


Fig. 5.1.5. Curva de datos originales (continua) y curva resultado de filtrar la anterior con un filtro de media móvil de 5 en 5 (punteada).

5.- Metodología del análisis de las oscilaciones de presión

El filtro de primer orden somete a los datos originales, $P(n)$, al siguiente tratamiento

$$PF(n) = f * P(n) + (1 - f) * PF(n-1)$$

(ec. 5.1.2)

siendo $PF(n)$ el correspondiente dato filtrado, y f un factor que puede variar entre 0 y 1. Un valor de $f=1$ supone un filtrado nulo ya que $PF(n)=P(n)$. Un valor de $f=0$ supone una pérdida del 100% de la información original, Fig 5.1.6.. El valor de f empleado en esta investigación ha variado según el uso que quisiera darse al filtrado.

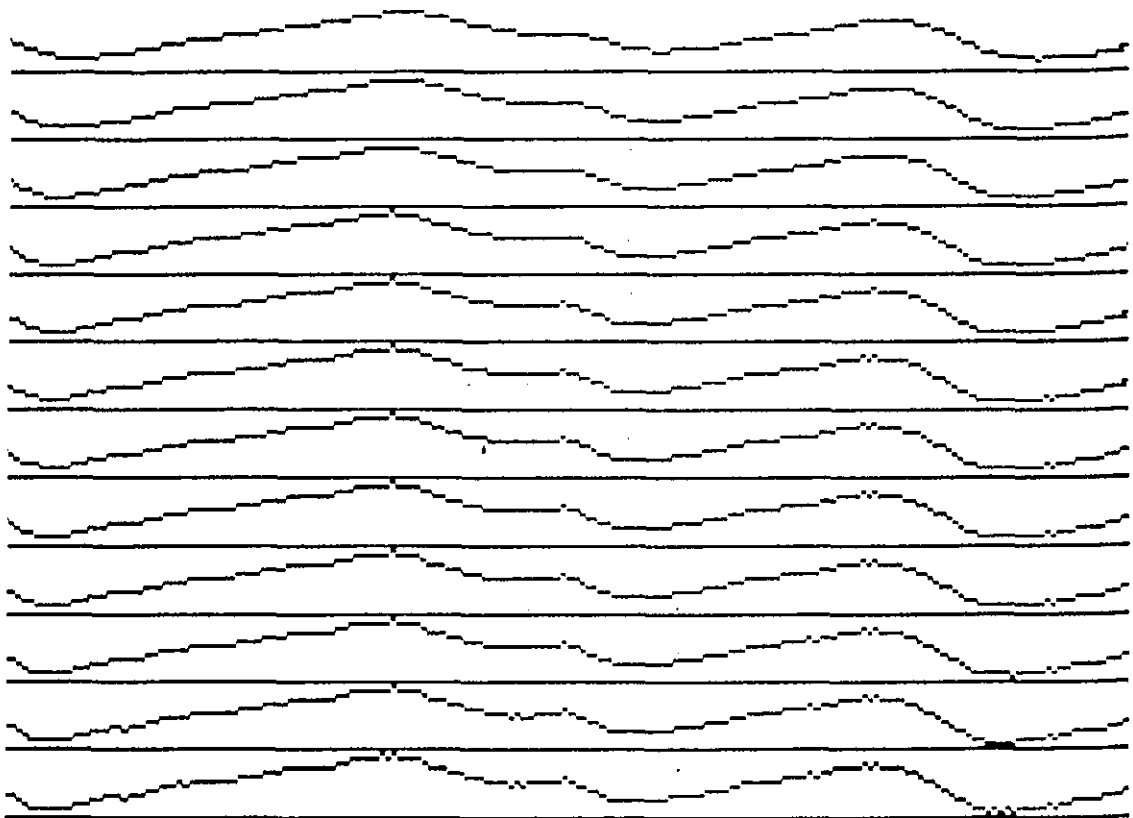


Fig. 5.1.6. Curvas resultado de filtrar unos mismos datos originales con un filtro de 1er orden, con valores crecientes del factor F .

5.2.-DETERMINACIÓN DEL NIVEL DE CAOS. ALGORITMOS.

La cuantificación del nivel de caos de una serie temporal se ha realizado mediante el cálculo de un conjunto de parámetros y la observación de una serie de representaciones gráficas producto de un tratamiento peculiar de los datos, todos ellos descritos cualitativamente en el apartado 2.2.3. de esta memoria. Los algoritmos empleados para ello se describen a continuación.

5.2.1.-TRANSFORMADAS DE FOURIER

La obtención y la representación gráfica de la Función Transformada de Fourier se ha realizado aplicando a los datos originales el comando FFT (Fast Fourier Transform) contenido en un programa en lenguaje WFBASIC. El listado completo del programa, que genera la función y almacena ésta en formato ASCII, se encuentra en el APÉNDICE F de esta Memoria.

5.2.2.-FUNCIÓN DE AUTOCORRELACIÓN

Su cálculo, aplicado a una serie temporal de fluctuaciones de presión $P(t)$, se realiza mediante la siguiente expresión

$$coef.autocorr.(ta) = \frac{\sum_{t=1}^{t=1000} (P(t) - \bar{P})(P(t+ta) - \bar{P})}{\sum_{t=1}^{t=1000} [P(t) - \bar{P}]^2}$$

(cc. 5.2.1.)

donde t_r es el tiempo de retraso en función del cual se calcula la función. Se emplearon series temporales de oscilaciones de presión de 2000 datos (desde $t=0$ a $t=2000$) y un valor máximo de $ta=1000$, explorando valores de ta que aumentaban de 5 en 5.

El coeficiente de autocorrelación refleja el nivel de caos de una serie temporal: decrece bruscamente para series caóticas, permaneciendo en valores muy

bajos para cualquier valor de τ_a . El único inconveniente que se presenta a la hora de interpretar este parámetro es que no es suficiente la representación gráfica para cuantificar el citado nivel de caos, es necesario valorar numérica y globalmente esta tendencia en una serie.

Para ello se propone un método inédito que consiste en: calcular el valor medio de los valores absolutos de todos los coeficientes de autocorrelación calculados en una serie temporal (200 en cada uno de los experimentos). El valor final de esta media es tanto más bajo como caótica sea su naturaleza. El diagrama de flujo del programa aplicado se presenta en la Figura 5.2.1. .

5.- Metodología del análisis de las oscilaciones de presión

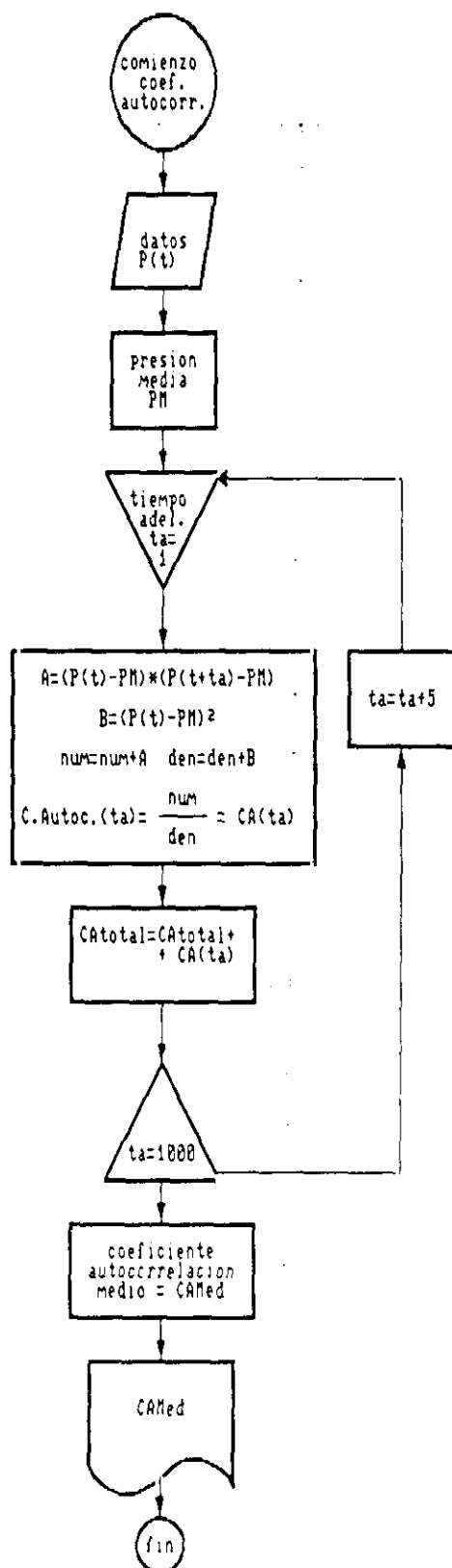


Fig. 5.2.1 Diagrama de flujo del programa de cálculo del coeficiente de autocorrelación

5.- Metodología del análisis de las oscilaciones de presión

El listado del programa, en lenguaje GWBASIC, se encuentra en el APENDICE B.

Como ejemplo de aplicación del cálculo del coeficiente de autocorrelación (ca), se presenta en la tabla 5.2.1. el valor obtenido para series temporales de valores de la Función Logística empleando diferentes valores del coeficiente H (función descrita en 2.2.2.1.). Esta función presenta un comportamiento periódico para valores de H inferiores a 3,56 y , salvo ciertas "ventanas" de orden, al aumentar H hasta 4 el nivel de caos es ascendente. En la tabla se presentan los valores de H, el valor del coeficiente de autocorrelación calculado en 4 series independientes con el mismo valor de H y el valor medio CA que se toma como valor definitivo. Estos valores presentan una desviación media del $\pm 3\%$. Puede observarse como el coeficiente disminuye al aumentar el nivel de caos.

Tabla 5.2.1. Valores del coeficiente de autocorrelación

H	1º	2º	3º	4º	CA
3,5	0,94	1,01	0,96	0,94	0,96
3,55	0,92	0,899	0,906	0,93	0,91
3,60	0,38	0,83	0,89	0,85	0,737
3,65	0,75	0,56	0,74	0,85	0,725
3,7	0,32	0,17	0,87	0,33	0,42
3,75	0,28	0,25	0,35	0,28	0,29
3,8	0,16	0,19	0,27	0,32	0,23
3,9	0,16	0,24	0,26	0,25	0,22

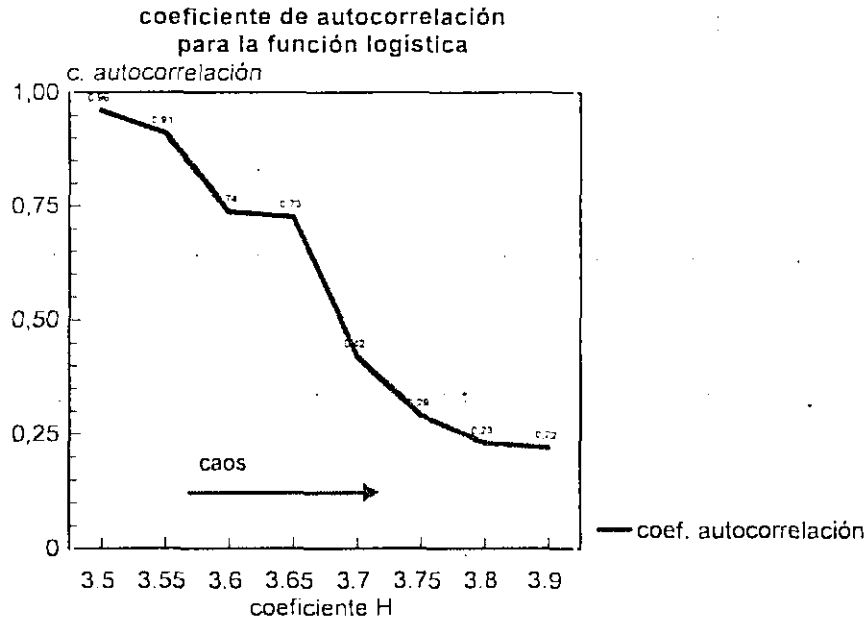


Fig. 5.2.2. Representación gráfica de los valores del coeficiente de autocorrelación para diferentes comportamientos de la función logística.

5.2.3.-MÁXIMO EXPONENTE DE LIAPUNOV

Es la medida de la separación exponencial de dos trayectorias del espacio de las fases, inicialmente próximas. Básicamente se trata de elegir dos puntos próximos de dos trayectorias diferentes del atractor de un determinado fenómeno, calcular la distancia que los separa (L) y evaluar esta distancia para puntos separados igualmente en el tiempo (t_m) de los anteriores. Si esta práctica se repite para un número suficiente de puntos del atractor que cubran todas las zonas de éste, el valor del denominado "máximo exponente de Liapunov", MEL, se evalúa mediante la siguiente fórmula

$$MEL = \frac{1}{t_m - t_0} \sum_{k=1}^{k=m} \log \frac{L(t_k)}{L(t_{k-1})}$$

(cc. 5.2.2.)

donde $L(t)$ es la separación entre puntos del atractor, t_k es el instante en el que se evalúa la separación y m es el número de veces que se evalúa la distancia de una misma pareja inicial de puntos.

El máximo exponente de Liapunov es negativo para un atractor de punto fijo, cero para un ciclo límite o un atractor toroidal y positivo para un atractor extraño.

El programa, en lenguaje GWBASIC, que permite calcular el exponente para una serie temporal de fluctuaciones de presión se encuentra en el APENDICE C de esta memoria. Su diagrama de flujo se presenta en la Fig. 5.2.3..

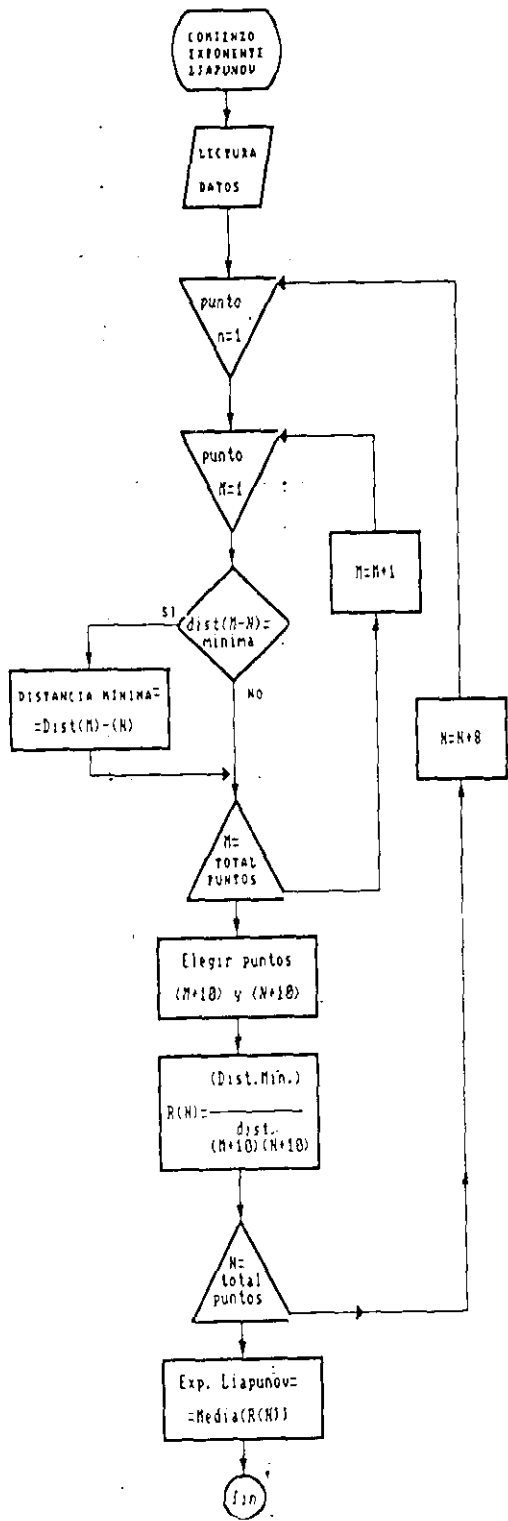


Fig. 5.2.3 Diagrama de flujo para el cálculo del Exponente de Liapunov

5.- Metodología del análisis de las oscilaciones de presión

Si aplicamos este procedimiento a series de valores procedentes de la función logística (2.2.2.1) para comportamientos caóticos y no caóticos regulados por el valor del coeficiente H de la función, el resultado es el dado en la Tabla 5.2.2. y Fig. 5.2.4..

Tabla 5.2.2. Valores del Exponente de Liapunov para F.Logística

H	MEL
3,40	-0,150
3,50	-0,014
3,55	-0,080
3,60	2,000
3,70	3,740
3,80	4,980
3,90	5,700
3,95	6,190

Debemos recordar que el valor frontera entre el comportamiento periódico y el caótico, en esta función, se presenta para un valor de $H=3,569...$ Cabe observar el cambio brusco de signo del MEL para valores de H superiores a éste.

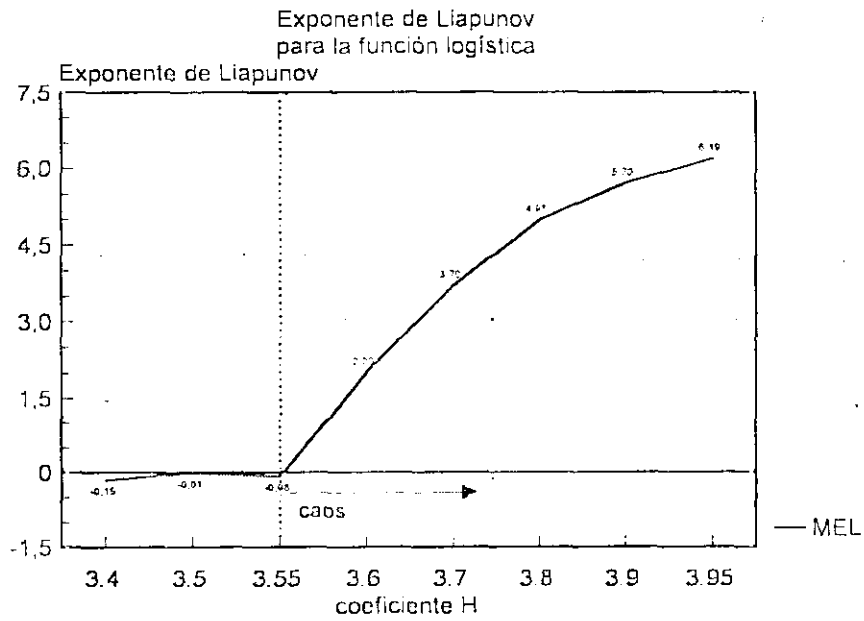


Fig. 5.2.4 Representación gráfica de los valores del exponente de Liapunov para diferentes comportamientos de la ecuación logística.

5.2.4.-DIMENSION FRACTAL

Como ya se explicó en el apartado 2.2.3.9., se trata de conocer la geometría de la distribución del conjunto de puntos que componen un atractor. El cálculo de

5.- Metodología del análisis de las oscilaciones de presión

DC (dimensión de correlación) se realiza mediante la reconstrucción del atractor mediante la técnica descrita en 2.2.3.3., empleando para la localización de cada punto del atractor un número (N) de 2, 3, 4, 5, ...coordenadas. Una vez elegido el número de coordenadas se calculan las distancias entre todos los puntos del atractor y se recuenta el número de parejas de puntos cuya distancia es menor que una dada. Repitiendo esta última operación para distancias intermedias entre la máxima y la mínima, la información resultante se procesa según la ecuación 2.2.16. La pendiente de la línea resultante de la representación gráfica de $\log(n^\circ \text{ parejas de puntos distanciados } x) / \log(x)$, calculada gráficamente, nos informa de la dimensión del atractor.

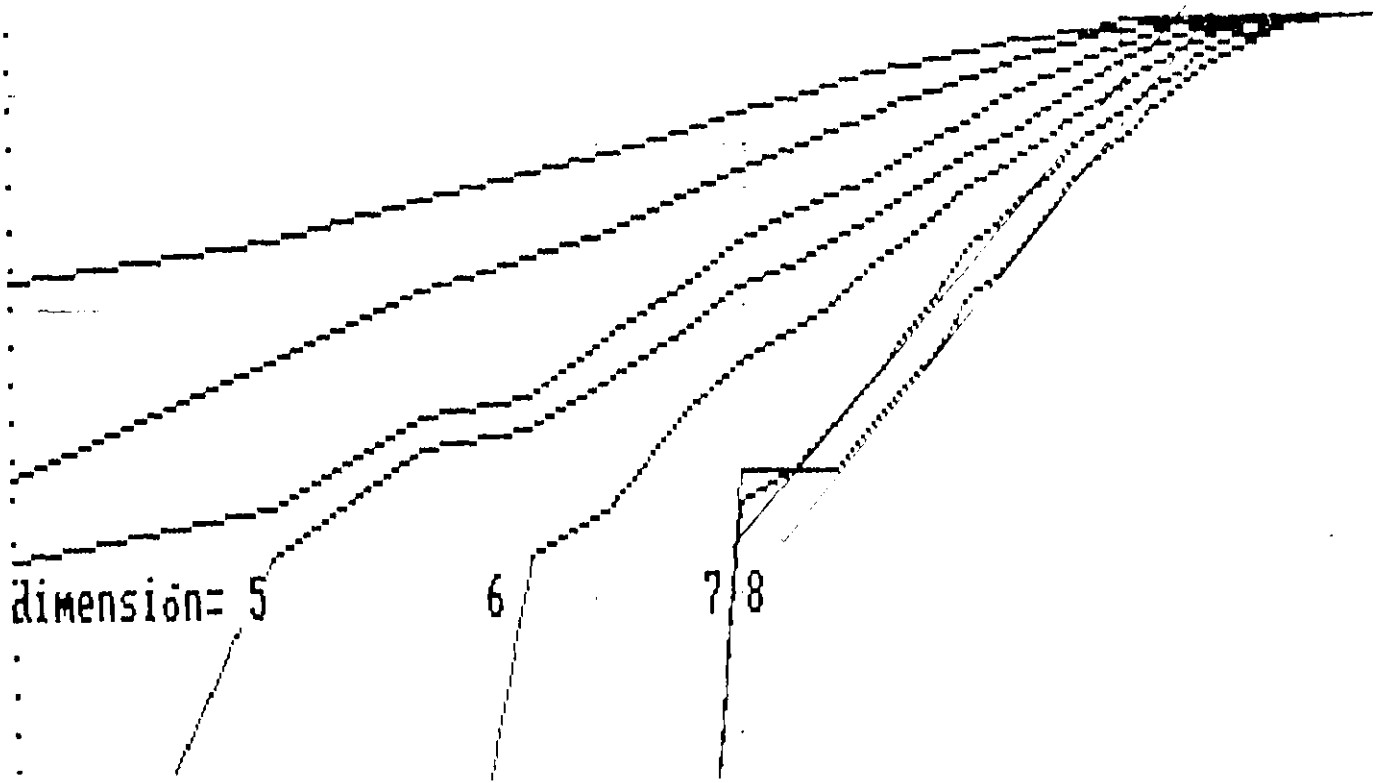


Fig. 5.2.5. Ejemplo de cálculo de la dimensión

Un ejemplo de cálculo se muestra en la Fig. 5.2.5..El listado del programa que realiza esta operación automáticamente para datos de una serie temporal se encuentra en el APENDICE D. El diagrama de flujo se presenta en la Fig. 5.2.6..

5.- Metodología del análisis de las oscilaciones de presión

Los resultados de la dimensión (D) y del número de variables (N) necesarias para definir el fenómeno de la ecuación logística se presentan en la Tabla 5.2.3. y la Fig. 5.2.7..

Tabla 5.2.3. Valores de la dimensión para función logística.

coeficiente	N (nº variables)	D (dimensión)
3,5	2	0
3,6	3	0
3,7	7	5,3
3,8	8	5,2
3,9	7	5

Es importante resaltar, el aumento significativo de la cantidad de variables necesarias (N) para definir el fenómeno, sin que lleguen a ser muy elevadas, caso en el cual se encuentran los atractores de los fenómenos aleatorios. También cabe destacar que la dimensión (D) se estabiliza en un valor finito, contrariamente al caso de los atractores de fenómenos aleatorios en los cuales la dimensión crece indefinidamente al aumentar N.

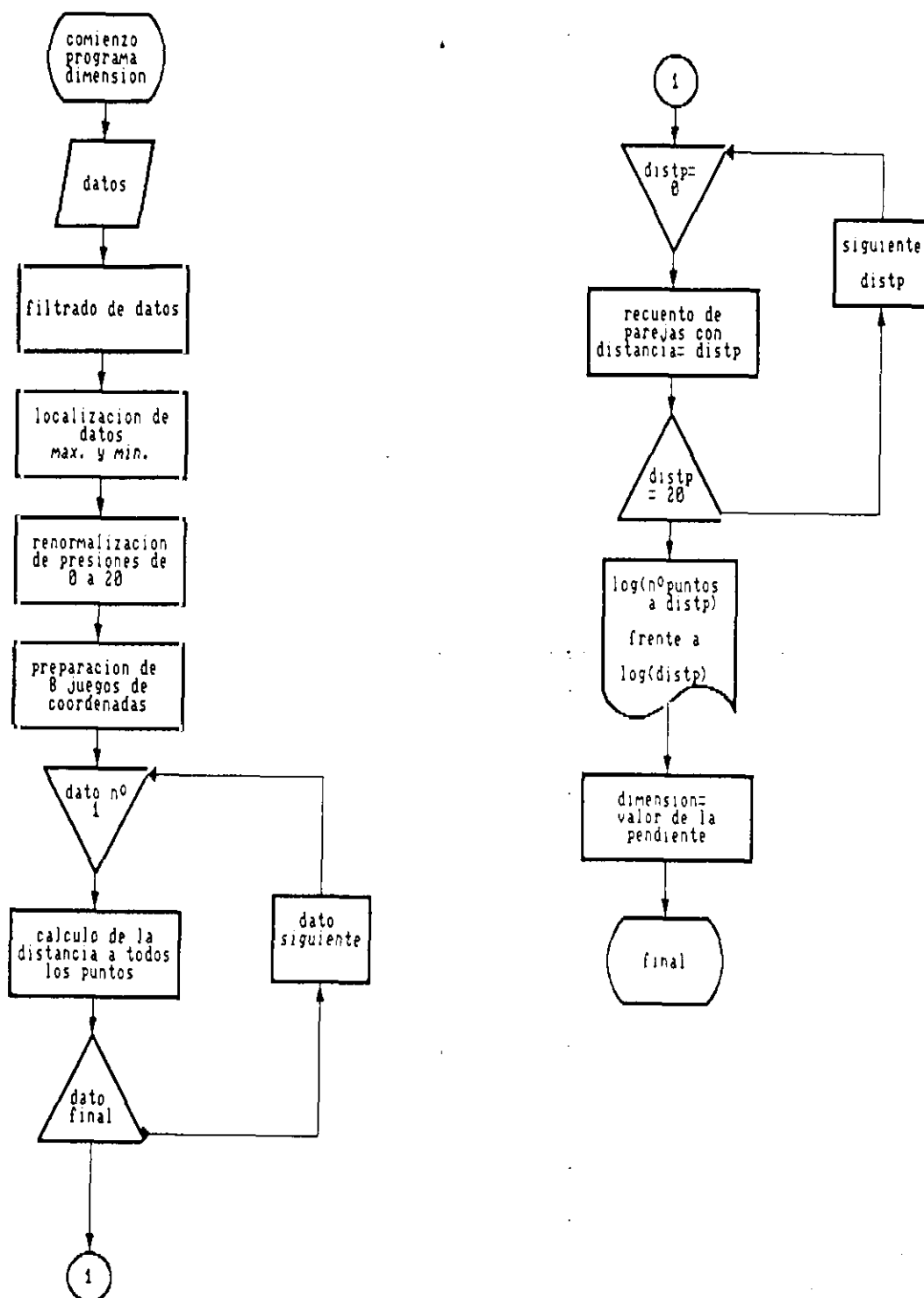


Fig.5.2.6. Diagrama de flujo del programa de cálculo de la dimensión

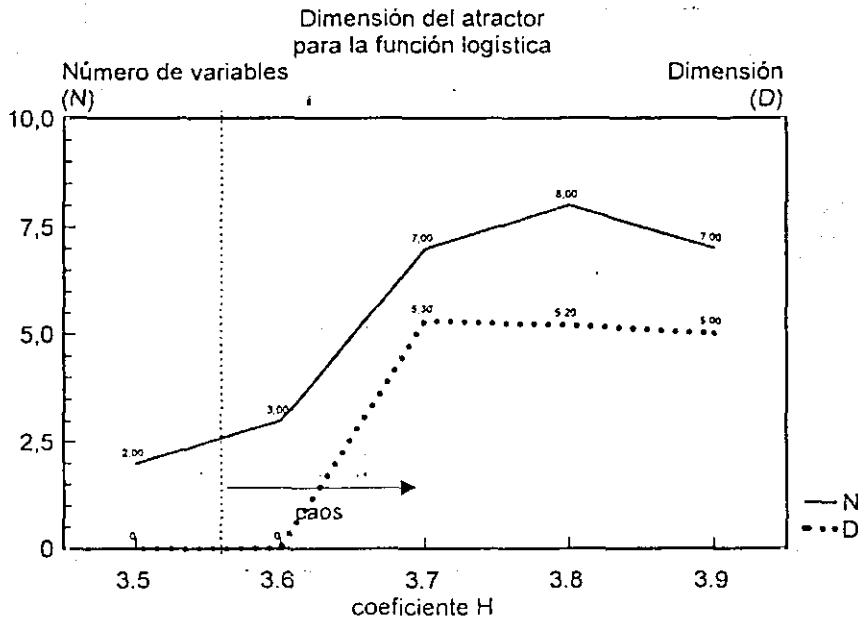


Fig. 5.2.7. Representación gráfica de los valores de dimensión, para diferentes comportamientos de la ecuación logística.

5.2.5.-REPRESENTACION DEL ATRACTOR

Como ya se definió en el apartado 2.2.3.3., un atractor es la representación gráfica, en el espacio de las fases, de la evolución de un sistema dinámico, en el que las coordenadas son las componentes del estado o grados de libertad del movimiento de un sistema. Cuando no se conoce la función que describe la dinámica de un sistema y se poseen datos de series temporales de éste, el método de reconstrucción del atractor se basa en el denominado método del tiempo de retraso (Takens, 1981):

Denominamos $X_0(t)$ a la serie temporal obtenida a partir de los datos de medida, aunque en la dinámica del sistema participan también otras variables $X_k(t)$, $k=1,2,\dots,n-1$. Intentamos reconstruir dicha dinámica a partir de los datos de $X_0(t)$. Para ello consideramos el espacio de las fases cubierto por las variables X_k . El estado momentáneo del sistema corresponde a un punto P de dicho espacio, mientras que una secuencia de dichos estados define una curva a la que

hemos llamado trayectoria en el espacio de las fases. Con el correr del tiempo el sistema alcanza un régimen permanente, supuesto que la dinámica del sistema se puede referir a un conjunto de leyes deterministas y disipativas. Esto queda reflejado en la convergencia de familias enteras de trayectorias del espacio de las fases. A este conjunto inferior invariante lo denominamos "atractor".

El primer paso consiste en determinar un conjunto adecuado de variables que cubran el espacio de las fases. Para ello existen varios métodos, uno de ellos consiste en generar series independientes de datos a partir de la registrada. Estas series se pueden construir si se adopta un valor de intervalo temporal denominado τ que suele ser un múltiplo entero del intervalo (it) empleado en el registro de los datos experimentales, $\tau = M(it)$ (el valor de $M(it)$ suele tomarse igual al del tiempo para el que la función de autocorrelación presenta el primer cero) . Empleando τ podemos generar H series temporales linealmente independientes, de n términos cada una, del tipo

$$X_{H} = \{ X(t_1 + H\tau), X(t_2 + H\tau), \dots, X(t_n + H\tau) \} \quad H=1,2,3,\dots$$

de este modo disponemos de información suficiente como para trascender el espacio unidimensional de la serie temporal inicial y desarrollar la dinámica del sistema en un espacio de fases multidimensional (de dimensión igual al valor tomado para H). Esta información nos permite representar el retrato de las fases del sistema o sea su proyección sobre un subespacio del espacio de fases completo, de dimensión más baja.

Un punto P_i del espacio de las fases reconstruido mediante el método anterior posee las H coordenadas siguientes

$$P_i = (X(t_i), X(t_i + \tau), X(t_i + 2\tau), \dots, X(t_i + H\tau))$$

y obtendremos n puntos P_1, P_2, \dots, P_n correspondientes a $i=1,2,\dots,n$.

Otras dos maneras de reconstruir el atractor original son:

1) tomar como coordenadas de cada punto el valor de la variable original y las derivadas primera, segunda, ... en dicho punto. O en lugar de cada punto, los máximos de la función.

2) tomar como coordenadas de cada punto el valor de la variable original y la diferencia entre este valor y el anterior. También cabe la posibilidad de realizar esta operación con los valores de los máximos o picos de la serie temporal, Figs. 5.2.8. y 5.2.9..

Cualquiera de las cuatro maneras de reconstruir el atractor genera uno topológicamente igual al original. En la práctica se han empleado en esta investigación 2 dimensiones y el método de representar $P(t)/P(T+it)$, donde it es un tiempo de adelanto.

El diagrama de flujo del programa que genera los atractores se expone en la Fig. 5.2.10 y se presenta el programa, confeccionado en GWBASIC y WFBA-SIC, en el APENDICE E.

Otra manera de deducir información sobre la dinámica original, empleada por Martien y col.(1985) y Wu y col. (1989) en el análisis de series temporales es la de calcular los intervalos entre burbujas (it_n) y representar it_n frente a it_{n+1} . En condiciones caóticas el atractor así construido adopta formas coherentes.

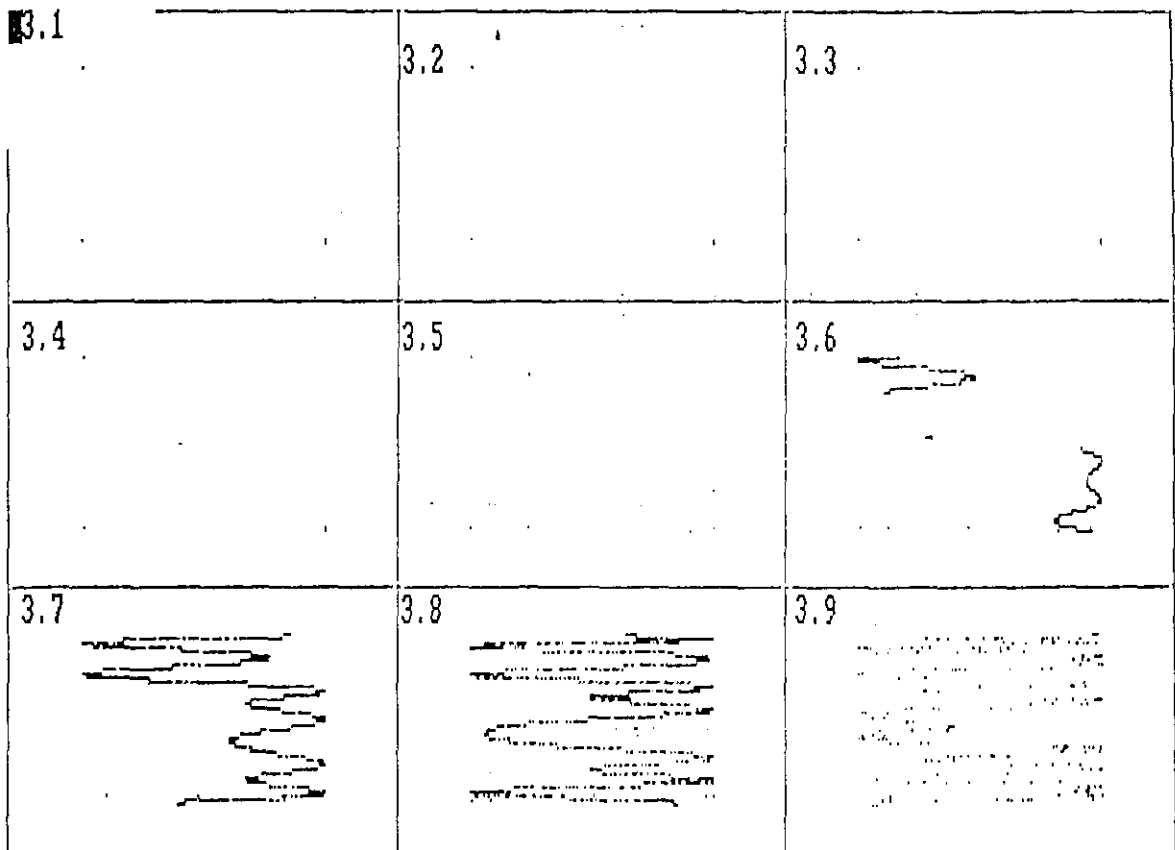


Fig. 5.2.8. Atractores correspondientes a los datos de las series temporales obtenidas con la ecuación logística para los valores del coeficiente presentes en cada cuadro.

3.1	3.2	3.3	3.4
3.5	3.6	3.7	3.8
3.9	7	7	7

Fig. 5.2.9 Atractores de la función logística, generados mediante el ultimo método sugerido (2).

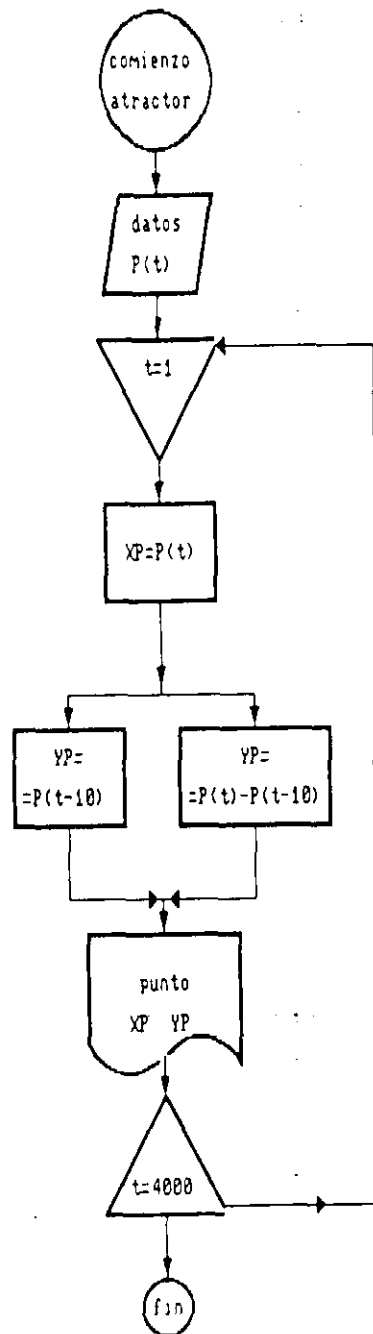


Fig. 5.2.10. Diagrama de flujo para la representación de atractores de intervalo entre valores máximos.

5.2.6.-CARACTERIZACION DE LA TRANSICION AL CAOS

Como se ha mencionado ya en el apartado 2.2.3.7., una de las maneras de caracterizar el tipo de transición al caos es la observación de las frecuencias dominantes en el espectro de Fourier de la señal temporal. Para ello se puede emplear el programa presentado en el Apéndice G que permite visualizar 42 espectros consecutivos y apreciar la relación entre las frecuencias de aparición de los picos más importantes. Este programa trabaja con los espectros generados mediante el programa del Apéndice F y posteriormente traducidos al formato ASCII. Un ejemplo de aplicación se presenta en la Fig. 5.2.11.; aunque a veces sea más útil a efectos prácticos observar esta misma presentación desde un perspectiva superior, lo que puede realizarse mediante ligeras modificaciones en el mismo programa, dando el resultado que se muestra en la Fig. 5.2.12., donde se puede apreciar la importancia de las frecuencias o picos del espectro en función del diámetro de los círculos y a su vez la frecuencia de estos por la posición de su punto central.

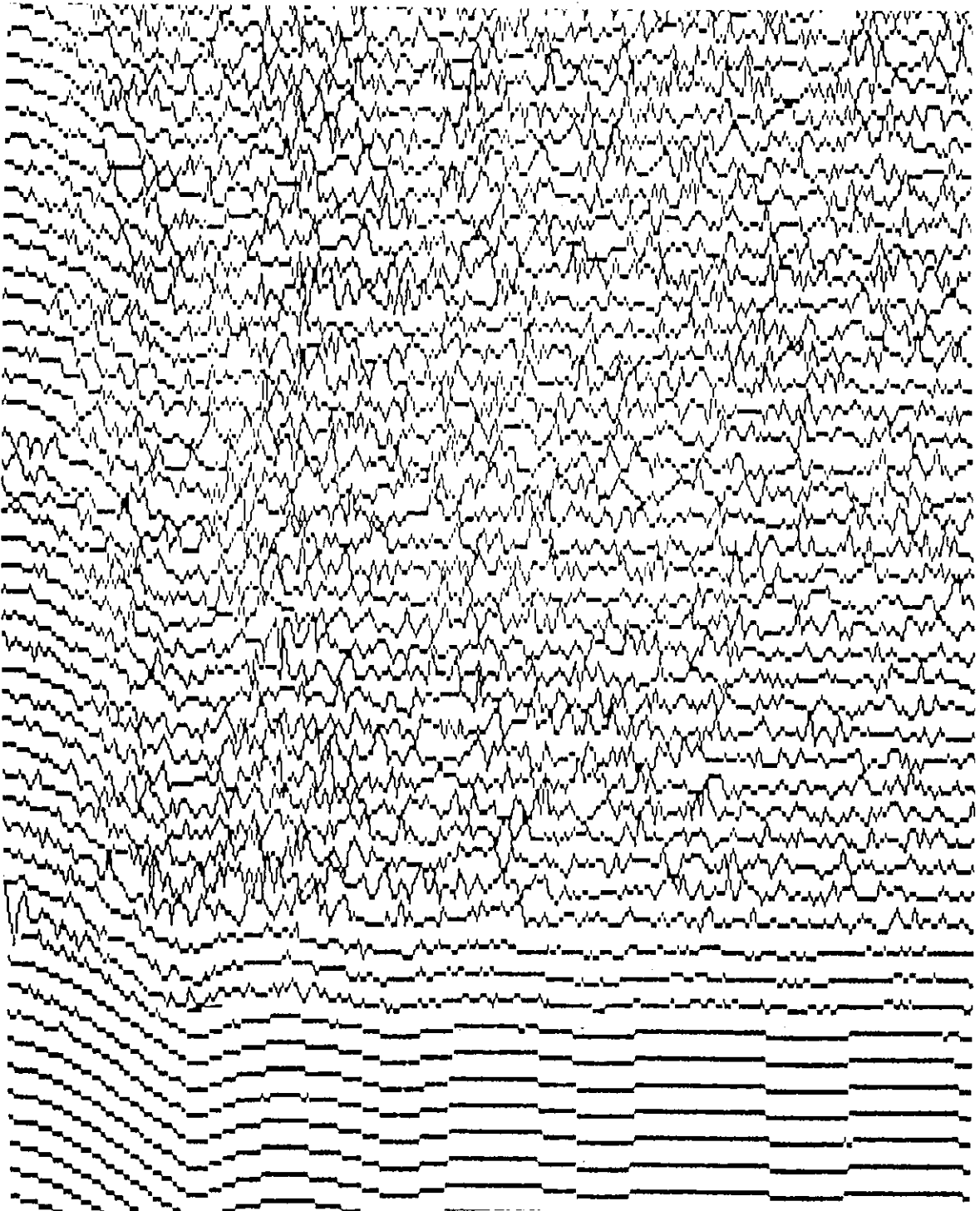


Fig. 5.2.11. Espectros de 70 experimentos consecutivos presentados en serie.

5.- Metodología del análisis de las oscilaciones de presión

-Generar unos índices para cada parámetro que permitan evaluar cuantitativamente los grados de desorden caótico.

Para ello se calcularon tres parámetros cuantitativos ya descritos (Máximo exponente de Liapunov, Dimensión fractal del atractor y Coeficiente de autocorrelación) para 27 tipos de señales bien conocidas que abarcaban todos los grados de caos, desde señales periódicas puras a las derivadas de sistemas de ecuaciones caóticos clásicos como pueden ser el atractor de Lorenz. La enumeración concreta de estas señales es:

2 funciones periódicas puras (señales nº 4-5)

10 sumas de funciones periódicas (de 2, 3, 4, 5 ,6 , 10, 20, 30, 40 y 50 funciones respectivamente) (señales nº 6-15)

7 estados diferentes de la ecuación logística (desde periodicidad hasta caos)(señales nº 16-22)

3 funciones pseudoaleatorias (RND)(señales nº 1-3)

1 suma de función aleatoria más periódica (señal nº 23)

1 suma de función logística más aleatoria (señal nº 24)

1 suma de función aleatoria más logística (señal nº 25)

1 serie de procedente del atractor de Lorenz (señal nº 26)

1 serie de procedente del atractor de Rössler (señal nº 27)

De los tres parámetros citados, la dimensión fractal (DF) permite distinguir el desorden de naturaleza aleatoria del de naturaleza caótico determinista y los dos directamente implicados en la cuantificación del nivel de caos son el Coeficiente de autocorrelación (CA) y el Máximo exponente de Liapunov (MEL). Los valores de estos dos últimos, obtenidos en los 27 experimentos mencionados anteriormente se detallan en la tabla 5.3.1..

5.- Metodología del análisis de las oscilaciones de presión

Tabla 5.3.1. Valor del CA y MEL para diversas funciones

nº	función	MEL	CA
1	rnd	4,00	0,022
2	rnd*10	3,89	0,020
3	rnd*0,2	4,00	0,020
4	sen(n/100)	0,16	0,658
5	sen(n/50)	0,10	0,639
6	$0,3*\text{sen}(n/10)+0,5*\text{cos}(n/20)$	-0,014	0,486
7	suma de tres f. trigonométricas	-0,11	0,434
8	" cuatro "	0,00	0,405
9	" cinco "	0,00	0,401
10	" seis "	0,18	0,393
11	" diez "	2,60	0,300
12	" veinte "	3,60	0,177
13	" treinta "	3,60	0,130
14	" cuarenta "	3,42	0,160
15	" cincuenta "	3,30	0,170
16	función logística coef. =3,5	-0,07	0,948
17	" 3,6	2,20	0,900
18	" 3,7	3,80	0,040
19	" 3,8	4,60	0,029
20	" 3,9	3,49	0,028
21	" 3,99	6,70	0,022
22	" 3,65	2,50	0,800
23	$\text{rnd}*0,5+0,5*\text{sen}(n/100)$	3,23	0,020
24	$0,5*(\text{F. Logis.}(3,99)) + 0,5*\text{sen}(n/100)$	3,80	0,020
25	$\text{rnd}*0,5+0,5*(\text{F. Logis.}(3,99))$	3,90	0,018
26	atractor de Lorenz	2,05	0,079
27	atractor de Rössler	2,30	0,430

5.- Metodología del análisis de las oscilaciones de presión

de los datos expuestos en esta tabla se extraen las siguientes conclusiones:

-El algoritmo de cálculo del coeficiente de autocorrelación (CA) varía coherentemente con el grado de desorden y no linealidad de la función que genera la serie temporal. Obsérvese su valor máximo para funciones periódicas puras o estado periódico de la función logística y su mínimo valor para series caóticas como Lorenz o la misma función logística para coeficientes superiores a 3,6.

-El CA es un buen detector de la naturaleza del origen de los datos. No podemos asegurar que conocido el valor del CA se pueda identificar su origen, pero sí que dos series temporales con idéntico CA pueden tener origen similar.

-El algoritmo de cálculo del máximo exponente de Liapunov (MEL) también varía coherentemente con la naturaleza de los datos, ofreciendo máximos para series caóticas o desordenadas y mínimos para las periódicas puras.

-Los valores del MEL obtenidos para las series procedentes de los atractores de Lorenz y Rossler nos permiten evaluar su fiabilidad al compararlos con los publicados en la bibliografía (Wolf et al., 1985):

	Bibliográfico	Calculado
Lorenz	2,07	2,05
Rössler	2,01	2,3

-El MEL es muy sensible al nivel de predictibilidad de los datos, o grado de caos.

-El MEL es sensible al nivel de desorden de la señal procedente del denominado genéricamente "ruido", que como se explica en el apartado 7.1.5. de esta memoria puede proceder de la propia no linealidad interna de la dinámica o bien del dispositivo experimental. El MEL no puede distinguir el origen de este ruido.

-Si se observan las propiedades de los tres parámetros medidos: MEL, CA, y DF, puede verse como son complementarios para identificar la naturaleza

5.- Metodología del análisis de las oscilaciones de presión

y dinámica características de una serie temporal. Una combinación de los dos primeros nos permite evaluar cuantitativamente el nivel de desorden o caos y el tercero distingue entre desorden aleatorio y caos determinista, evaluando cuantitativamente la dimensión de este último.

-Todo lo expuesto anteriormente condujo al estudio de viabilidad de la creación de un índice de caos conjunto, que tenga en cuenta el máximo de la información cuantitativa disponible.

-La representación gráfica del nivel de caos de los fenómenos estudiados, según el MEL y el CA, Fig. 5.3.f., permite comparar el grado de desorden de los diferentes fenómenos y comparar ambos parámetros.

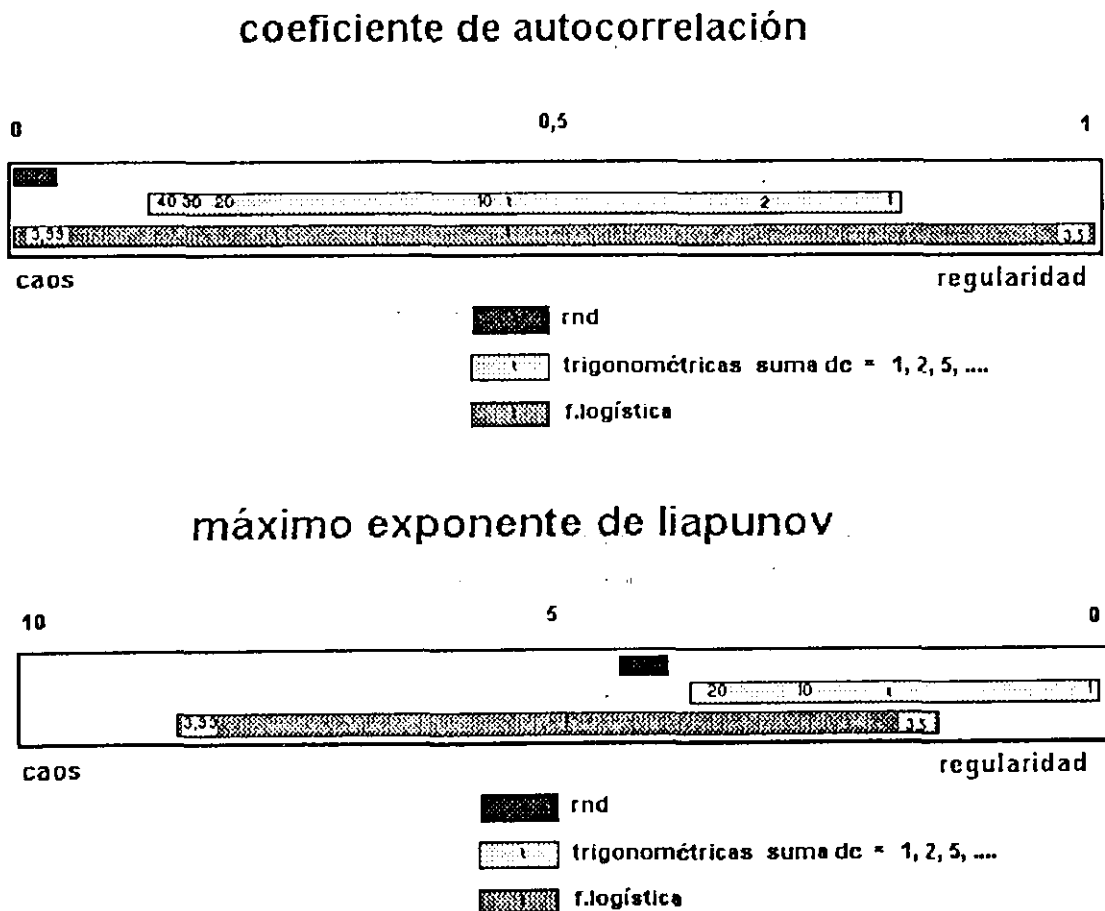


Fig. 5.3.1 Ubicación relativa de diferentes fenómenos de diversa naturaleza según se evalúe el coeficiente de autocorrelación o el exponente de Liapunov.

Como colofón anecdótico de este apartado, se menciona que la prueba final, superada con total éxito, a la que se sometieron los índices anteriormente citados fue la identificación, "a ciegas", de la naturaleza de 8 series temporales de origen variopinto entre las que se encontraban: voces reales de dos locutores de radio y ruido parásito de radio, junto con experimentos reales de lecho fluidizado, funciones trigonométricas y funciones caóticas.

5.3.2.-INDICE CONJUNTO DE EVALUACION DEL NIVEL DE CAOS

Una de las consecuencias naturales de los resultados expuestos en el apartado anterior es la viabilidad de elaboración de un índice conjunto cuantitativo del nivel de caos de una serie temporal a partir de los valores del MEL y del CA.

Partiendo del conocimiento del nivel de desorden real de las funciones origen de los datos de la tabla 5.3.1. y de los valores calculados de MEL y CA, que oscilan en los siguientes intervalos de valores:

orden caos

$$\text{MEL} = \text{aprox. } \{ 0 , 10 \}$$

$$\text{CA} = \text{aprox. } \{ 1 , 0 \}$$

se inició la búsqueda de un algoritmo de cálculo del grado de caos que englobara los valores de los dos parámetros MEL y CA. Este algoritmo debería cumplir al menos los siguientes requisitos:

- Poseer un valor mínimo, 0, para fenómenos predecibles o periódicos.
- Poseer un valor máximo, 10, para fenómenos que presenten caos fuerte o aleatoriedad.
- Distinguir gradualmente entre fenómenos de distinta naturaleza.
- Ser capaz de valorar el nivel de desorden de una señal y a ser posible también el origen de ésta.
- Ser aplicable a todo el rango de valores de los parámetros MEL y CA.

5.- Metodología del análisis de las oscilaciones de presión

Se han ido probando los siguientes algoritmos empíricos para el cálculo del índice conjunto de caos de una serie temporal de datos (ICS):

$$a) \quad ICS_a = 0,5 \text{ MEL} + 5 (1 - CA) \quad (\text{ec. 5.3.1.})$$

$$b) \quad ICS_b = 0,5 \text{ MEL} + (0,2 + CA)^{-1} \quad (\text{ec. 5.3.2.})$$

$$c) \quad ICS_c = 0,5 \text{ MEL} + 2/(0,2 + CA) - 1,6 \quad (\text{ec. 5.3.3.})$$

La selección del algoritmo definitivo se ha realizado observando los valores de ICS obtenidos con los tres algoritmos para experimentos seleccionados entre los 27 anteriormente expuestos (ver tabla 5.3.1.) . Los elegidos lo han sido por su clara naturaleza, ordenada o desordenada, para poder comparar su origen conocido con el ICS calculado. La tabla 5.3.2. muestra las funciones elegidas, los valores del MEL y CA, y los valores del ICS para los tres algoritmos (ICS A, ICS B, ICS C)., ecs. 5.3.1.-5.3.3..

Tabla 5.3.2. Cálculo de ICS con varios algoritmos

nº	función	MEL	CA	ICS A	ICS B	ICS C
23	RND + SENO	3,23	0,02	6,51	6,16	9,10
24	F.LOGIS.(3,99) +SENO	3,80	0,02	6,80	6,44	9,39
25	RND + F.LOGIS.(3,99)	3,90	0,018	6,86	6,53	9,52
13	SUMA 30 FUNC.TRIGO.	3.60	0,13	6,15	4,83	6,26
4	SENO	0,16	0,658	1,79	1,24	0,80
SN	EXP. REAL. FLUIDIZ.	15	0,003	12,50	12,42	15,7

La elección se realizó en base a los siguientes criterios:

-La función menos caótica, por ser totalmente periódica y regular es la nº4 y le correspondería un valor de ICS cercano a 0. El algoritmo que ofrece un ICS más cercano al 0 es el ICS_c.

5.- Metodología del análisis de las oscilaciones de presión

-La función nº25 debe dar máximo nivel de caos, entre las teóricas, y los tres algoritmos cumplen este requisito.

-Las funciones trigonométricas deberían presentar un índice menor de 5 (sobre un máximo de 10, aunque en la realidad algunos experimentos superan el índice 10) incluso en los casos de suma de muchas funciones periódicas puras, ya que a pesar de la complejidad que resulta de este último supuesto, la señal resultante no deja de ser una señal predecible. El índice que mejor se ajusta a este requisito es el ICS_b .

-Las funciones nº23, 24 y 25 deben diferenciarse dentro de su alto nivel de complejidad y quien mejor lo logra es el algoritmo ICS_c .

-Las mayores diferencias entre funciones ordenadas y desordenadas las presenta también el índice ICS_c .

Por todo ello parece que el mejor, con ligeras pero notables diferencias, es el ICS definido por la ec. 5.3.3., que a partir de ahora se utilizará como algoritmo de calificación del índice de caos global de una serie temporal.

Si se aplica este ICS a las 27 series definidas en la tabla 5.3.2., se obtienen los valores que se presentan en la tabla 5.3.3.. Los resultados de esta tabla confirman la validez del denominado ICS, que es el empleado posteriormente en el estudio de las series temporales de fluctuaciones de presión de un lecho fluidizado.

Al igual que se ha hecho con otros parámetros, se presentan los valores del ICS para la función logística, Fig. 5.3.2. .

5.- Metodología del análisis de las oscilaciones de presión

Tabla 5.3.3. Valor del ICS para varias funciones que simulan varios grados de caos

tipo	nº	ICS
aleatorias	1	9,42
	2	9,44
	3	9,49
trigonométricas	4	0,81
	5	0,83
	6	1,31
	7	1,49
	8	1,70
	9	1,72
	10	1,86
	11	3,70
	12	5,50
	13	6,26
	14	5,66
	15	5,45
f.logística	16	0,11
	17	1,31
	18	8,63
	19	9,43
	20	8,91
	21	10,75
	22	1,65
mezcla funciones	23	9,10
	24	9,39
	25	9,52
atractores clásicos	26	6,59
	27	2,72

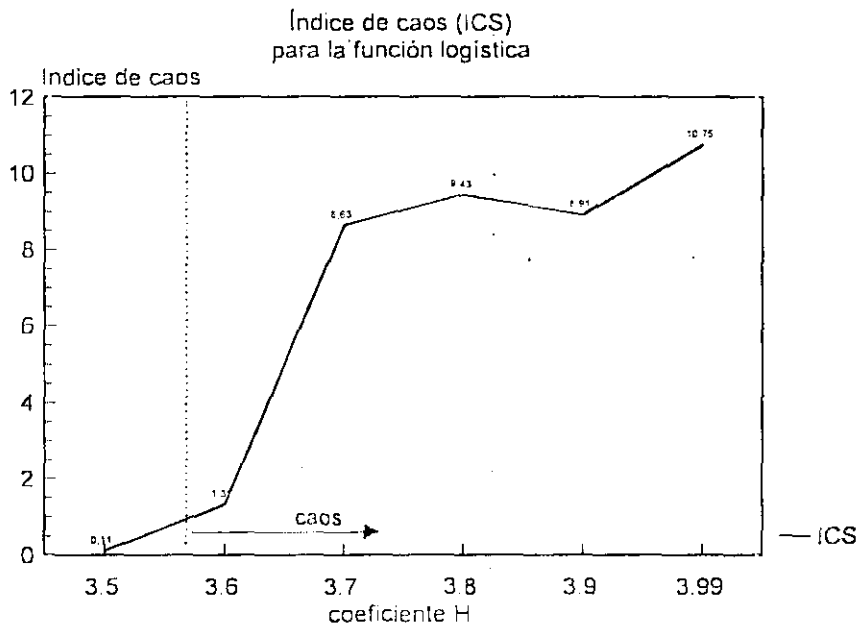


Fig. 5.3.2. Representación gráfica del Índice de Caos, para la función logística, indicando en qué valor del coeficiente de control de la función se conoce que comienza el comportamiento caótico.

5.3.3.-LIMITES DE ERROR DEL METODO DE CALCULO

Con el objeto de evaluar el grado de reproductibilidad del valor de los parámetros empleados en el cálculo del ICS, se realizaron 12 experimentos de fluidización agrupados en grupos de 4, en tres condiciones distintas de velocidad del aire (1, 2 y 4 u_0/u_{mf}) .

Tomando como valor real de referencia de un parámetro al valor medio de cada grupo, los límites de error relativo medio son de $\pm 15\%$ en CA, $\pm 2,5\%$ en MEL y $\pm 1,9\%$ en ICS.

6.-HIPÓTESIS SOBRE EL ORIGEN DEL CAOS OBSERVADO EN LAS FLUCTUACIONES DE PRESIÓN EN LECHO FLUIDIZADO

El desorden observado en las oscilaciones de presión captadas en el seno de la emulsión de un lecho fluidizado en estados posteriores al de mínima fluidización ha sido tratado hasta principios de la década de los 90 como un desorden de naturaleza aleatoria. A partir de los trabajos posteriores, ya mencionados en el apartado 2.3.3., se ha demostrado, aunque para un reducido espectro de condiciones experimentales, que bajo el aparente desorden o aleatoriedad de los datos experimentales puede subyacer un origen determinista relativamente simple (modelizable, según se ha demostrado, mediante un número reducido de variables, generalmente no más de 5).

Como se ha expuesto en el apartado 2.2. y según ejemplos concretos avalados por la bibliografía, ya abundante y relativamente popular, y por los autores e instituciones científicas de origen de los trabajos y artículos (MIT, CNRS,...), un sistema de reducido número de ecuaciones puede exhibir comportamientos muy complejos en determinadas condiciones. ¿Cabe pues atribuir una naturaleza caótico-determinista a todas las dinámicas que produzcan datos complejos? ¿Serán modelizables mediante sistemas de reducido número de variables y ecuaciones todos estas dinámicas? La respuesta depende de la aplicación a los datos desordenados procedentes de estos sistemas de los algoritmos descritos en el apartado 5.3.. Como se ha dicho allí, mediante el empleo de las técnicas descritas se puede discernir entre sistemas muy complejos en origen, a los que conviene aplicar técnicas estadísticas de análisis, y sistemas simples, aunque de respuesta compleja, factibles de modelización.

La gran ventaja de los sistemas de comportamiento complejo pero modelizables es que frente a una aproximación meramente descriptiva a su dinámica, como la que proporciona el conocimiento del valor de parámetros estadísticos, los sistemas de comportamiento modelizable oponen una aproximación realista o mecánica; en ellos se puede proponer un origen concreto en forma de sistema de ecuaciones o de relaciones entre variables, que permite ahondar en el conocimiento y control de su dinámica.

En el presente estudio, los parámetros obtenidos por la aplicación de los algoritmos citados, (MEL, CA, D y N) indican que la dinámica de las oscilaciones

de presión, al menos en las condiciones de experimentación empleadas, es de tipo caótico-determinista y por ello su origen se puede suponer concreto y simple. A continuación se proponen cuatro hipótesis sobre los orígenes distintos que podrían explicar el elevado desorden observado en la dinámica de la fluidización. La naturaleza de estos cuatro orígenes es diversa, variando desde hipótesis totalmente basadas en ecuaciones clásicas, al estilo de otros modelos propuestos por autores como Verloop y Heertjes (1974) o Borodulya y Zavyalov (1985), hasta otras fundamentadas en sistemas dinámicos relativamente innovadores como son los autómatas celulares. Tanto las ecuaciones clásicas, como estos sistemas y el resto de los fundamentos de las hipótesis han sido ampliamente descritos en apartados precedentes.

6.1.-RELACIONES NO LINEALES ENTRE ECUACIONES CLÁSICAS (hipótesis nº1)

Este tipo de relaciones se observa en el comportamiento de los sistemas complejos abiertos compuestos por muchos subsistemas que pueden organizarse por sí mismos a escala macroscópica por acción de unas influencias externas nada específicas (Haiken, 1986). A consecuencia de ello podemos apreciar la emergencia de unas estructuras espaciales, temporales o espacio-temporales sumamente ordenadas que se extienden por todo el sistema; es decir, un funcionamiento muy bien definido del sistema complejo, es la denominada "autoorganización". Para entender mejor el planteamiento de esta primera hipótesis recurriremos a un ejemplo previo, el comportamiento de la luz laser:

Se trata de un sistema compuesto por multitud de elementos, átomos, alimentado desde el exterior y que produce una luz coherente de fase bien definida, resultado de la autoorganización interna. El responsable de esta organización y de su mantenimiento suele ser un parámetro denominado "de orden". En el caso particular del láser, este parámetro resulta ser el campo de la luz con su fase bien definida; campo que es capaz de "orquestrar" a los átomos haciendo que sus fases se mantengan coordinadas, lo que paradójicamente produce a su vez dicho campo. Esto ultimo se conoce en la Sinérgica (Ciencia de la acción de conjunto) como Principio de Dominación, puesto que es el parámetro de orden, que caracteriza completamente al sistema, el que domina los subsistemas para que actúen coherentemente.

6.- Hipótesis sobre el origen del caos en las f. de presión

Para el ejemplo mencionado, la luz laser, el parámetro de orden es la amplitud de la onda de la luz coherente (E) y posee la siguiente ecuación:

$$\frac{dE}{dt} = \varepsilon E - E^3$$

donde ε es un parámetro de control proporcional al ritmo de bombeo de energía al laser. Si creamos una variable nueva V , definida por:

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{dV}{dE}$$

se obtiene la expresión

$$V(E) = -0,5 \cdot \varepsilon \cdot E^2 + 0,25 \cdot E^4$$

en la que V es el potencial de E .

Precisamente en la representación gráfica de V frente a E para diferentes valores de ε se observa como al crecer este parámetro el sistema dispone de estados de equilibrio para el valor E , diferentes a 0, Fig. 6.1.1.

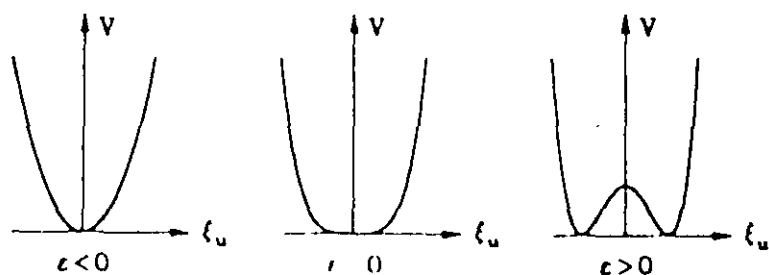


Fig. 6.1.1. Comportamiento del potencial V , para tres valores del parámetro de control.

6.- Hipótesis sobre el origen del caos en las f. de presión

La transición entre dos formas de potencial se conoce como "inestabilidad estructural" y el sistema las lleva a cabo gracias a las inevitables fluctuaciones a las que está sometido, que en cada momento ponen a prueba la estabilidad del sistema.

Para el objeto de estudio que nos ocupa, la fluidización, se trata de encontrar este parámetro de orden y, si existe, el consiguiente parámetro de control. Empleando ecuaciones clásicas se ha indagado sobre la existencia de posibles "realimentaciones" en parámetros presentes en estas ecuaciones y que posean auténtica importancia en el fenómeno de la fluidización a semejanza de la intensidad en el ejemplo precedente. Se proponen dos parámetros :

a) El caudal de gas fluidizante

b) La presión en la base del lecho

a) El caudal de gas fluidizante (G), como parámetro de orden

El caudal de gas real que se introduce en un lecho fluidizado depende de más factores que del dispositivo de regulación establecido y su valor dista mucho de ser estrictamente constante aunque se mantenga fija la apertura de la válvula, hecho experimental fácil de observar, en especial, en fluidizaciones vigorosas. Esto se puede atribuir a la influencia de varios factores:

- * a la propia oscilación del lecho durante la fluidización que impone condiciones de presión variables debidas a la energía de la emulsión en movimiento

- * a la formación de burbujas que produce una oscilación de presión local en cada orificio

- * a la pérdida de carga en el distribuidor que amortigua las oscilaciones

- * al volumen y características de la cámara previa de difusión

- * al tipo de sólido que, al aumentar su compacidad, magnifica el efecto de las oscilaciones de la emulsión

6.- Hipótesis sobre el origen del caos en las f. de presión

Además de todos ellos, el caudal del gas fluidizante debe atravesar el lecho mediante las siguientes vías posibles:

canalizaciones
burbujas
intersticios de la emulsión

vías que a su vez imponen sus propias limitaciones de tamaño, pérdida de energía por rozamiento, velocidad de ascenso, estabilidad,...

Todo esto sugiere que el caudal G de gas inyectado, con su energía, que hace posible la formación de una emulsión en estado de mínima fluidización y de burbujas en ella, a su vez está limitado por la propia estructura que la inyección del mismo crea. Por ello, se ha buscado una relación de retroalimentación de G del tipo:

$$G_{n+1} = H \cdot f(G_n)$$

(ec. 6.1.1.)

que nos permita modelizar el comportamiento fluctuante tanto del caudal (G), como de parámetros relacionados con él, como la frecuencia de formación de burbujas.

Como punto de partida de esta relación, se ha tomado el siguiente balance simplificado de caudal:

$$G = U_{mf} \cdot (\text{Area de orificios}) + (\text{frecuencia de burbujas}) \cdot (\text{Vol. de burbujas})$$

(ec. 6.1.2.)

Si se supone, simplificando, que la burbuja es esférica su volumen, V_b , se relaciona con su diámetro mediante

$$V_b = \frac{\pi}{6} \cdot d_b^3$$

(ec. 6.1.3.)

La frecuencia de burbuja (Kunii y Levenspiel, 1991) puede expresarse por:

(ec. 6.1.4.)

sustituyendo 6.1.2. y 6.1.3. en la ecuación 6.1.1. se obtiene:

6.- Hipótesis sobre el origen del caos en las f. de presión

$$frec_b = \frac{1.5}{d_b} (u_o - u_{mf})$$

$$G = u_{mf} \cdot Area_{orif} + \frac{1.5 \cdot \pi}{6} \cdot (u_o - u_{mf}) \cdot d_b^2$$

(ec. 6.1.5.)

en la que sustituyendo d_b por

$$d_b = 1.4 \cdot \rho_s \cdot d_p \cdot \left(\frac{u_o}{u_{mf}} \right) \cdot H_d + d_o$$

(ec. 6.1.6.)

y u_o y d_o respectivamente por

$$u_o = \frac{G}{N_{orif} \cdot A_{orif}}$$

(ec. 6.1.7)

$$d_o = \left(\frac{6 \cdot G}{k \cdot \pi} \right)^{\frac{2}{5}} \cdot g^{-\frac{1}{5}}$$

(ec. 6.1.8)

se obtiene una expresión de G_{n+1} en función de G_n , tal y como se pretendía, tal que

$$G_{n+1} = (k_1 + k_{11} \cdot G_n^3 + k_{12} \cdot G_n^{9/5} + k_{13} \cdot G_n^{12/5} - k_{14} \cdot G_n^2 - k_{15} \cdot G_n^{4/5} - k_{16} \cdot G_n^{7/5}) H$$

(ec. 6.1.9.)

donde el valor de los coeficientes es el siguiente

$$k_1 = u_{mf} A_{orif}$$

$$k_2 = 0,78$$

$$k_3 = (1.4 [\rho_s] d_p H_D) / u_{mf}$$

$$k_4 = ((6/k) 3.14)^{2/5} g^{-1/5}$$

$$k_5 = k_3 k_6$$

6.- Hipótesis sobre el origen del caos en las f. de presión

$$k_6 = 1/(N_{\text{orif}} A_{\text{orif}})$$

$$k_7 = u_{\text{mf}}$$

$$k_8 = k_5^2$$

$$k_9 = k_4^2$$

$$k_{10} = 2 k_5 k_4$$

$$k_{11} = k_6 k_8$$

$$k_{12} = k_6 k_9$$

$$k_{13} = k_6 k_{10}$$

$$k_{14} = k_7 k_8$$

$$k_{15} = k_7 k_9$$

$$k_{16} = k_7 k_{10}$$

Con esto hemos llegado a una ecuación del tipo

$$G_{n+1} = H \cdot f(G_n)$$

(ec. 6.1.10.)

que físicamente tiene el sentido de una realimentación o autorregulación del caudal en función del gas que realmente puede atravesar el lecho, bien a través de la emulsión, bien a través de las burbujas. El listado del programa que realiza los cálculos pertinentes se encuentra en el APENDICE H.

Por otra parte, si analizamos el comportamiento dinámico numérico de la ecuación 6.1.10., independientemente de su significado físico, se observa que para valores de K_{14}/K_{11} , u_{mf} y área total de orificios elevados, si variamos el valor del coeficiente H (entre 11 y 16) y generamos por iteraciones sucesivas, a partir de un valor cualquiera de $G_0 = \{1-1, 1\}$, las series de valores de G_n correspondientes, se

observan episodios de orden y caos intercalados, con transiciones del tipo duplicación de periodo que coinciden con una de las rutas universales hacia el caos. En la Figura 6.1.2. se puede apreciar el diagrama de bifurcación dependiente del valor del coeficiente H.

En estos diagramas se observa que la dinámica de la ecuación retroalimentada produce espontáneamente estados estables de valor único, estados estables periódicos de 2, 3, 4, 8... frecuencias distintas y estados caóticos, que podrían corresponderse con frecuencias de burbujeo de idéntica periodicidad si tenemos en cuenta que la frecuencia de burbuja a una altura h del lecho se puede expresar con la ec. 6.1.4.

Si expresamos db y do en función de G se obtiene una expresión

$$frec_b = \frac{a \cdot G - b}{d \cdot G + e \cdot G^{0.4}}$$

(ec. 6.1.11.)

por lo que la evolución de los valores de G impondrá una evolución semejante en la frecuencia de burbuja.

De esta forma se hipotetiza un posible origen del caos observado en la realidad en la frecuencia real de burbujeo en un sistema complejo abierto de lecho fluidizado, como el resultado de la autoorganización impuesta por el parámetro de orden G a través de su parámetro de control H .

La correspondencia entre el parámetro H y la experimentación real puede encontrarse si se tiene en cuenta que de él depende, en la retroalimentación matemática, la proporción del valor de retroalimentación de G . Se podría asociar, en la realidad, un valor de H elevado a un lecho con un distribuidor de baja pérdida de carga o con un sólido de bajo coeficiente de rozamiento o cohesión entre partículas que no produzca amortiguación de las oscilaciones de presión, en cualquier caso con un lecho en el que el caudal de entrada no sea independiente de la dinámica del propio lecho.

b) La presión del peso del lecho como parámetro de orden.

En la búsqueda de alguna no linealidad o realimentación que esté basada en ecuaciones clásicas que pueda explicar el comportamiento caótico de la frecuencia de burbujeo, parece obvio que uno de los factores que influyen tanto en la

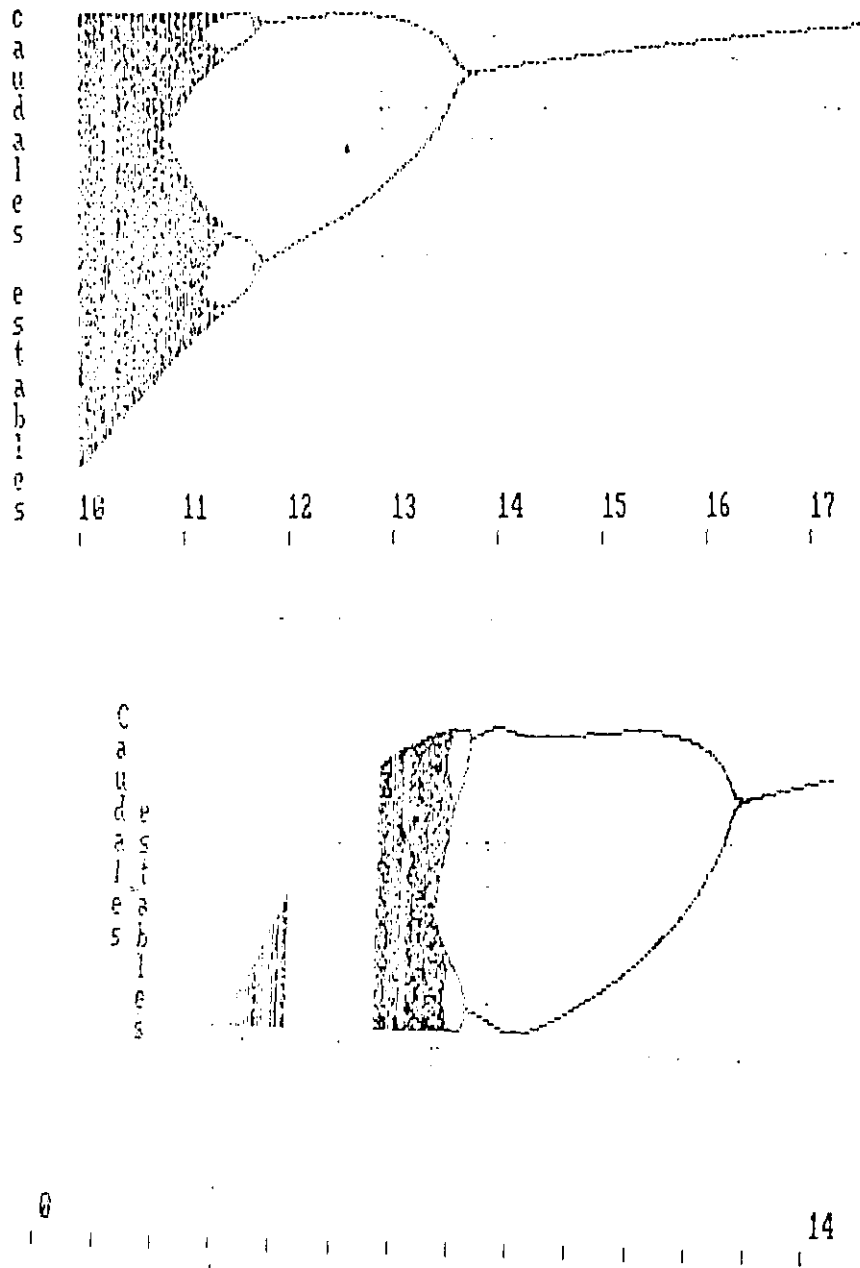


Fig. 6.1.2 Diagramas de bifurcación para el valor de G . En abscisas, el valor de H . En ordenadas, los caudales de estabilización. Los dos diagramas se corresponden con dos conjuntos distintos de coeficientes k_n .

6.- Hipótesis sobre el origen del caos en las f. de presión

estabilidad del caudal de gas inyectado (y por lo tanto en todo dato que de él dependa: la frecuencia de burbujeo, presión en cualquier punto del lecho, tamaño de burbuja,...) sea la oscilación de la altura del lecho y la consiguiente oscilación de la presión fluidostática.

Segun Leva (1959), la relación entre oscilación de la altura del lecho y oscilación de presión es

$$\Delta P = \frac{200 \cdot \mu \cdot U_s}{D_p^2} \cdot \left(\frac{1 - e + \Delta e}{e - \Delta e} \right)^2 \cdot (L - \Delta L)$$

(ec. 6.1.12.)

esta oscilación en la altura del lecho está causada por la ruptura de burbujas en la superficie libre.

A su vez también variará el tamaño del resto de burbujas y la propia formación de burbujas que se verá influida por la oscilación de presión ya que al variar esta variará también el tamaño, supuesto constante en condiciones constantes de inyección. Las expresiones empleadas para calcular las características de las burbujas son

$$u_b = (u_o - u_{mf}) + 0,711 \cdot (g \cdot d_b)^{0,5}$$

(ec. 6.1.13.)

$$\text{Posición burbuja} = Pos_b + u_b \cdot \Delta t$$

(ec. 6.1.14.)

$$d_b = d_{bo} + 1,4 \cdot \rho_s \cdot d_p \cdot \frac{u_o}{u_{mf}} \cdot Pos_b$$

(ec. 6.1.15.)

la influencia de la nueva presión P_1 , frente a la anterior P_0 , en el nuevo tamaño de burbuja se ha evaluado por medio del cálculo del diámetro en las nuevas condiciones, supuesta forma esférica a las burbujas. De esta forma queda

$$d_{b1} = \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^{1/3} \cdot d_{bo}$$

(ec. 6.1.16.)

y cabe resaltar que la extinción del incremento de presión se ha supuesto no brusca sino gradual.

El diagrama de flujo del programa que calcula las características del lecho de acuerdo a las ecuaciones anteriores se presenta en la Fig. 6.1.3. El listado del programa, en lenguaje GWBASIC, se encuentra en el APENDICE I. Los resultados obtenidos, mostrados en la Fig. 6.1.4, permiten albergar optimismo acerca de la validez de este planteamiento, dada la similitud cualitativa entre la respuesta simulada y las señales de fluctuación de presión. Estas señales sintéticas se obtuvieron fijando los mismos valores de tiempo de intervalo entre burbujas y de duración de la inyección que en los experimentos reales.

En resumen, la Hipótesis nº1 tiene como base ecuaciones consolidadas y aceptadas , que permiten plantear dos modelos no lineales de predicción de valores de parámetros que intervienen en la fluidización. Los dos modelos exhiben un comportamiento caótico para combinaciones de valores concretos de sus constantes, y los parámetros y relaciones no lineales poseen sentido físico real.

6.- Hipótesis sobre el origen del caos en las f. de presión

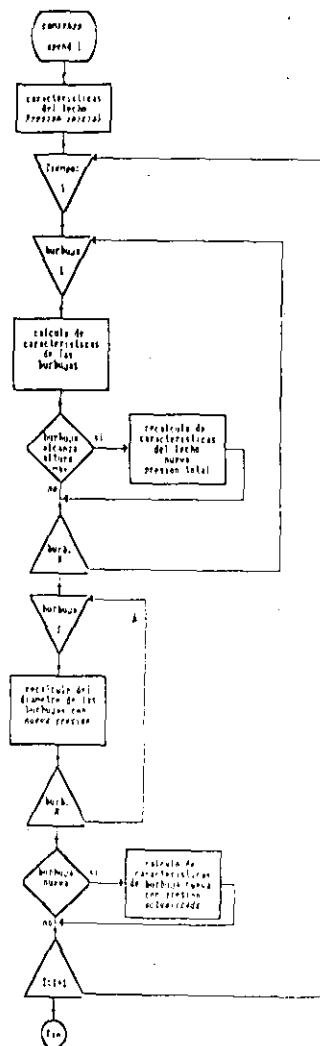


Fig. 6.1.3. Diagrama de flujo del programa de trabajo de la Hipótesis 1b.

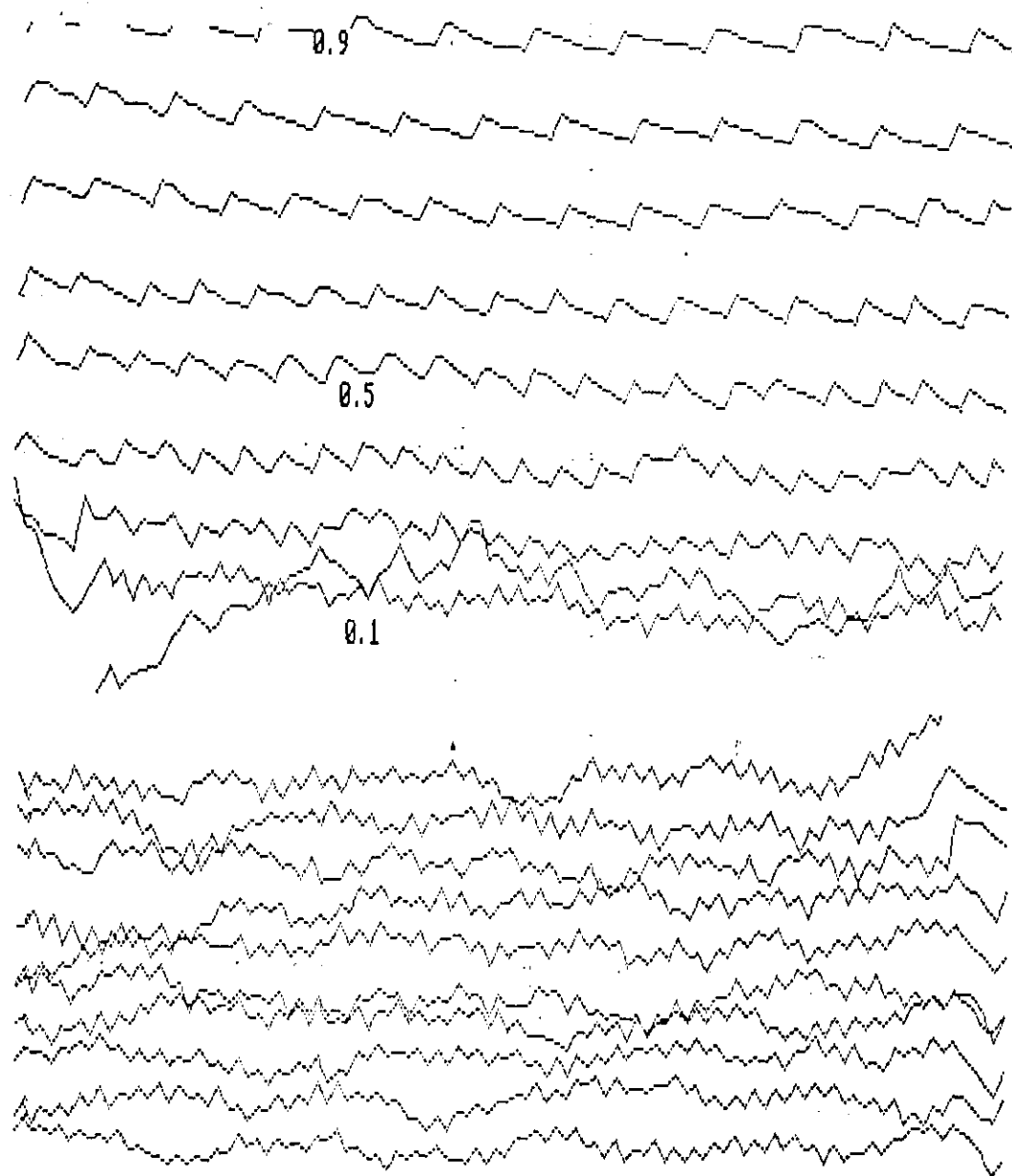


Fig. 6.1.4. Series temporales, obtenidas para el modelo. Resultado de fijar un tiempo de apertura de la válvula de inyección de aire y disminuir la frecuencia (arriba). Resultado de fijar una frecuencia de burbuja y aumentar el tiempo de apertura de la válvula (abajo).

6.2.-COALESCENCIA Y PARTICION DINAMICAS DE BURBUJAS EN MODELO TEORICO CLASICO (Hipótesis nº2)

El desarrollo de esta hipótesis se diferencia de la anterior en que no está basado exclusivamente en ecuaciones clásicas. Se utilizan algunas ecuaciones clásicas usadas en la Hipótesis nº1 para calcular valores fundamentales característicos de la fluidización, pero se proponen relaciones dinámicas nuevas entre burbujas.

Se ha desarrollado un modelo que simula numéricamente la actividad de un solo orificio (formación de burbujas) en un lecho fluidizado, en el que se puede controlar voluntariamente la duración de la inyección del gas y el intervalo entre inyecciones.

Se supone que los procesos que tienen lugar desde que el gas es introducido en el orificio del distribuidor hasta que la burbuja alcanza la superficie del lecho, pueden producirse en dos tipos de fenómenos en fases sucesivas:

a) Generación de burbujas con una frecuencia impuesta y cuyo volumen puede ser calculado mediante ecuaciones clásicas.

b) Evolución de las burbujas hasta la superficie libre. Se puede calcular el volumen, posición y velocidad mediante ecuaciones clásicas. En esta fase las burbujas sufren coalescencias y particiones, que tendrán lugar en el tiempo y modo que resulte de una simulación dinámica no lineal. En esta simulación dinámica, a diferencia de los modelos clásicos, se supone que las burbujas no serán independientes unas de otras y la partición se producirá de acuerdo a criterios no deterministas; es precisamente con estos dos factores donde se espera que el sistema exhiba comportamientos caóticos.

Dado que los dos sucesos a los que se atribuye la posibilidad de engendrar un desorden caótico, coalescencia y partición poseen por separado suficiente capacidad para ello, vamos a analizarlos inicialmente de forma independiente:

b1) Desorden caótico generado por coalescencia

El listado del programa que simula una inyección controlada de burbujas, en frecuencia y duración de la inyección, se encuentra en el APENDICE J. Se basa en el conocimiento del tamaño de las burbujas inyectadas, mediante la aplicación de

6.- Hipótesis sobre el origen del caos en las f. de presión

la ecuación propuesta por Chiba, Terashima y Kobayashi, (1972) para el cálculo de la altura del extremo superior de una burbuja en la fase de inyección

$$h_s(t) = \frac{6}{7} \cdot K_b \cdot g^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{6 \cdot G}{\Pi} \right)^{\frac{1}{6}} \cdot t^{\frac{7}{6}} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{6 \cdot G}{\Pi} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot t^{\frac{1}{3}}$$

(ec. 6.2.1.)

una vez desprendida, se supone esférica y se atribuye al diámetro de burbuja el valor de h_s en el momento del desprendimiento. El valor de este diámetro, en ausencia de coalescencia, se supone casi constante para lechos no muy profundos, por ello así se supone también en este programa.

La posición de la burbuja se calcula en cada iteración temporal mediante:

$$Pos_b(t) = Pos_b(t - \Delta t) + u_b \cdot \Delta t$$

(ec. 6.2.2.)

y la velocidad de la burbuja se obtiene mediante la ecuación 2.1.5., con $k=0,54$.

Hasta aquí el planteamiento del programa es clásico, la novedad surge cuando consideramos que la velocidad de las burbujas no es constante en presencia de otras. Esta última afirmación se pueden apoyar por dos hechos reales:

-Que la coalescencia es un hecho evidente y que se produce por un efecto combinado de avance de la burbuja inferior y efectos de succión por parte de la estela de la burbuja superior.

-Que la propia existencia de las burbujas es el resultado de un balance de fuerzas y rozamientos, y este balance no es ajeno a la presencia de un tren de burbujas o de una burbuja aislada y tampoco al tamaño de estas.

Por ello se propone una modificación de la velocidad calculada de la burbuja en la que un aumento sea directamente proporcional a la distancia entre burbujas y a su tamaño, considerando para ello no solo la inmediata superior sino la totalidad de ellas. La ecuación para el cálculo del aumento anterior es

$$u_b = u_b + \sum_{a=1}^{a=n} \sum_{b=1}^{b=n} k_3 \frac{(d_b(a) \cdot d_b(b))^{k_1}}{(Pos_b(a) - Pos_b(b))^{k_2}}$$

(ec. 6.2.3.)

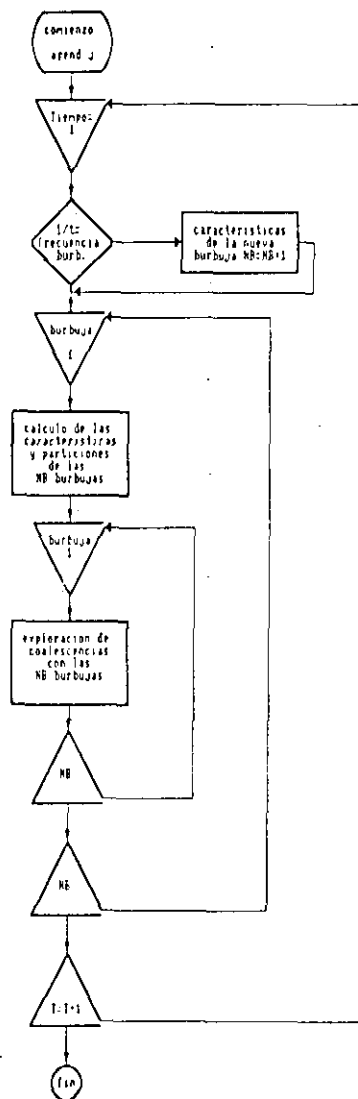


Fig. 6.2.1. Diagrama de flujo del programa correspondiente a la hipótesis 2a.

6.- Hipótesis sobre el origen del caos en las f. de presión

donde las constantes k_n pueden presentar diferentes valores según la importancia que se le quiera conceder a los fenómenos antedichos.

El diagrama de flujo del programa se presenta en la Fig. 6.2.1.

En la Fig. 6.2.2 se presentan resultados gráficos de esta simulación, donde se puede apreciar la compleja actividad que se despliega en algunas circunstancias, muy parecida a la que realmente tiene lugar en el lecho. En la misma imagen se puede apreciar el atractor de intervalos temporales entre burbujas, también con gran parecido a los reales.

Es necesario destacar que si no se añade el término modificador de la velocidad, la simulación jamás modifica los datos de entrada y en el programa no se reproducen coalescencias. También hay que resaltar que el programa no posee ningún término ni contribución aleatoria, por lo que el desorden observado tiene su origen en la propia dinámica supuesta, que es bastante simple.

b2) Desorden creado por partición de burbuja

La otra fuente de caos que puede sugerirse es la partición o división de una de burbuja en dos más pequeñas. Para el desarrollo de esta hipótesis se ha confeccionado un programa que simula, de igual manera que el anterior, la inyección controlada en frecuencia y duración del gas fluidizante, pero se ha añadido la posibilidad de la partición.

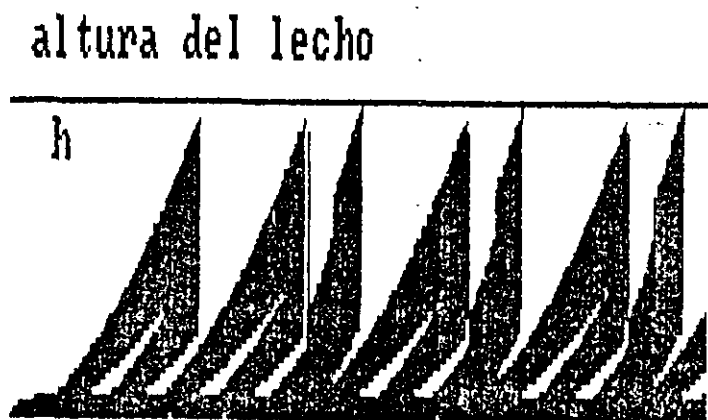


Fig. 6.2.2. Resultados de una simulación suponiendo coalescencia.

El programa, presentado en el APENDICE K, tiene en cuenta la coalescencia de burbujas y el incremento en la velocidad de éstas por proximidad de otras, (de igual forma que en el programa del APENDICE J: la velocidad aumenta en proporción directa a la proximidad de burbujas superiores y al tamaño de estas). Por lo tanto el único aspecto nuevo lo supone la suposición de la partición de burbuja. La estrategia de simulación se compone de dos aspectos: Probabilidad de partición y Modo de partición.

Como criterio de probabilidad de partición se pueden adoptar tres, que concuerdan con las observaciones experimentales y la bibliografía:

- Aleatorio
- Por exceder un tamaño máximo
- Por desequilibrio de presiones en la burbuja

6.- Hipótesis sobre el origen del caos en las f. de presión

El elegido, por ser el más sencillo, es el de exceso de tamaño, aunque en la realidad se observa de forma experimental (observaciones de video) que no sólo las burbujas grandes poseen un riesgo alto de ruptura. Las pequeñas también se escinden y se colapsan. Por ello, el tercer criterio, que no parece seguro a efectos de simulación realista, mereció un estudio especial. Tras el análisis de los primeros resultados, las expectativas fueron tan favorables que se apreció la necesidad de tenerlo en cuenta, en futuras investigaciones como criterio adicional. El estudio de este tercer criterio de probabilidad de partición se ha desarrollado de forma incipiente, por lo que no se ha incluido en simulaciones dinámicas. La discusión de los primeros resultados de este tercer criterio puede aclarar los criterios de riesgo de partición empleados. Esta discusión está expuesta al final de esta Memoria en el APENDICE O ya que no ha sido posible completarla hasta el grado de incluirla en una de las hipótesis.

Como criterios de modo de partición se han tenido en cuenta los siguientes

- Aleatorio
- Aleatorio-geométrico
- Equitativo (1/2, 1/2)
- Ponderado (1/3, 2/3)

La cantidad de burbujas resultantes no se ha tratado exhaustivamente pero parece razonable suponer en principio. De los cuatro criterios de Modo se rechazan los dos últimos por ser excesivamente rígidos y deterministas, por lo tanto ajenos a la dinámica observada (en cualquier caso el criterio de reparto 1/3, 2/3 es el más cercano a la realidad, como se ha comprobado en observaciones videográficas, resumidas y contenidas en esta Memoria).

El criterio aleatorio puro se rechaza porque sus resultados son demasiado ajenos a la realidad. El criterio aleatorio geométrico produce una proporción entre los volúmenes de las burbujas resultantes calculable mediante

$$Proporción = \frac{(1 - rnd)^2}{(1 + rnd^2 - rnd)} \cdot 100$$

(ec. n.2.4.)

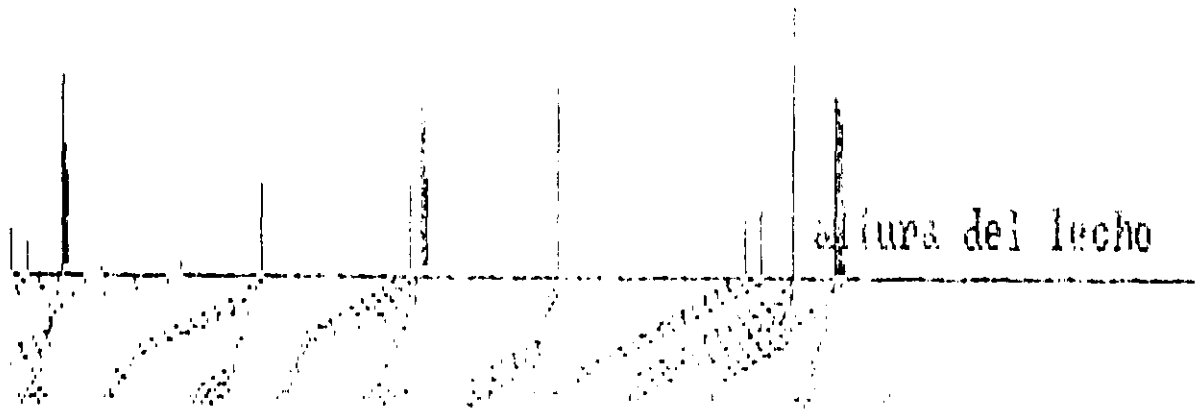
que es el resultado de suponer que la partición de burbuja se produce por una irregularidad o un desajuste en el equilibrio de tensiones de la cúpula de la burbuja. Si suponemos que la emulsión transmite los esfuerzos a través de direcciones discretas como demuestran Jaeger y Nagel, (1992), podemos simplificar y adoptar como forma de la cúpula y como geometría de transmisión de esfuerzos la triangular; si en esta suposición aparece una irregularidad en la cúpula, esta se transmitirá de la manera en que gráficamente se muestra, en la fig. 6.2.3. y esta dinámica genera las proporciones antes citadas.



Fig. 6.2.3. Simulación del modo en que puede desarrollarse una partición triangular

Con todos estos factores, se ha confeccionado el programa listado en el APENDICE K que produce dinámicas como las que se muestran en la Fig. 6.2.4..

Como se puede observar, el grado de irregularidad de la dinámica es también elevado pese a lo sencillo y relativamente predecible del programa generador.



resultados gráficos de apendk

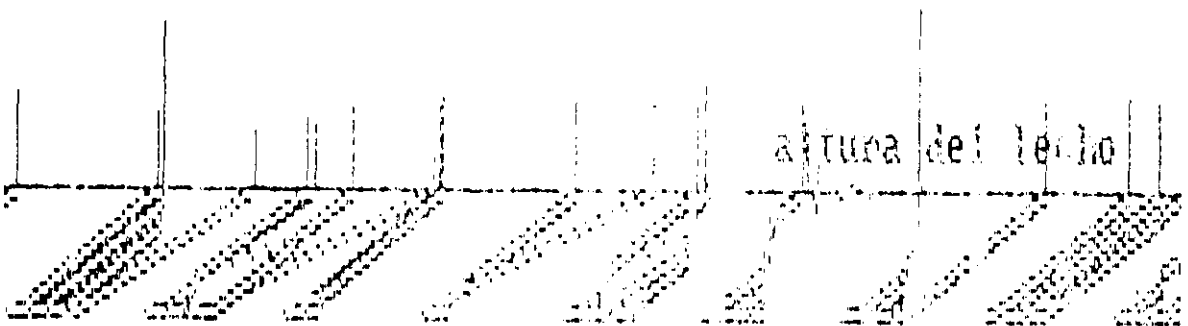


Fig. 6.2.4 Resultados del programa del APENDICE K para dos cuadros de condiciones distintas. La línea horizontal continua indica la altura de la superficie de la emulsión. La trayectoria de cada burbuja se designa mediante dos líneas, la correspondiente al techo y la correspondiente a la base de la burbuja, distanciadas proporcionalmente al tamaño de la burbuja. Cuando la burbuja alcanza la superficie, se marca una línea vertical, de tamaño proporcional al del diámetro. En la zona superior derecha se aprecia el aspecto del atractor de tiempos entre burbujas.

Diferentes autores han abordado la modelización de este proceso partiendo de la analogía entre el comportamiento de la emulsión de un lecho fluidizado y el de un líquido (Chiba y col. 1972, Dehpande y col, 1992) atribuyendo a la emulsión propiedades y comportamientos dinámicos propios de un fluido, lo que no es del todo extraño puesto que la técnica de la fluidización consiste en ello. De aquí las típicas comparaciones entre burbujeo de gas a través de líquido y a través de emulsión de solido.

Sin embargo la hipótesis en la que nos encontramos, con utilizar también un símil fluidodinámico, no parte de este tipo de analogía sino del gran parecido entre una secuencia de burbujeo de gas a traves de un orificio en un lecho fluidizado y las imágenes invertidas del goteo de líquido a traves de una válvula semiabierta, como puede apreciarse comparando la siguiente fig. 6.3.2, con la 6.3.1..

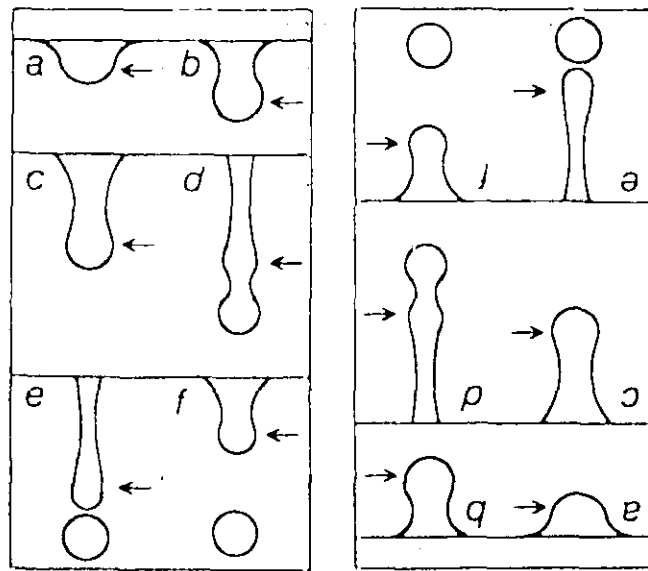


Fig. 6.3.2. Imágenes normal e invertida de la formación y desprendimiento de gotas líquidas.
(Wolfram)

6.3.-DINÁMICA DE LA INYECCIÓN DEL GAS. SEMEJANZA CON UNA VÁLVULA DE FLUIDO (hipótesis nº 3)

En la búsqueda de un origen dinámico concreto para el caos observado experimentalmente se puede cuestionar la constancia en la frecuencia y tamaño de las burbujas que se producen en cada orificio. Las ecuaciones clásicas, para un caudal G constante, se predicen características de burbujeo constantes. Un control externo experimental puede incidir en la frecuencia y duración de la inyección. Sin embargo la observación videográfica del burbujeo experimental por un solo orificio en un lecho bidimensional de paredes transparentes, sugiere que ninguna de las dos características de la inyección permanece constante, aun permaneciendo constante el caudal.

De ser así, la alteración de la periodicidad pura en el propio origen de la burbuja se presenta como una atractiva fuente de caos independiente y no excluyente de las restantes aquí sugeridas.

Estudios videográficos realizados por diversos autores, como Chiba y col. en 1972 y en especial Tsukada y Horio en 1990, permiten disponer de secuencias reales y perfiles modelizados gráficamente de formación y desprendimiento de burbujas aisladas como el que se muestra en la Fig. 6.3.1..

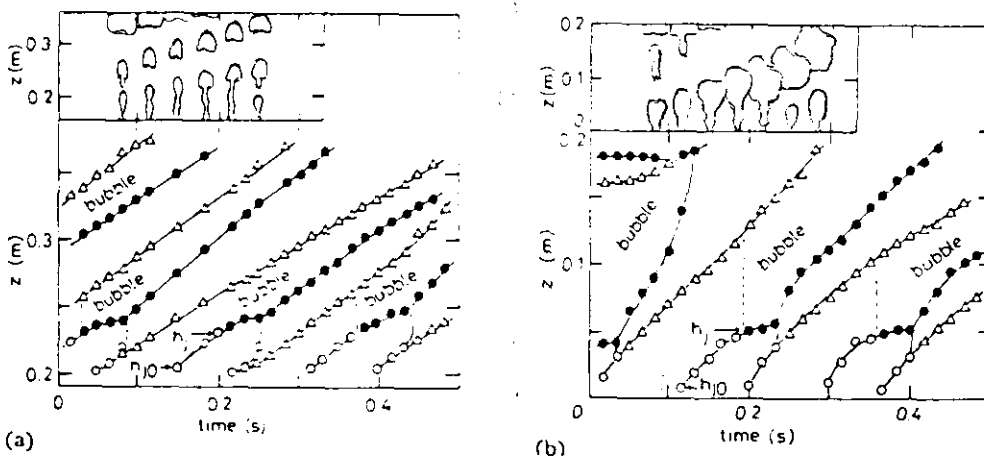


Fig. 6.3.1. Interpretación de las observaciones reales en video de la secuencia de desprendimiento de una burbuja, para dos velocidades distintas de gas. La secuencia superior se corresponde con una velocidad alta y la inferior con una baja. (Tsukada y Horio, 1990)

Téngase en cuenta, abundando en la semejanza, que en el proceso del goteo la frecuencia y tamaño de las gotas dependen principalmente de las características y equilibrio espontáneo de la viscosidad, densidad y tensión superficial de ambos medios (líquido y gas). En un lecho fluidizado podemos suponer razonablemente que también las burbujas son producto de un balance entre características de los medios (emulsión de sólido y gas).

Lo más interesante, aceptada esta analogía, es el comportamiento que sobre la periodicidad del goteo ante el incremento del caudal de fluido, han publicado varios autores (Martien y col. 1985, Crutchfield y col. 1987 y Wu y col. 1989). Según estos autores, el comportamiento de una válvula goteante en aperturas pequeñas es periódico, variando la periodicidad según crece el grado de apertura. Si se prosigue la apertura gradual, tras una cascada de duplicaciones de periodo en el goteo observado, la frecuencia de caída de gotas se vuelve caótica (parte de esta experiencia es relativamente familiar a todos los que han escuchado, generalmente de noche, el goteo de un grifo mal cerrado).

Si en estos experimentos se mide el tiempo que transcurre entre gota y gota y se reconstruye el atractor de intervalos temporales se construye el diagrama de bifurcaciones y se aplican los parámetros de evaluación del caos determinista, se deduce que estamos ante una transición al caos del tipo universal de duplicación de periodo, definidas y descritas por M. Feigenbaum. Diversos atractores de esta secuencia y el diagrama de bifurcación se muestran en la Fig. 6.3.3..

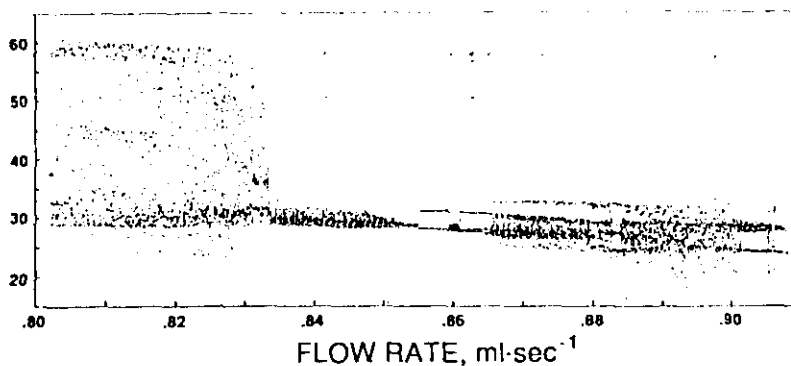


Fig. 6.3.3. Atractores de la experiencia del grifo goteante. (Wu y Shelly, 1989)

Dado el gran parecido entre los atractores de un grifo goteante con un orificio de inyección de gas en un lecho fluidizado, podemos suponer que igualmente análoga es la dinámica de un orificio burbujeante en un lecho fluidizado. Cabe mencionar aquí que Hsiung y Grace (1978), entre otros, describen procesos de aumento ordenado de la modalidad de la frecuencia detectados en estudios sobre formación de burbujas en orificios en lechos fluidizados. sin llegar a explorar o plantearse ni la transición al estado altamente desordenado ni otro tipo de análisis que el estadístico.

Si la similitud dinámica antes apuntada, se confirma, estaríamos ante una fuente directa de caos en las fluctuaciones de presión, que sería previa, a los procesos de partición y coalescencia.

Existe una posibilidad de reproducir numéricamente, las condiciones, comportamiento y resultados del goteo en un grifo. Se trata de un modelo análogo físico: un muelle del que cuelga una masa que crece de manera constante en el tiempo, y que al llegar a determinada elongación del muelle, desprende una parte de esta, proporcional a la velocidad de descenso en ese momento. Si se analizan las porciones desprendidas, su tamaño, y su ritmo, la similitud con el goteo es total. Para describir este símil mecánico- dinámico se necesitan tres ecuaciones:

Crecimiento de la masa $M = M_0 + A \cdot t$

Masa desprendida $\Delta M = B \cdot dx/dt$

Balance de fuerzas en el muelle $M \cdot g = K \cdot x + M \cdot d^2x/dt^2 + C \cdot dx/dt$

(ecs. 6.3.1)

donde A, B, K y C son valores numéricos definibles a voluntad.

Para la analogía con el grifo pueden asociarse K con la tensión superficial del líquido goteante, A con el caudal, B con la densidad y C con la viscosidad.

El programa presentado en el APENDICE L resuelve numéricamente el sistema, proporcionando además:

- Atractor Masa/Elongación.
- Representación Tiempo/elongación.
- Representación Tiempo/masa colgada.
- Representación realista de gotas generadas.

6.- Hipótesis sobre el origen del caos en las f. de presión

En las páginas siguientes, figura 6.3.5., se presentan los resultados gráficos de este programa para diferentes valores del parámetro A, que simula el caudal. Así mismo, un programa derivado de éste, presentado en el APENDICE M, calcula el diagrama de bifurcación para valores crecientes del parámetro A. Este diagrama de bifurcación para los valores de los parámetros: $C=2$, $K=50$, $B=2$, $xlim=.4$ y $dt=0,005$, posee el aspecto siguiente representado en la Fig. 6.3.4.

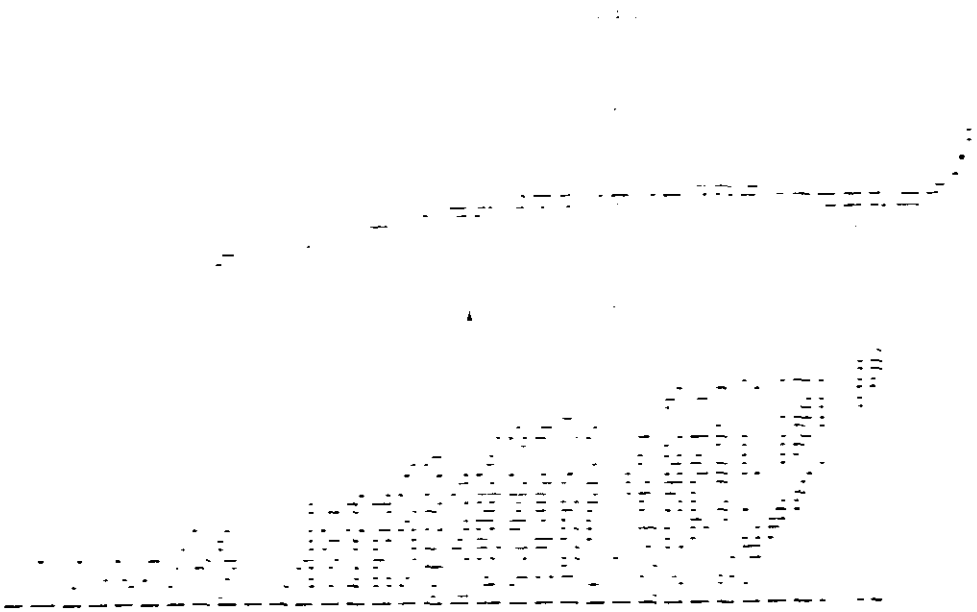


Fig. 6.3.4. Diagrama de bifurcación

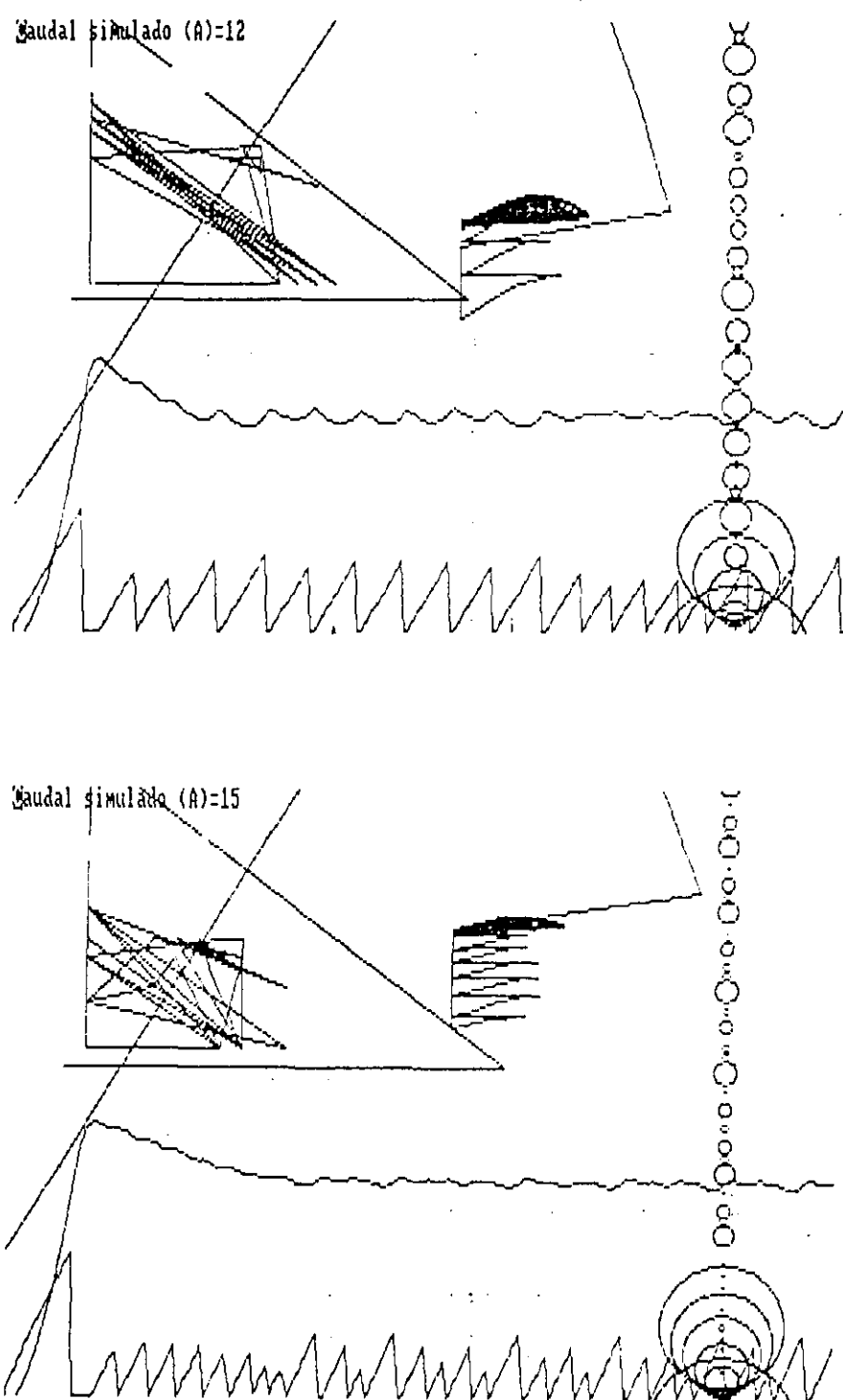


Fig. 6.3.5. Resultados del programa del APENDICE L. De todo lo presentado, merecen especial atención la serie de gotas simuladas (dcha.), la serie temporal de tamaños de las gotas (abajo)

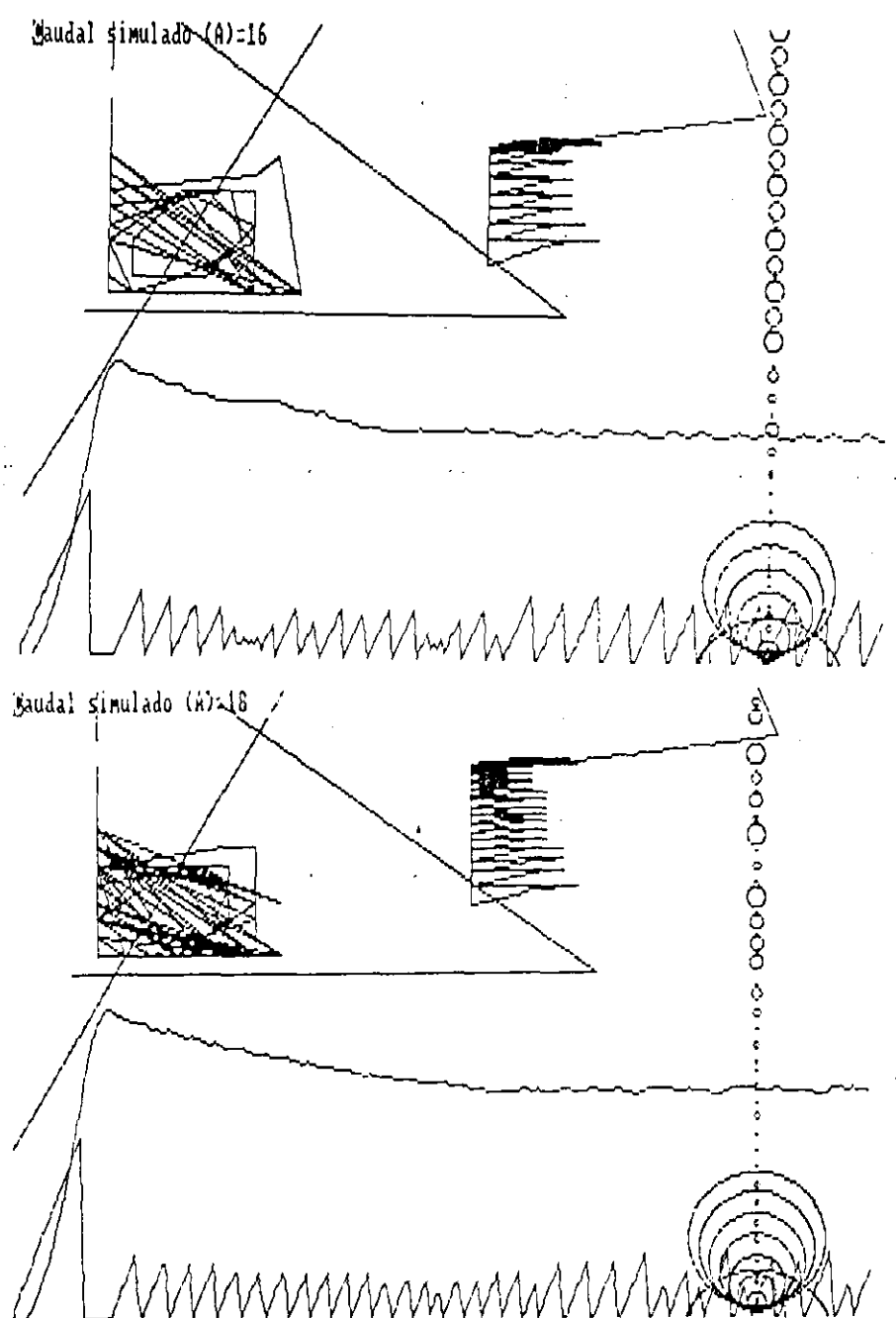


Fig. 6.3.5. (continuación)

6.- Hipótesis sobre el origen del caos en las f. de presión

también es interesante observar los atractores elongación / elongación para este programa, variando el caudal simulado (A), Fig 6.3.6..

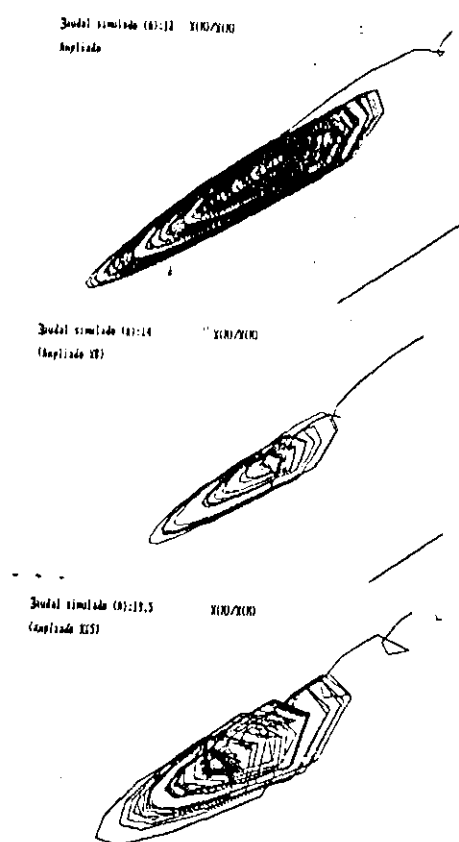


Fig. 6.3.6. Atractores obtenidos por simulación de goteo.

6.- Hipótesis sobre el origen del caos en las f. de presión

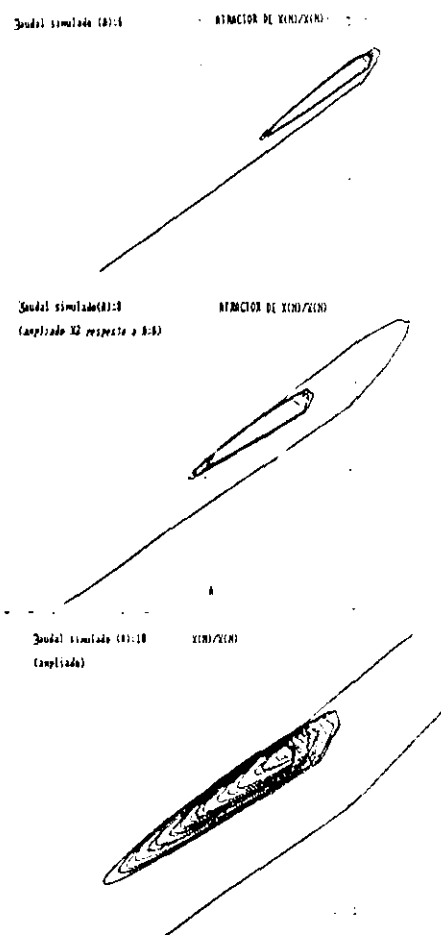


Fig. 6.3.6. (continuación)

6.- Hipótesis sobre el origen del caos en las f. de presión

La similitud de los atractores precedentes, Fig. 6.3.6., con los obtenidos experimentalmente, Fig. 6.3.7., es grande. Puede ser un buen mecanismo de simulación de burbujeo.

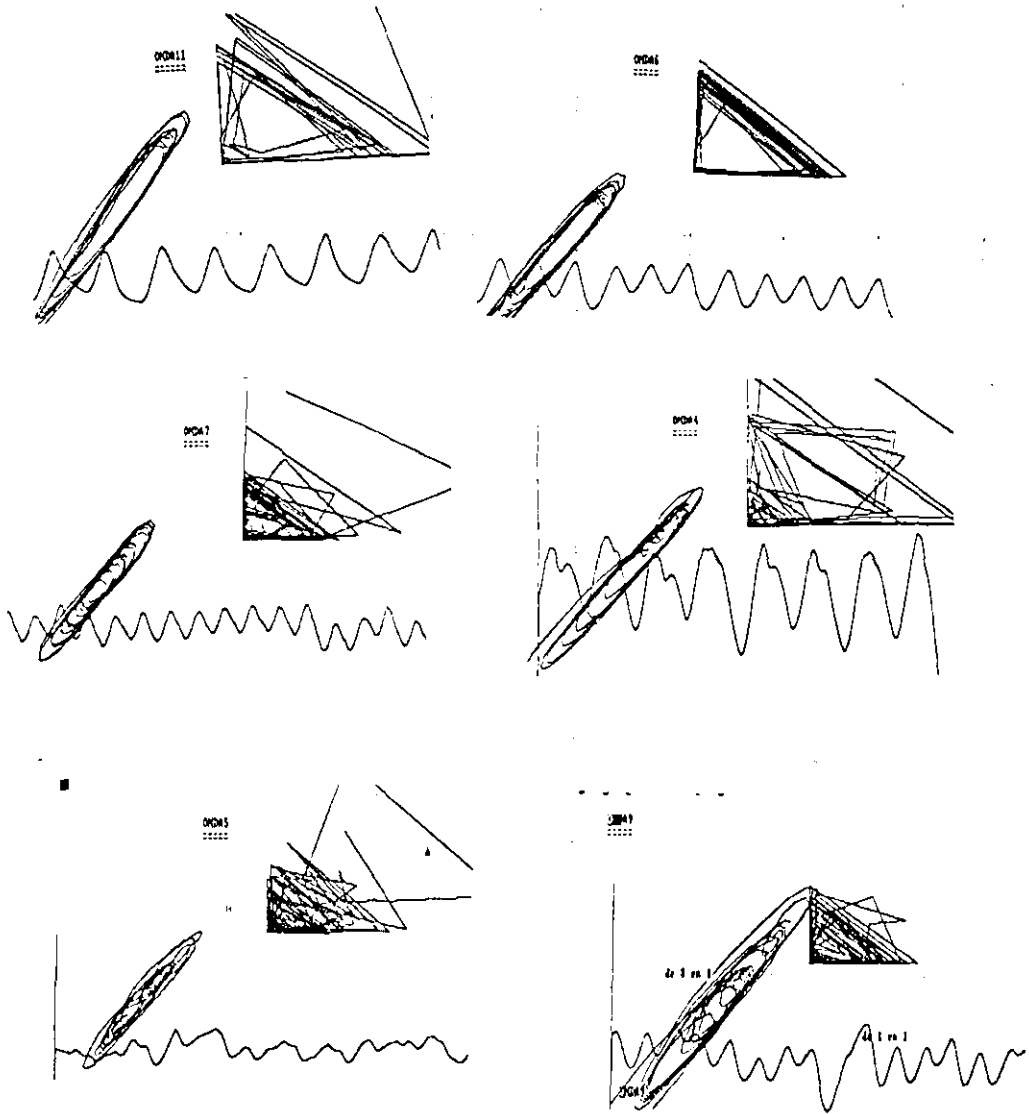


Fig. 6.3.7. Atractores obtenidos en experimentación real.

Por lógica, el paso siguiente fue insertar este mecanismo de burbujeo en el programa presentado en la hipótesis 2. Este programa simulaba la evolución de las burbujas, sometidas a coalescencia y partición, tras haberlas inyectado mediante tiempo de inyección y frecuencia impuestos, programa primitivo de simulación de lecho fluidizado. El resultado es el programa presentado en el APENDICE N. Cada vez que sea el momento de inyectar el gas, éste lo hará resultando un número y tamaño de burbujas calculado por un subprograma similar al del APENDICE M. Estas burbujas evolucionarán libremente en el lecho. Como muestra del comportamiento de este subprograma, se presenta, en la fig. 6.3.8., el resultado de 4s de apertura con los valores:

$K=40$ $A=10$ $B=30$ $DT=.005$ $Xlim=.05$ $C=2$

también es evidente el parecido con un resultado real procedente de un lecho fluidizado.

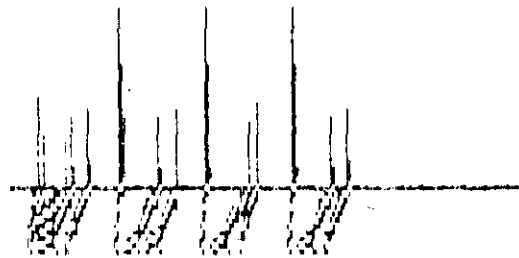


Fig. 6.3.8. Resultado de la simulación de 10 burbujas con el programa del APENDICE N.

Como conclusión de la Hipótesis nº3 podemos resumir que los programas del segundo tipo de los propuestos en el diagrama de flujo del plan de trabajo, (Fig. 3.1.) son capaces de generar, partiendo de unos sistemas de ecuaciones realistas sencillos y estableciendo un número reducido de criterios para la partición y la coalescencia, un desorden caótico cuya cercanía al real se evaluará en el apartado 7.2.

6.4.-DINAMICA DEL ASCENSO DE BURBUJAS. SEMEJANZA CON UN AUTOMATA CELULAR (Hipótesis nº 4)

Se denominan autómatas celulares a sistemas de retículos, geoméricamente organizados, donde cada celda puede encontrarse en uno de un conjunto finito de estados (generalmente no más de 3), y donde el estado futuro de cada celda o célula depende del de las que la rodean, o de un entorno fijo cualquiera (conectividad), de acuerdo con unas reglas fijas para todas, llamadas de transición (Hayes ,1984). Cuando el número de estados posibles de cada célula es dos, la red se denomina Red Booleana Aleatoria (Kauffman, 1992). Se trata de un tipo especial de red, originalmente de concepción semejante a las empleadas en la simulación de modelos hidrodinámicos (Boom y col). Como ejemplo se muestra en la figura 6.4.1. una red en su estado inicial y dos posibles estados finales dependiendo de las propiedades de conectividad (Kauffman, 1992).

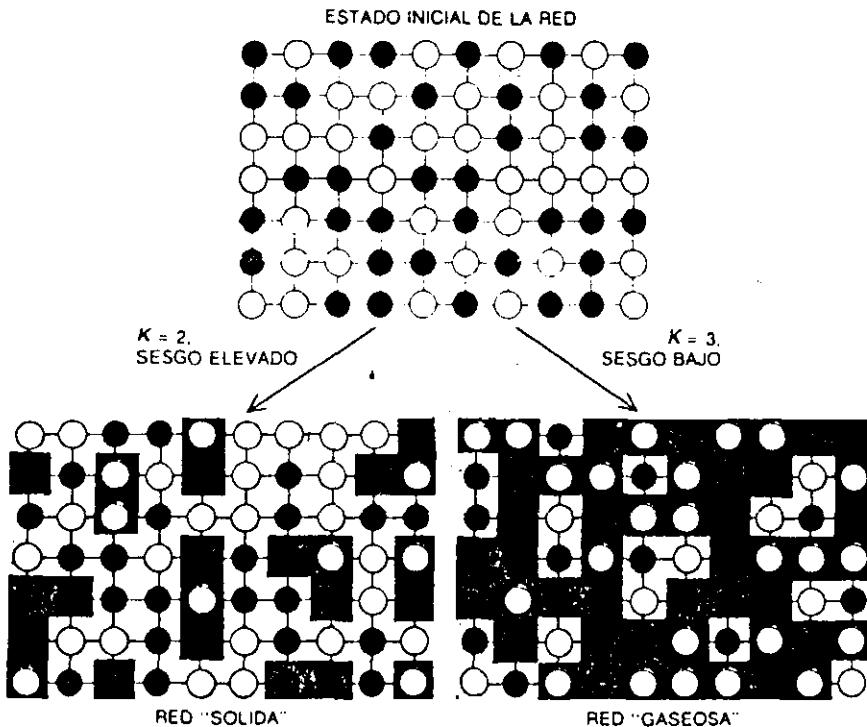


Fig. 6.4.1. Aspecto inicial de una red y dos posibles estados finales dependientes de la regla de conectividad. (Kauffman, 1992)

La infinidad de reglas de transición y de posibles estados, dan lugar a infinidad de autómatas celulares, que pueden agruparse en sólo cuatro grupos, de acuerdo con el tipo general de evolución del sistema (Wolfram, 1985). Estos grupos se diferencian por el tipos de estado final del sistema, y son:

I Homógeneos y estables

II Estructuras sencillas bien estables o periódicas

III Configuraciones caóticas no aleatorias

IV Estructuras espaciales y temporales muy complejas

y como ejemplo de ellas se muestra en la Fig. 6.4.2. el resultado de cuatro autómatas, cada uno de un grupo

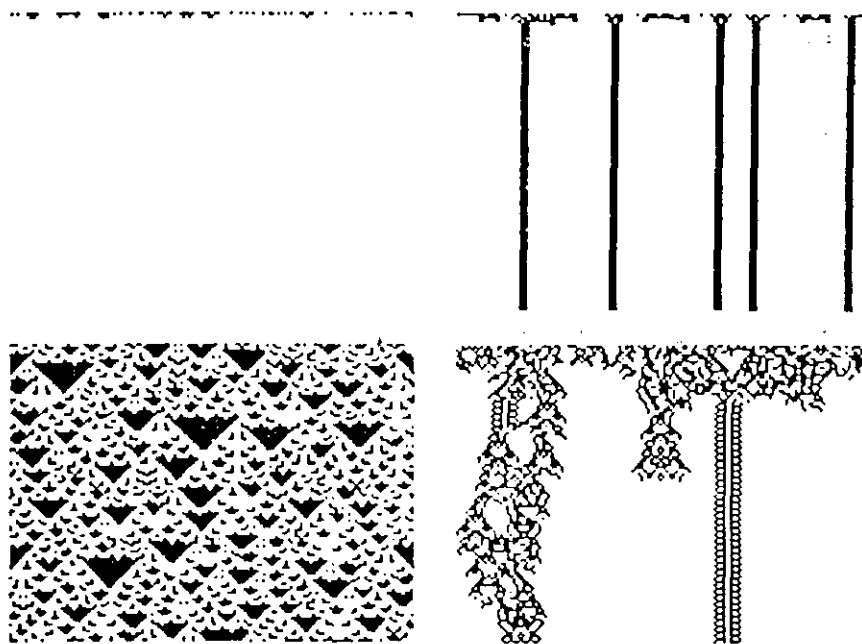


Fig. 6.4.2. Aspecto de la evolución de cuatro tipos de autómatas. (Hayes, 1984)

Los denominados de tipo III producen estructuras fractales y dan lugar a caos, como ejemplo basta citar la génesis de la denominada "Malla de Sierpinsky" (resultado de colorear selectivamente pares e impares en el triángulo de Tartaglia), fig. 6.4.3..

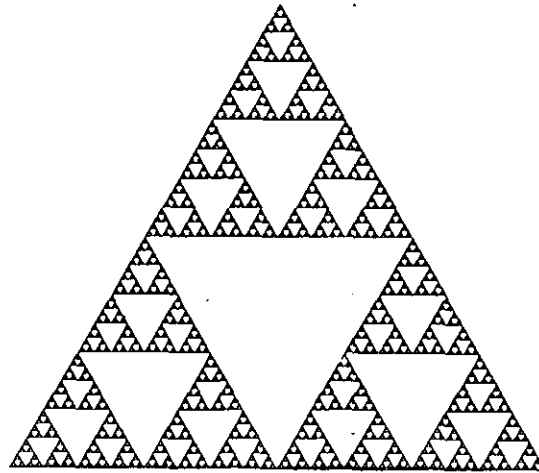


Fig. 6.4.3. Malla de Sierpinsky

Una característica atractiva de uno de estos sistemas, al que hemos denominado red booleana aleatoria (r.b.a., con dos estados posibles para cada celda), es la posibilidad de predecir su comportamiento en función de una de sus características, la que hemos denominado conectividad (K). Las r.b.a. de baja K ($K < 3$) son sistemas complejos capaces de autoorganizarse y evolucionar, ante episodios esporádicos de mutación, hacia configuraciones y estructuras estables más diversas y capaces de adaptación. Este comportamiento podríamos denominarlo "anticaos". Cuando K es elevada ($K = \text{número de elementos del sistema, número de celdas}$) la dinámica es caótica y es impredecible la evolución del sistema. Para conectividades medias los sistemas exhiben capacidad de autoorganización y adaptación al medio. Los sistemas que se encuentran en la frontera entre el caos y la estabilidad responden a las mutaciones aisladas absorbiéndolas, sin embargo un grupo de mutaciones pueden provocar cascadas de cambios (Kauffman, 1992).

6.- Hipótesis sobre el origen del caos en las f. de presión

Los medios granulares se comportan como autómatas celulares, según P. Gilles de Gennes (P. Nobel de Física 1991 por sus trabajos sobre transiciones de fase en sistemas complejos), recientes estudios sobre la dinámica de la arena así la modelizan, extrayendo del estudio de estos modelos conclusiones y predicciones muy próximas a la realidad (Glenn y Held, 1990). Los lechos fluidizados son medios granulares, así que podemos modelizar un lecho como tal, tomando celdas biestables(solido o gas) e imponiendo unas reglas de transición adecuadas.

En nuestro caso, los estados serán 0(gas) y 1(sólido). Las celdas estarán dispuestas al tresbolillo, al igual que una pared de ladrillos. Esta disposición se ajusta a recientes descubrimientos sobre el comportamiento de la materia granular: según Jaeger y Nagel (1992), cuando se aplica una fuerza a un medio granular, esta se transmite por direcciones preferentes a 60° que rodean regiones o islas de sólido que no se ven afectadas por estas.

La regla de transición es muy simple: el "valor" o estado de cada celda depende de las dos sobre las que se "apoya" de la fila anterior; si el estado de estas suma par o cero, el estado de la celda será 0. Si suman 1, entonces se da el valor 1. Esta regla tiene el sentido realista de que el comportamiento de la emulsión posee una explicación ultima en el comportamiento de las partículas sólidas entre sí, lo que nos remite a algun tipo de relación entre ellas, habiéndose adoptado en este caso la geométricamente más sencilla.

Estas reglas y otras más se detallan más abajo, se contienen en el programa presentado en el APENDICE Ñ.

Reglas generales:

-Los pixels del lecho se ordenan por filas y columnas. Las filas se numeran en centenas y las columnas en unidades, así cada pixel posee un valor propio igual a

$$\text{columna} + \text{fila} * 100$$

-Las burbujas se generan a tiempos regulares, de manera forzada, situando en la base del lecho un grupo de pixels 0, en cantidad proporcional al tamaño de la burbuja. El resto de la burbuja se crea sola con las reglas de transición.

6.- Hipótesis sobre el origen del caos en las f. de presión

-En cada paso de unidad de tiempo o iteración de cálculo, si no hay burbuja nueva, se crean una línea de pixels de valor 1 en la base, que "empuja" todo la emulsión hacia arriba, y se recalcula todo el lecho de acuerdo con las reglas de transición.

-Conforme ascienden, las burbujas aumentan su tamaño, aumentando su base de acuerdo con las instrucciones del programa.

-Cuando una burbuja alcanza el tamaño considerado límite, se fuerza en su base un pixel 1 ("sólido"), en posición aleatoria, lo que es suficiente para que transcurridos unos pasos de cálculo, la burbuja se haya partido, por sí misma, en dos independientes.

-Para coalescer, el pico de una burbuja, debe estar comprendido entre el pico y la base de otra, y encontrarse en su columna o en la cercanía. Al coalescer se suman las longitudes de las bases de ambas y se anula la existencia de la pequeña.

-Las burbujas se inyectan en un solo paso, sin fase de crecimiento.

-En cada paso de cálculo se exploran primero las coalescencias y después las particiones.

-Las burbujas que sobrepasan los límites laterales del lecho, "rebotan" de tal manera que la zona que sale, se suma a la interior, produciendo una burbuja de igual volumen.

Con estas normas, los resultados del programa son del tipo que se presenta en la Fig. 6.4.4.

Es evidente que la apariencia del lecho no solamente es muy realista si no que produce unas gráficas Altura de burbuja/tiempo bastante próximas a las reales. Conviene resaltar que la cantidad de ecuaciones clásicas utilizadas en este programa es mínima y sin embargo el comportamiento aparente es muy cercano al experimental.

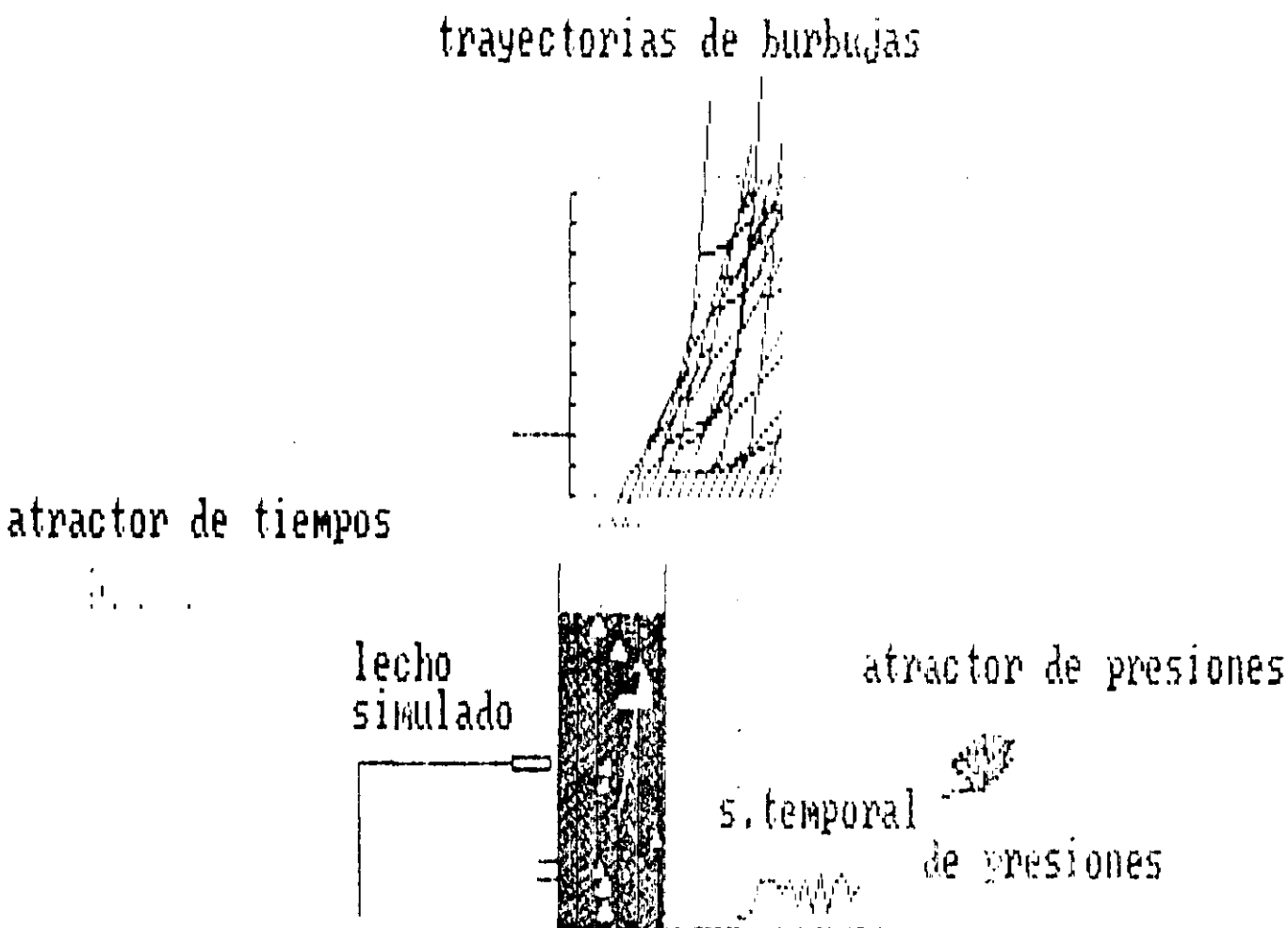


Fig. 6.4.4. Conjunto de resultados que genera el programa del APENDICE Ñ

6.- Hipótesis sobre el origen del caos en las f. de presión

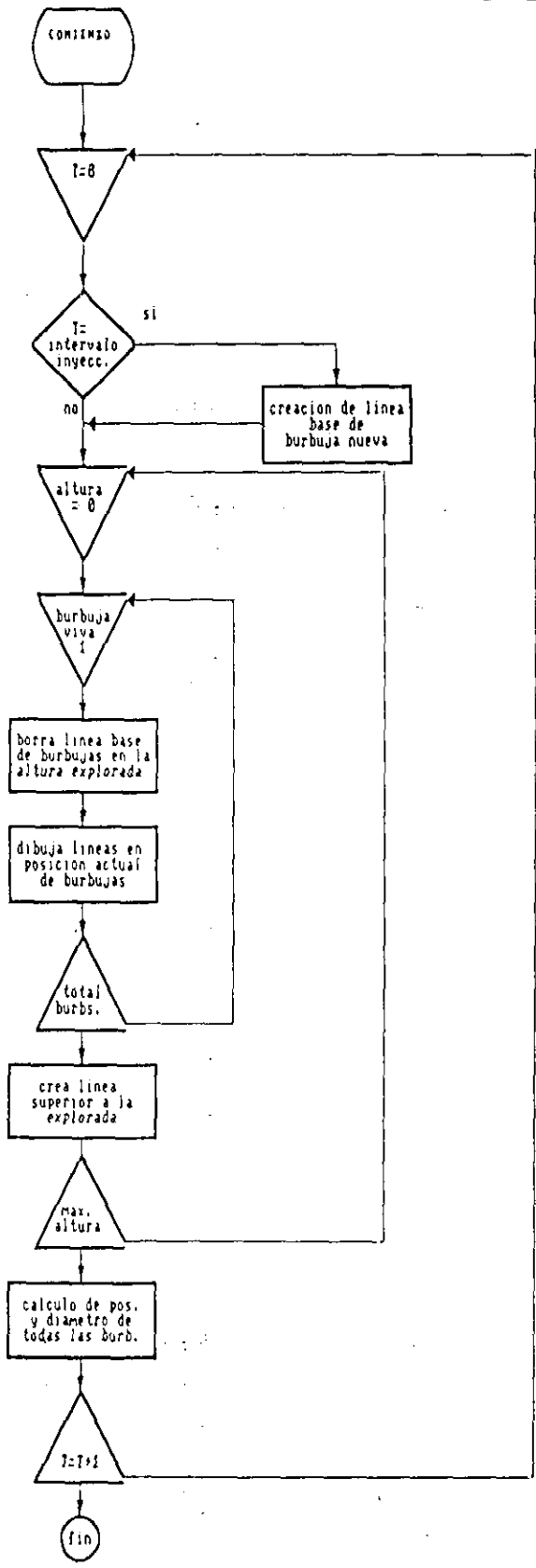


Fig. 6.4.5. Diagrama de flujo del programa del APENDICE Ñ

7.-EVALUACIÓN DE HIPÓTESIS

7.1.-EXPERIMENTOS FLUIDODINÁMICOS EN LECHOS FLUIDIZADOS

Haciendo uso de los dispositivos descritos en el apartado 4 se han llevado a cabo un total de 991 experimentos. De estos, 88 corresponden a la fase de experimentos previos y 903 a la experimentación encaminada a la evaluación de hipótesis.

La planificación de experimentos que se realizó pretendía combinar el estudio de los siguientes factores: tipo de sólido, altura de la sonda de presión, estado de fluidización, altura y lecho, tipo de lecho.

Además del estudio de estos factores combinados, se realizaron numerosos experimentos controlando la frecuencia de burbuja y tiempo de inyección de gas.

Los valores empleados para cada uno de estos factores han sido los siguientes:

- Tipo de sólido:

dos tipos, A y B según clasificación de Geldart

- Altura de la sonda:

tres alturas, $0H_1$, $0.5H_1$ y $1H_1$, donde H_1 es la altura total de lecho.

- Estado de fluidización:

intervalo de estados desde $\sim 0 u_{mf}$ hasta $4-5u_{mf}$.

- Altura del lecho sobre inyección de gas:

tres alturas, 10, 20 y 30 cm.

- Tipo de lecho, dos tipos:

bidimensional y tridimensional (cilíndrico)

Y en los experimentos de inyección controlada de burbuja a través de orificio:

- Frecuencia de burbuja:

quince frecuencias distintas, desde $1/0,001 \text{ sg}^{-1}$, hasta $1/1 \text{ sg}^{-1}$

- Intervalo de inyección de burbuja:

quince intervalos diferentes, desde 0,001 sg. hasta 1 sg.

El tratamiento de los datos de las series temporales de fluctuaciones de presión, 4000 puntos en cada una, registradas en cada experimento, se ha detallado en el apartado 5. En concreto, el pretratamiento en el subapartado 5.1 y el cálculo de parámetros caóticos en el 5.2.

Los resultados obtenidos en los experimentos producto de la combinación adecuada de estos factores así como los obtenidos en la aplicación del análisis caótico-determinista, se han agrupado por áreas de interés y se exponen en los siguientes subapartados.

7.1.1.-INYECCIÓN DE GAS

7.1.1.1.-Tipo de inyección

En la inyección del aire empleado para la fluidización se emplearon tres tipos de dispositivos de inyección:

1) distribuidor de placa de aluminio sinterizado (en el lecho bidimensional)

2) distribuidor tipo "sandwich" de esponja de acero (en el lecho cilíndrico)

3) orificio único (en ambos lechos)

En los experimentos realizados en lecho cilíndrico, tanto para la fluidización con el distribuidor completo (cpl.) como para el orificio único (orif.), se mantuvieron constantes las condiciones de fluidización y se registraron las oscilaciones de

presión en 4 distancias diferentes al distribuidor. Los resultados de CA, MEL e ICS para cada experimento se presentan en la tabla 7.1.1.

Tabla 7.1.1 Resultados de la fluidización en lecho cilíndrico con inyección por orificio único y con distribuidor.

	CA		MEL		ICS			
distrib.	orif.	cpl.	orif.	cpl.	orif.		cpl.	
Distan								
6 cm	0,0085	0,0028	12,52	16,54	14,2	14,9	16,5	16,1
12 "	0,0120	0,0046	12,97	16,04	14,3		16,2	
18 "	0,0064	0,0026	13,91	14,71	15,0		15,6	
24 "	0,0043	0,0014	15,90	15,14	16,1		15,9	

En los experimentos llevados a cabo en el lecho bidimensional se mantuvo constante la altura de la toma de presión y se varió el caudal del gas (velocidad reducida, $R=u_o/u_{mf}$). Los resultados se muestran en la tabla 7.1.2..

De la observación de los resultados para ambos tipos de dispositivos en los dos tipos de lechos, se puede deducir que:

- La fluidización con distribuidor poroso casi siempre es más caótica que con orificio único, lo que es lógico, puesto que aquél equivale a la actividad compuesta de muchos orificios simples.
- Al aumentar el caudal de fluidización, en el intervalo explorado, disminuye el nivel de caos, hecho atribuible al aumento del tamaño de burbuja y consiguiente descenso en el riesgo de ruptura, de acuerdo a conclusiones mencionadas más adelante.

- Para unas condiciones constantes de caudal de aire de fluidización, al elevarse la sonda de medida de presión en el lecho, el caos aumenta, en general, para el orificio único y disminuye para el distribuidor. Lo que se justifica si se piensa que para el orificio único la burbuja posee mayor riesgo de ruptura al ascender, debido a que debe atravesar en solitario la emulsión; mientras que en el caso del distribuidor hay una gran actividad de coalescencia en la zona inmediata superior al distribuidor y se detectan menor número de burbujas en la zona superior del lecho que en la inferior, por lo que el nivel de desorden disminuye en sentido ascendente dentro de la emulsión.

Tabla 7.1.2. Resultados de la fluidización en lecho bidimensional con orificio único y con distribuidor.

	CA		MEL		ICS			
distrib.	orif.	cpl.	orif.	cpl.	orif.		cpl.	
R								
1	0,028	0,003	9,20	10,95	11,8	9,21	13,7	9,51
2	0,064	0,077	4,73	5,90	8,3		8,57	
3	0,090	0,126	4,32	3,43	7,4		6,25	

7.1.1.2.-Control de la inyección en orificio único

La inyección de aire a través de orificio único se encontraba regulada por una electroválvula que permitía fijar el intervalo de apertura y el intervalo entre aperturas, pudiendo imponer de esta forma tanto la frecuencia de burbujeo como el tamaño inicial de burbuja. En estas condiciones se realizaron 86 experimentos con los cuales se exploraron el 70% de las posibles combinaciones de 15 intervalos y 15 frecuencias de inyección.

Para cada experimento se calculó:

-índice de caos de la señal de presión, ICS

-atractor de la señal de presión

-espectro de Fourier de la señal de presión

-atractor de tiempo entre burbujas

-tamaño del atractor

la representación de los resultados, en el sistema de ejes que los refiere a las condiciones en que fueron obtenidos (intervalo de inyección y frecuencia), se muestra en las figuras 7.1.1. a 7.1.5.

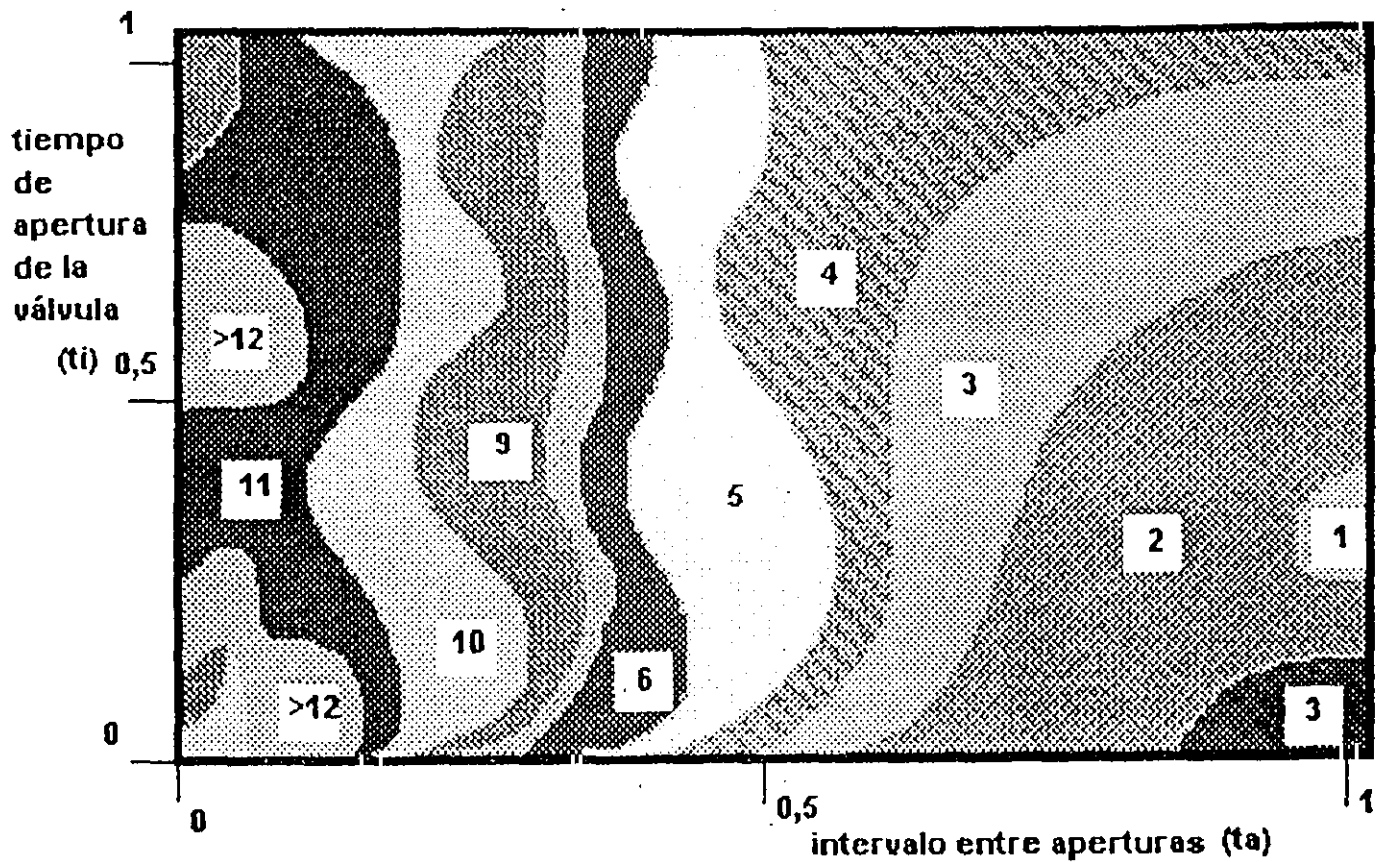


Fig. 7.1.1. Grados de caos, medidos con el ICS, para diferentes condiciones de tiempo de apertura de la válvula (ordenadas) y de intervalo entre aperturas (abscisas).

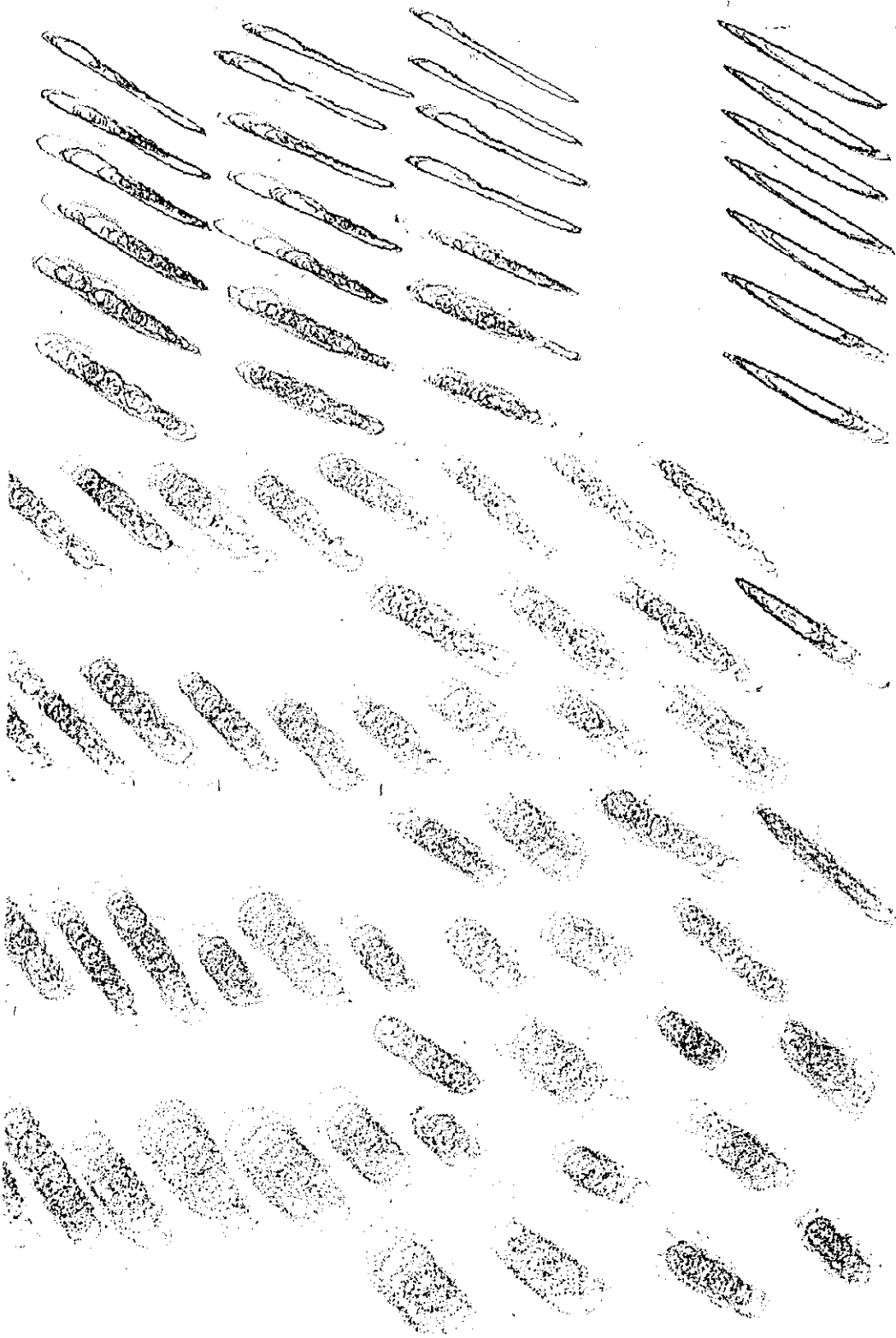


FIG 71.2

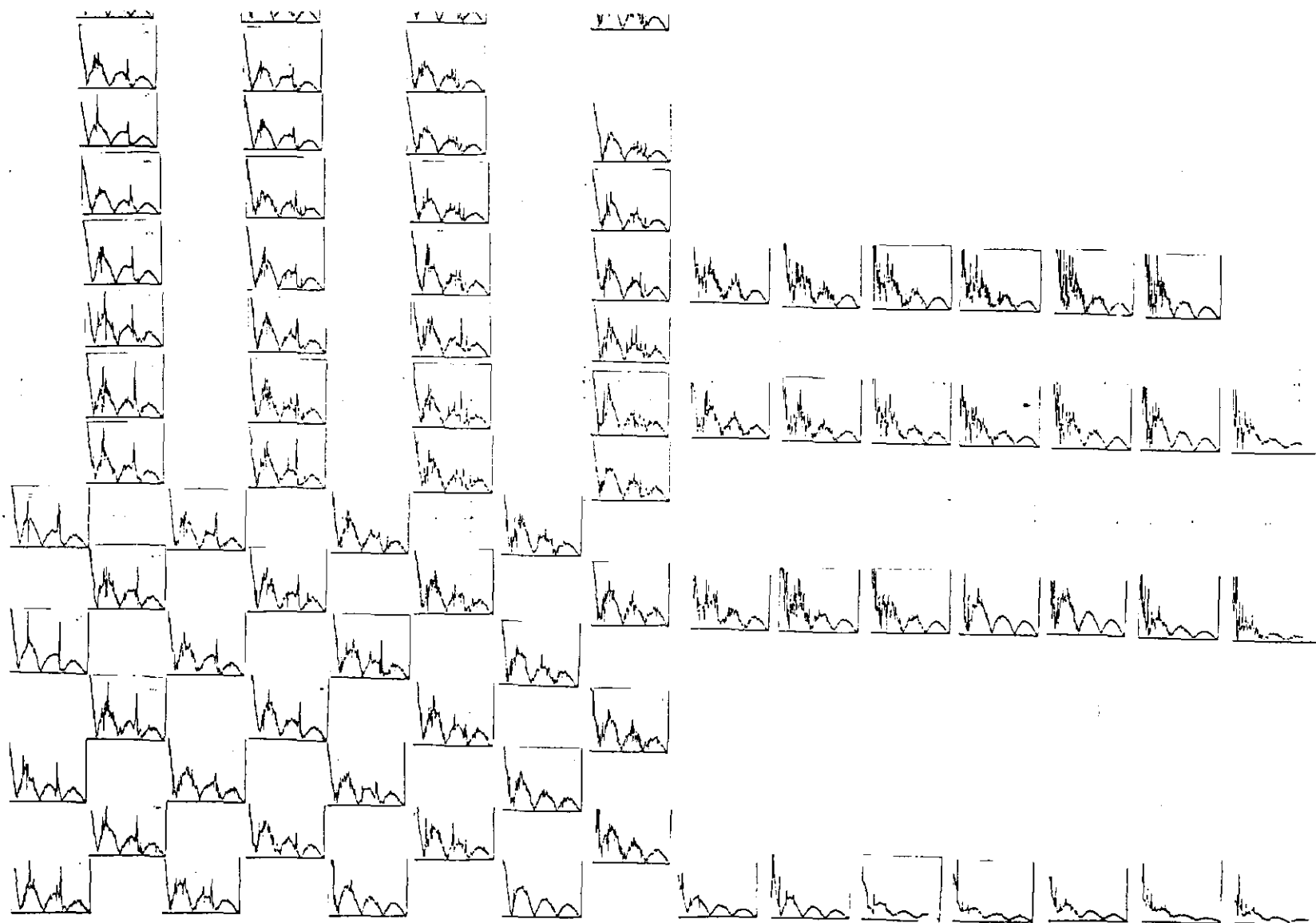


FIG 7.1.3

tamaño del atractor en t_a , t_i

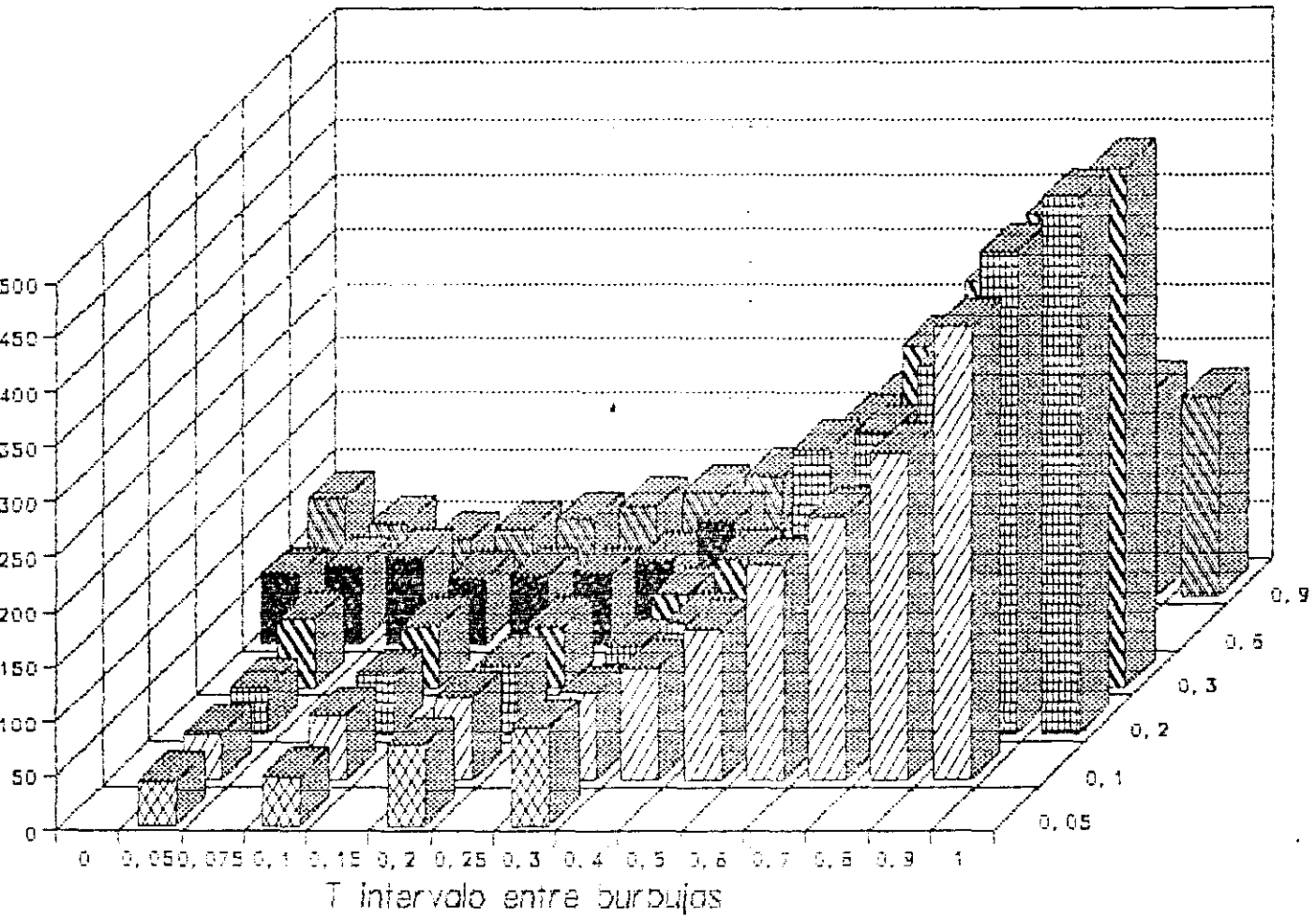


Fig. 7.1.5. Tamaño del atractor de presiones para diferentes condiciones de tiempo de apertura de válvula (ordenadas) e intervalo entre aperturas (abcisas).

tamaño del atractor en t_a , t_i

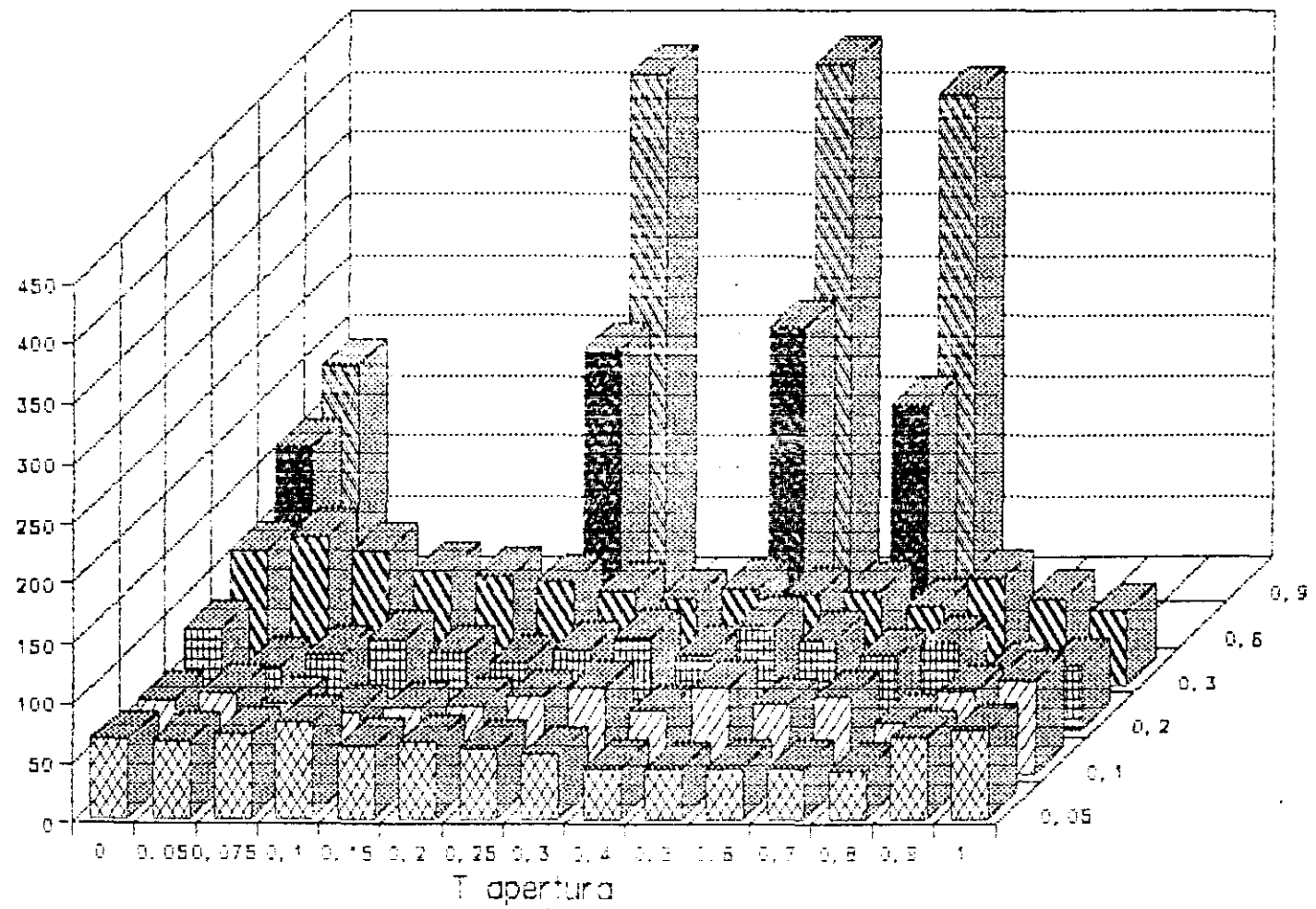


Fig. 7.1.5. (continuación) Tamaño del atractor de presiones para diferentes condiciones de tiempo de apertura de válvula (ordenadas) e intervalo entre aperturas (abcisas).

El tipo de líneas isocaóticas del mapa de ICS de la Fig. 7.1.1. se ha reproducido notablemente bien mediante la expresión empírica

$$t_a = t_i + f(t_i^2) \cdot \text{Sen}\left(\frac{t_a}{f(t_i^6)}\right) + t_a f(t_i)$$

(ec. 7.1.1.)

donde t_a es tiempo de apertura de la válvula y t_i es el intervalo entre aperturas. La ec. 7.1.1 se puede simular mediante el programa contenido en el APENDICE A, y el resultado se puede apreciar en la Fig. 7.1.6..



Fig. 7.1.6. Líneas isocaóticas generadas por la ec. 7.1.1.

La expresión 7.1.1. no intenta más que evidenciar el carácter no lineal, armónico y sencillo de la relación entre estos dos parámetros (t_{apertura} y $t_{\text{intervalo}}$), y es capaz por otra parte de simular mediante un algoritmo aparentemente simple un máximo desorden, similar al de la dinámica del lecho.

Por otra parte, el ICS de estos experimentos se ha reproducido a las condiciones t_a y t_i mediante expresiones del tipo

$$ICS = k_1 \cdot \frac{1}{t_i} + k_2 \cdot \text{Sen}\left(\frac{\omega_a + t_a}{\omega_i + t_i}\right)$$

(Ec. 7.1.2.)

Donde el primer término posee más importancia que el segundo y la función de los sumandos ω se limita al aproximar los valores calculados del ICS a los experimentales. La ecuación 7.1.2. también intenta dar una idea de como un algoritmo relativamente sencillo puede generar datos de ICS similares a los experimentales.

En el mapa de atractores de presión, Fig. 7.1.2., se aprecia la sencillez evidente de los situados más a la derecha, en la zona de máximo intervalo entre burbujas, coincidentes con los valores más bajos del ICS calculado. También se puede apreciar la complejidad de los situados más a la izquierda, aunque la distinción fina entre ellos ya sea imposible; por ello se hace imprescindible la aplicación de un índice numérico para su distinción cuantitativa.

Si se observa el mapa de tamaños de los atractores Fig. 7.1.5., se puede apreciar que para un mismo tiempo de apertura de la válvula, que supone un tamaño de burbuja inicial igual, el tamaño del atractor (tamaño de burbuja detectada) aumenta al crecer el tiempo de intervalo entre aperturas o burbujas, alcanzando el máximo para el máximo tiempo entre burbujas. Hasta un tiempo de intervalo (t_i) de 0,5 s, sea cual sea el tiempo de apertura (t_a), las burbujas detectadas tienen un tamaño uniforme y similar. Para $t_i > 0,5$ s se aprecia un crecimiento exponencial, monótono, en el tamaño. Para un mismo tiempo de intervalo entre aperturas (frecuencia de inyección constante) por debajo de 0,5 s, al aumentar el tamaño inicial de burbuja no se advierte variación proporcional en la burbuja detectada, todo lo contrario, el tamaño detectado es constante para un t_i constante y crece con t_i . Para valores de $t_i > 0,5$, al crecer el tamaño inicial de burbuja se detectan burbujas de tamaño creciente hasta un valor del tiempo de inyección de 0,3 s donde se registra un tamaño máximo. Para valores de $t_i > 0,3$, el tamaño detectado decrece aunque se aumente el tamaño inyectado.

Estas observaciones anteriores sugieren que en las condiciones de fluidización empleadas existen dos valores temporales críticos:

intervalo entre burbujas 0,5 s

intervalo de apertura 0,3 s

que establecen las fronteras respectivas entre una fluidización ordenada y una turbulenta en la que la actividad de las burbujas en el seno de la emulsión altere las condiciones iniciales de inyección de estas. De ambas condiciones la prevalente es el intervalo entre burbujas, la frecuencia impuesta a la formación de burbujas en el orificio.

La observación de los mapas de espectros de Fourier y de atractores de tiempo entre burbujas permite valorar la semejanza entre los que, observando el mapa de ICS, pertenecen a experimentos de idéntico grado de complejidad. En las Figs. 7.1.7 y 7.1.8. se presentan los espectros de Fourier de una serie de experimentos, de idéntico tiempo de apertura de válvula, en los que el caos aumenta al aumentar la frecuencia y también un grupo de experimentos con frecuencia constante y tiempo de apertura de la válvula variable, en los que el caos permanece casi constante. Los resultados de este grupo de experimentos, además de haber servido para investigar las relaciones entre características de las burbujas, permitieron evaluar posteriormente los modelos propuestos en las hipótesis sobre el origen del caos observado en la fluidodinámica de un lecho fluidizado.

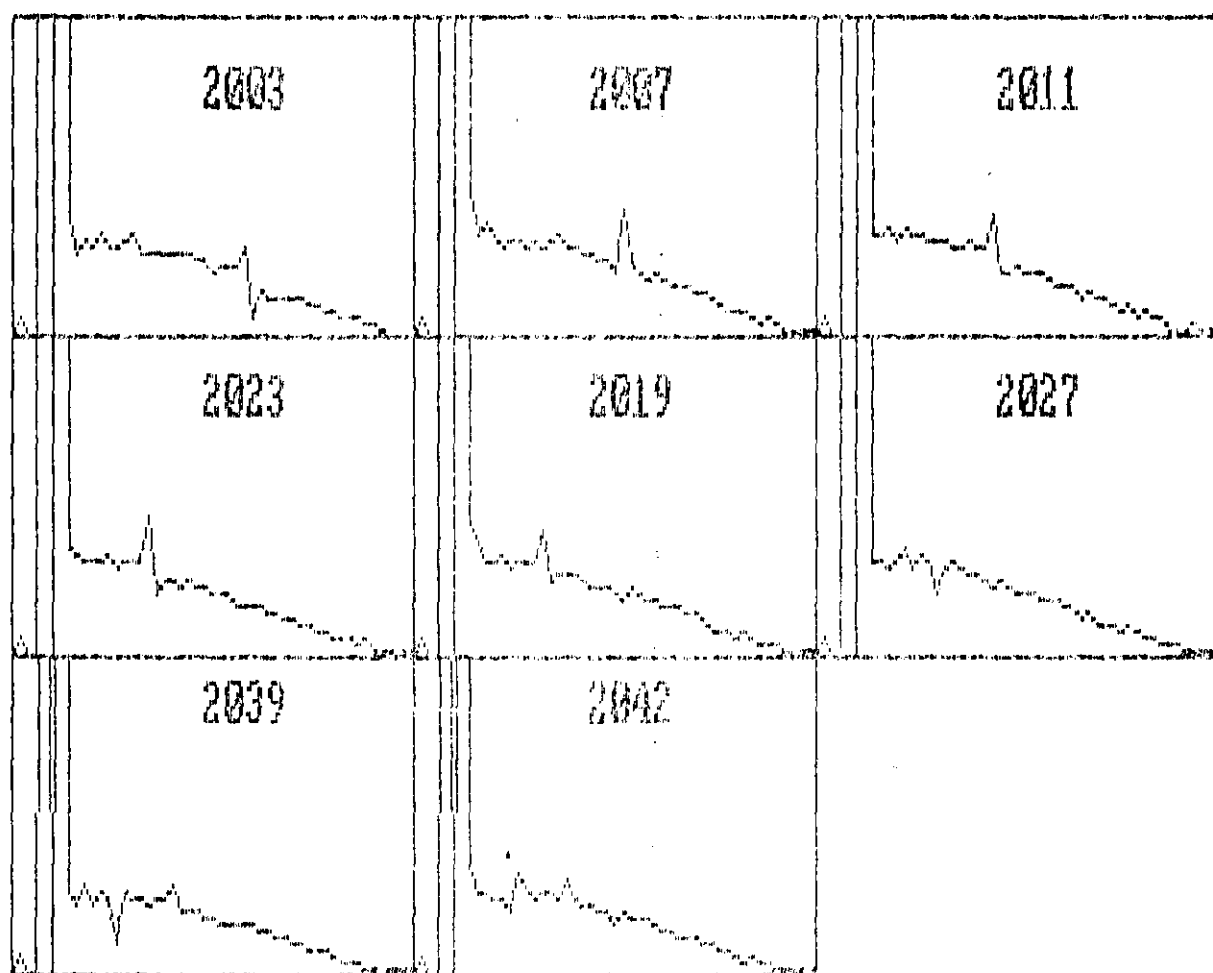


Fig. 7.1.7 Serie de experimentos con intervalo entre burbujas decreciente, de izquierda a derecha y de arriba a abajo, que evoluciona hacia niveles de caos crecientes. La misma serie se muestra con dos escalas diferentes.

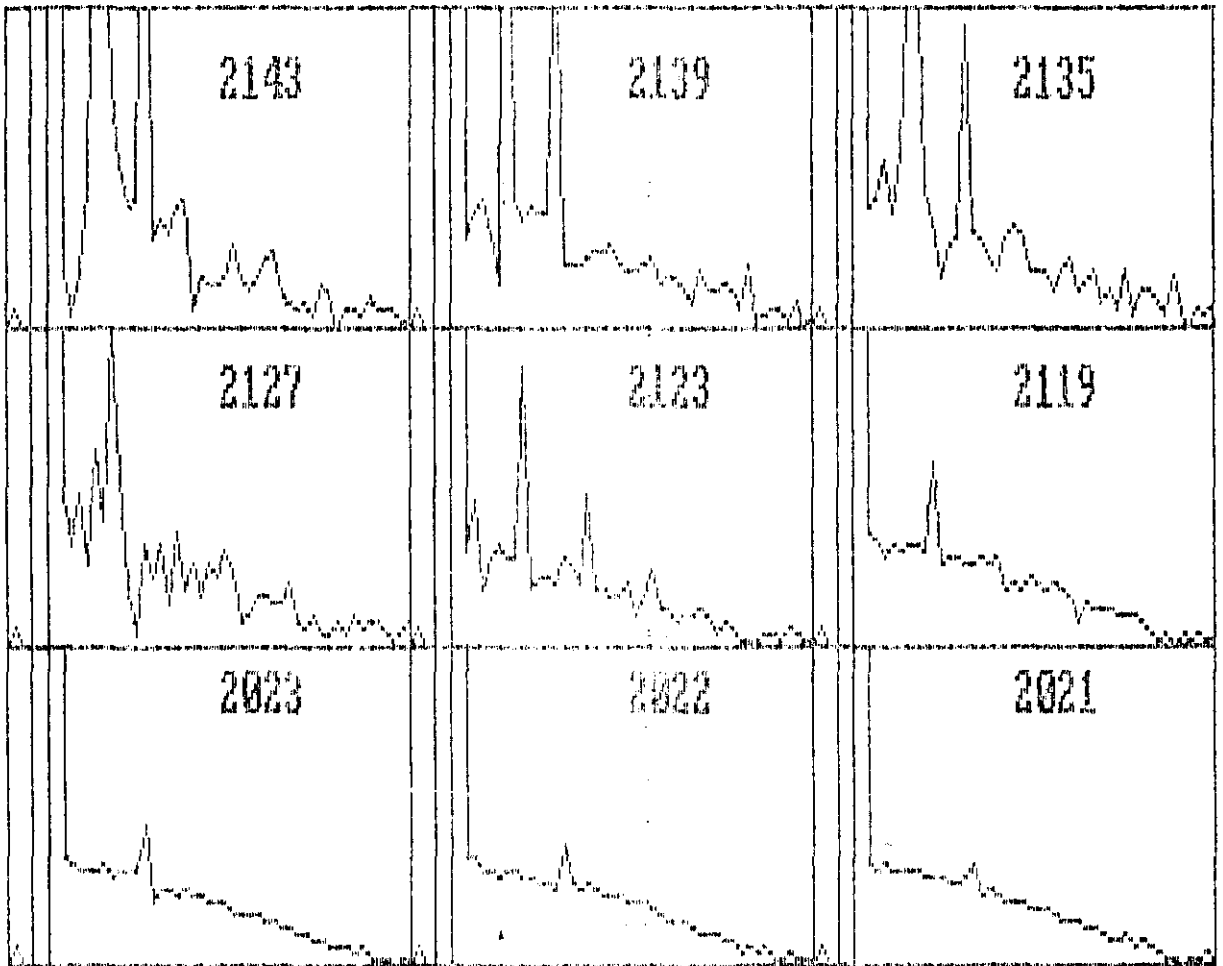


Fig. 7.1.8 Serie de experimentos con tiempo de apertura de válvula creciente, de izquierda a derecha y de arriba a abajo, que evoluciona hacia niveles de caos crecientes. La misma serie se muestra en dos escalas diferentes.

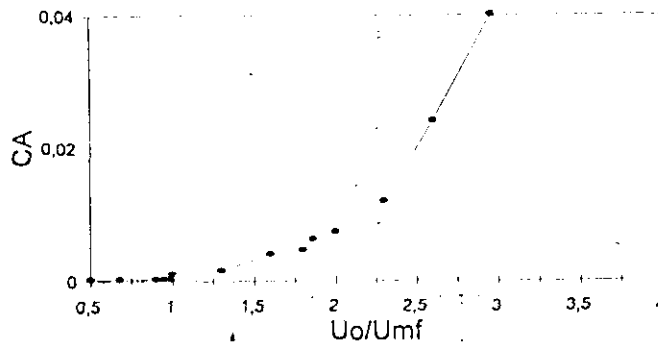
7.1.2.-ALTURA DE LECHO

En esta serie de experimentos se estudió la influencia de la altura total del lecho en la evolución del nivel de caos a lo largo de una extensa serie de fluidizaciones en lechos con un solo orificio; a su vez el registro de la presión se realizó a dos alturas diferentes y con dos sólidos distintos. Con uno de los sólidos se exploró una tercera altura de la sonda.

Los resultados del índice de caos ICS y del valor del coeficiente de autocorrelación CA se presentan agrupados en las gráficas 7.1.9. a 7.1.12..

- ICS y CA registrados para sólido de tipo A situando la sonda en el borde superior de la superficie libre de la emulsión, para dos alturas de ésta (24 y 12 cm.), Figs. 7.1.9 y 7.1.10..

Coeficiente de autocorrelación CA
fin13



Coeficiente de autocorrelación CA
fin11

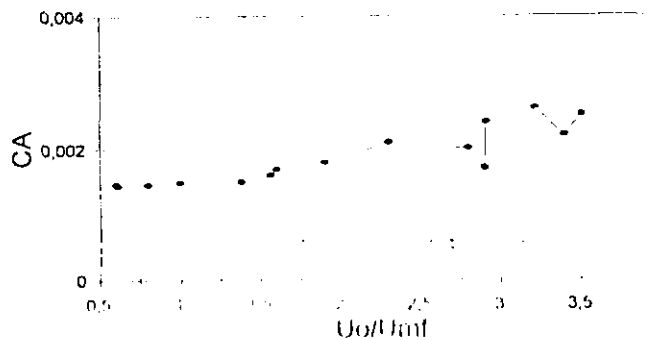


Fig., 7.1.9. Coeficiente de autocorrelación detectado en el borde de la superficie libre de la emulsión, para sólido tipo A, orificio único de inyección, en dos lechos de alturas 27 y 12 cm respectivamente.

Fig. 7.1.10. Nivel de caos (ICS) detectado en el borde de la superficie libre de la emulsión, para sólido tipo A, orificio único de inyección, en dos lechos de alturas 27 y 12 cm respectivamente.

- ICS y CA registrados para sólido de tipo A situando la sonda en las inmediaciones del orificio de inyección, para dos alturas de emulsión (24 y 12 cm.)

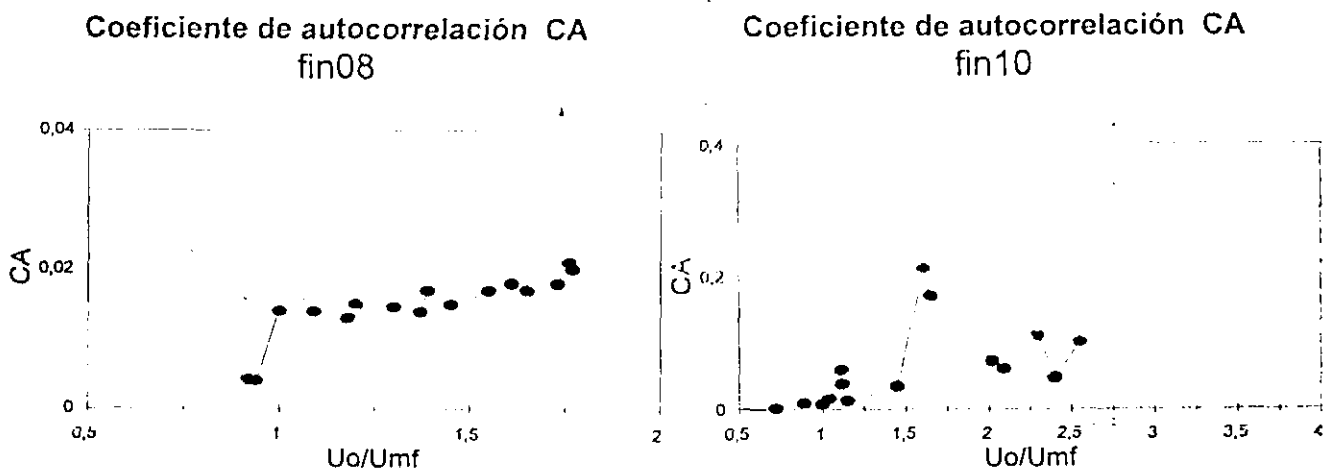


Fig. 7.1.11. Coeficiente de autocorrelación del caos en el orificio, para sólido tipo A, orificio único de inyección, en dos lechos de alturas 27 y 12 cm respectivamente.

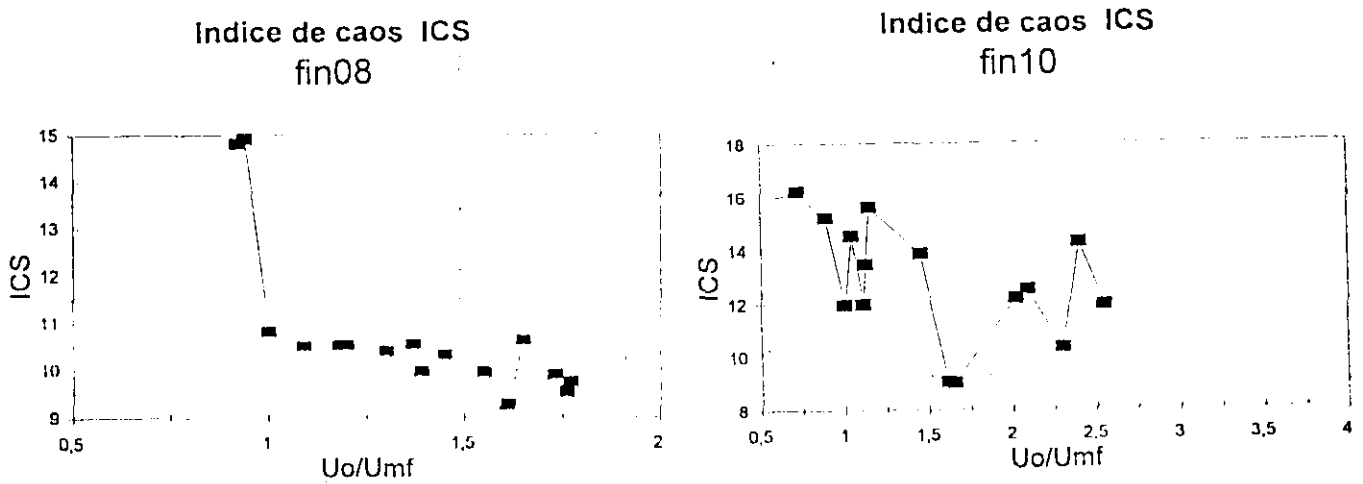


Fig. 7.1.12. Nivel de caos (ICS) detectado en el orificio, para sólido tipo A, orificio único de inyección, en dos lechos de alturas 27 y 12 cm respectivamente.

Se puede observar que salvo en la fluidización con lecho poco profundo y registro en el borde superior, el CA experimenta un acusado incremento en la transición de la mínima fluidización. También se aprecia que, en general, el valor del ICS es siempre mayor cuanto menor es la altura del lecho.

El grado de caos (ICS) experimenta variaciones periódicas a la altura del orificio de inyección, al aumentar el nivel de fluidización, para ambas alturas de lecho, aunque amortiguadas en el caso de la altura mayor. Este comportamiento, en régimen de burbujeo libre, reproduce la evolución periódica de este nivel, registrada en los experimentos de duración e intervalo de inyección controlados.

El ICS es casi constante a la altura del orificio de inyección para cualquier fase de la fluidización, mientras que, a la altura de la superficie libre de la emulsión, experimenta un máximo una vez sobrepasada la mínima fluidización.

Al nivel de la superficie libre superior del lecho, al crecer el caudal de aire de fluidización se aprecia un decrecimiento del nivel de desorden. Esto puede relacionarse con un efecto de "ordenación" o antientrópico de la dinámica de las burbujas en el ascenso por la emulsión. Esto último se observa claramente en la Fig.7.1.13 y 7.1.14, donde se ha añadido el valor del ICS registrado en el borde superior de la emulsión para una altura de lecho intermedia, observándose también casos intermedios de desorden.

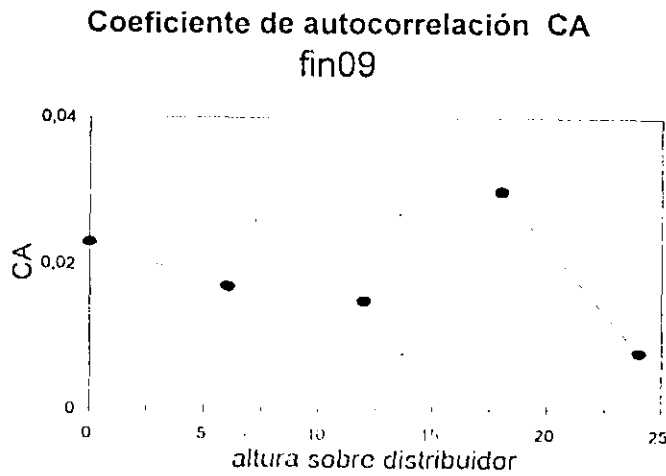


Fig. 7.1.13 Coef. de autocorrelación (CA) registrado en el borde superior de la emulsión, para tres alturas de lecho, sólido tipo A, inyección de gas por un solo orificio.

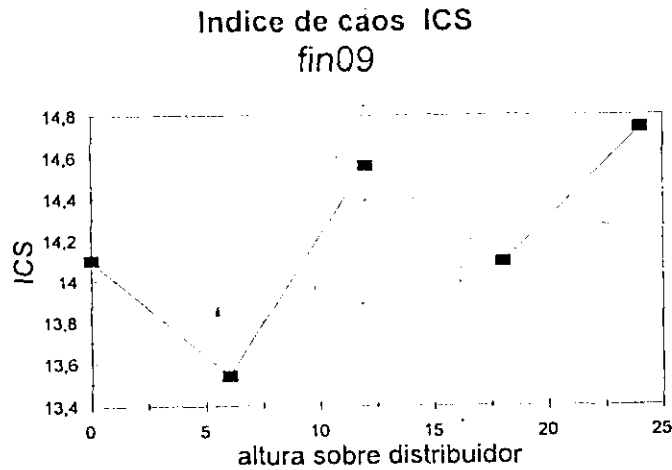


Fig. 7.1.14 Indice de caos (ICS) registrado en el borde superior de la emulsión, para tres alturas de lecho, sólido tipo A, inyección de gas por un solo orificio.

Se aprecia en la Fig. 7.1.14 un retraso progresivo en la aparición del máximo ICS al aumentar la altura total del lecho. Esta apreciación experimental adquiere sentido si asociamos máximo desorden con máxima actividad de partición de burbuja en el seno de la emulsión y aceptamos el criterio de un tamaño límite de burbuja, condicionado a la altura total del lecho.

La evolución de la velocidad de gas para la aparición del máximo valor del ICS con la altura total del lecho podría ajustarse a la gráfica mostrada en la Fig. 7.1.15.

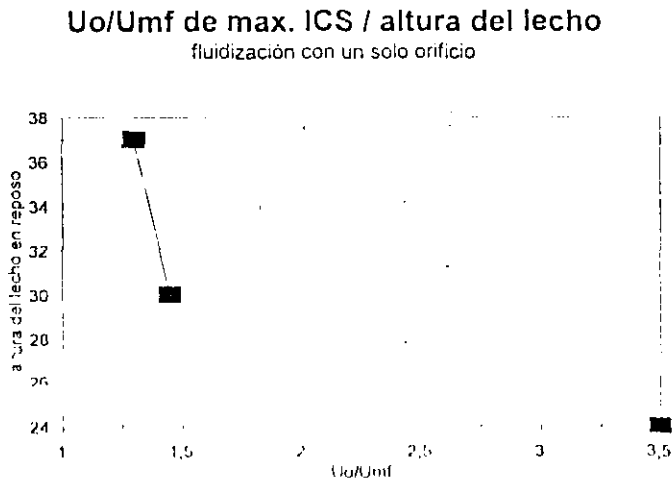


Fig. 7.1.15. Evolución del valor de U_o/U_{mf} para el que se registra un valor máximo del índice de caos en el borde de la superficie límite.

Por último se menciona que en dos tandas de 42 experimentos realizados con sólido de tipo B de Geldart registrando la señal a la altura de la superficie libre de la emulsión y variando la altura total de ésta, se ha obtenido una evolución, con el nivel de fluidización, semejante a la observada en el sólido tipo A, aunque se aprecia una inversión en la relación entre los valores medios para ambas alturas totales. En este caso el valor del ICS es mayor cuanto mayor sea la altura del lecho. En cualquier caso estos resultados se deben confirmar con un estudio más en profundidad.

7.1.3.-POSICIÓN DE LA SONDA

Se han recogido datos de oscilaciones de presión a diferentes alturas de un mismo lecho, variando el caudal de aire de fluidización, variando la altura, variando el tipo de sólido y variando el tipo de inyección de gas. La mayor parte de los experimentos se han llevado a cabo inyectando el gas a través de un solo orificio, para poder evitar la complejidad que impone supone la actividad de burbujeo de un distribuidor poroso.

7.1.3.1.-Inyección de gas mediante distribuidor

En lechos fluidizados con inyección de gas a través de un distribuidor tipo "sandwich" de esponja de acero, en condiciones de 2 veces la velocidad de mínima fluidización, se han obtenido diferentes perfiles de variación del nivel de caos con la altura de la sonda, dependiendo del tipo de sólido. Para un lecho de arena, de tipo A y B de Geldart, de 24 cm de altura, fluidizado con aire a temperatura ambiente, en condiciones de lecho burbujeante, los resultados son los que se presentan en las figuras 7.1.16 y 7.1.17..

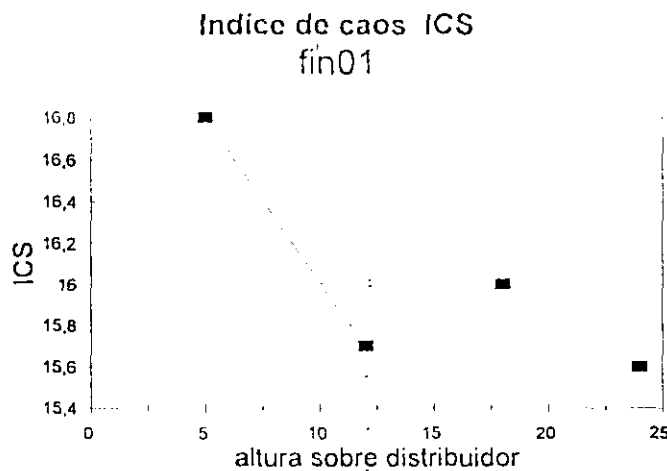


Fig. 7.1.16. Variación del coeficiente de autocorrelación (CA) con la altura de la sonda y el tipo de sólido, para un lecho fluidizado con distribuidor, de altura de emulsión constante y condiciones constantes de fluidización.

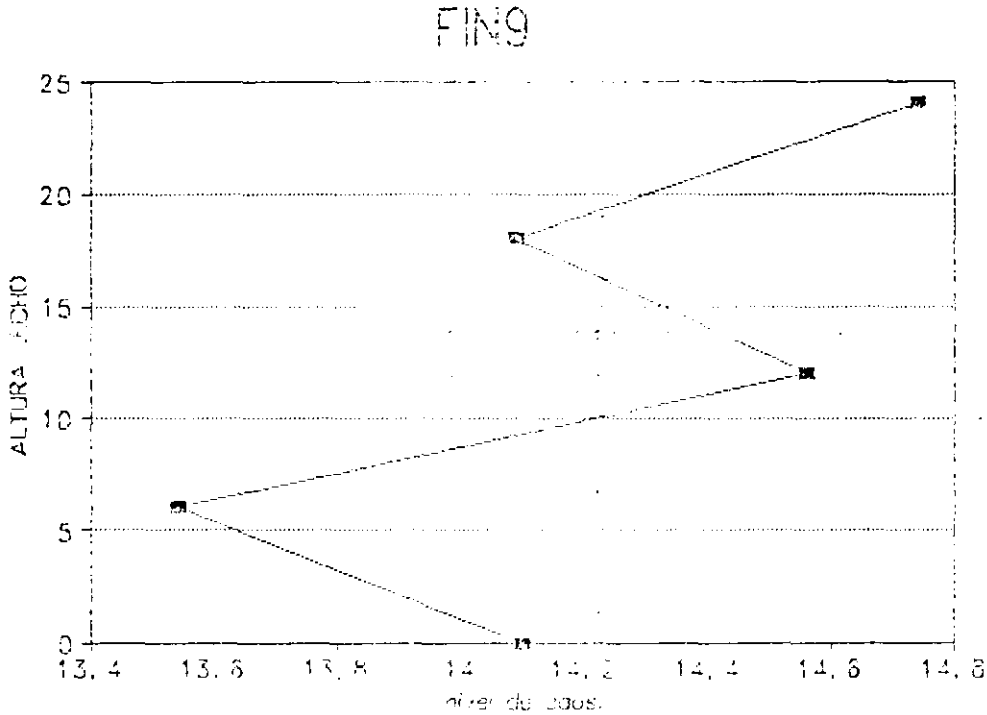


Fig. 7.1.17. Variación del Índice de caos con la altura de la sonda y el tipo de sólido, para un lecho fluidizado con distribuidor, de altura de emulsión constante y condiciones constantes de fluidización.

En las Fig. 7.1.16 y 7.1.17 se aprecia que :

- El nivel de desorden varía según la altura de la sonda y el tipo de sólido. La variación según la altura se justifica por el hecho bien conocido de que la actividad de coalescencia y partición de burbujas es diferente de unas zonas del lecho a otras. La variación según el tipo de sólido se entiende del mismo modo en que la propia fluidización es diferente según el sólido empleado.

- El grado de desorden en el distribuidor es máximo y similar en ambos casos, lo que adquiere sentido si se considera la elevada turbulencia de la zona de inyección de gas.

- El nivel de caos de la superficie libre es similar en ambos tipos de condiciones

7.1.3.2.-Inyección de gas mediante orificio único

En un lecho fluidizado con inyección de gas a través de orificio único, empleando dos tipos de sólido, A y B, y diferentes condiciones de fluidización, los resultados son los que se muestran en las Figs. 7.1.18 a 7.1.20.

Para sólido tipo A, condiciones constantes de fluidización y diferentes alturas

Para sólido tipo B, a tres alturas distintas y en condiciones de fluidización diversas

Indice de caos ICS fin09

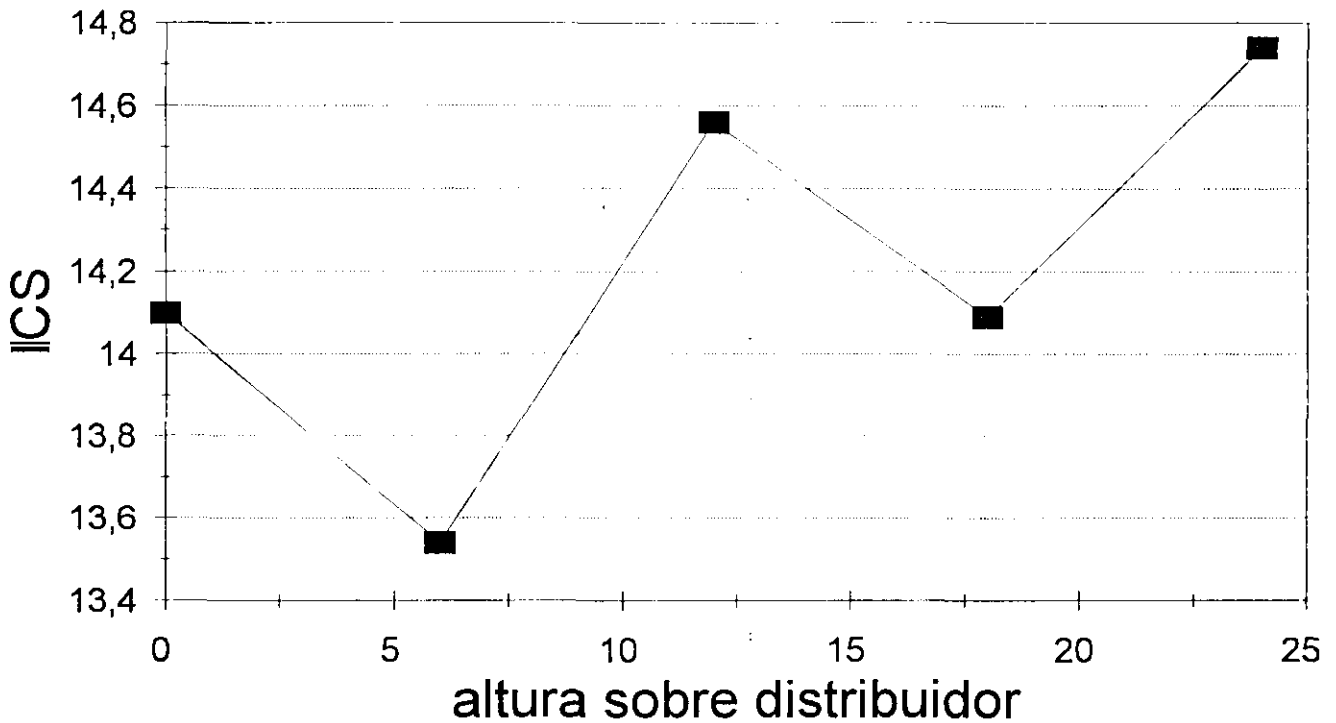


Fig. 7.1.18. Valor del coeficiente de autocorrelación al variar la posición en el lecho, con sólido tipo A, condiciones constantes de fluidización y orificio único de inyección de gas

Fig. 7.1.19. Valor del Índice de caos al variar la posición de la sonda en el lecho, con sólido tipo A, condiciones constantes de fluidización y orificio único de inyección de gas

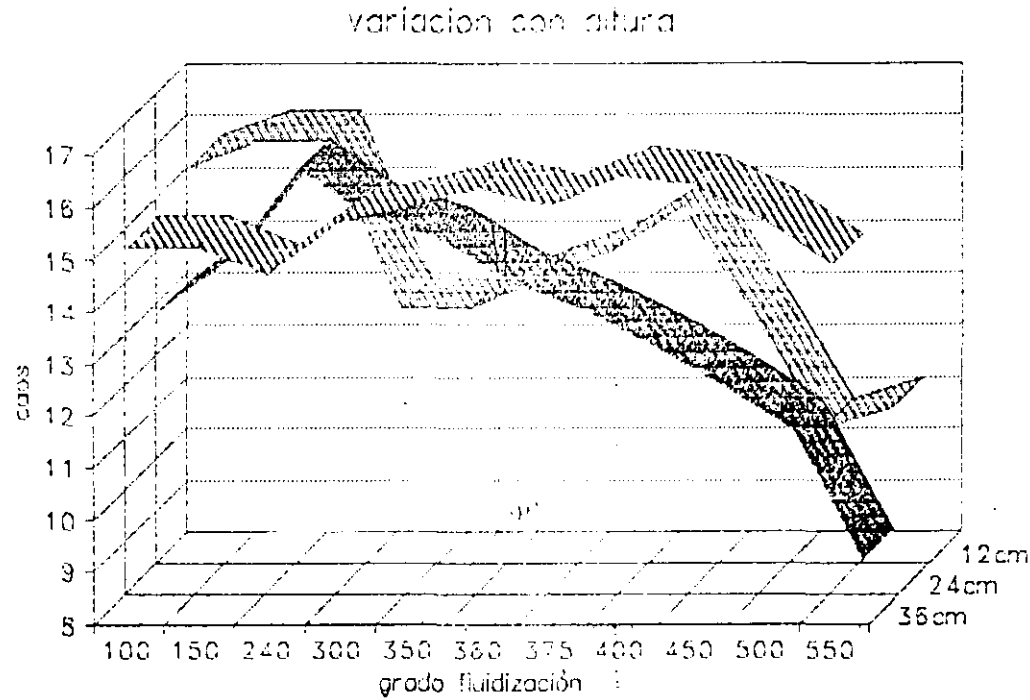


Fig. 7.1.20. Variación del Índice de caos (ICS) para varias posiciones verticales de la sonda, diferentes niveles de fluidización, para sólido tipo B, fluidización con un solo orificio.

Se puede concluir, a partir de estos resultados que

- Las variaciones en los niveles de caos, al ascender en el lecho, en el sólido tipo B, aparentan ser más acusadas que en el tipo A a igualdad de condiciones.

- Para cualquiera de los dos sólidos, las oscilaciones del nivel de caos en las zonas altas de la emulsión son menores que en las bajas. No se debe olvidar que la fluidización no comienza de forma homogénea en todo el lecho; experimentalmente se comprueba que las zonas altas comienzan a fluidizar con anterioridad al momento de mínima fluidización, por ello los cambios experimentados en esta zonas son menos marcados que en las bajas.

- En términos generales el nivel de caos medio de las zonas bajas de la emulsión es menor que el de las zonas altas, para ambos sólidos.

- En condiciones de fluidización por debajo de la mínima fluidización, para cualquier altura y tipo de sólido, el caos es elevado y de naturaleza aleatoria, según denota el valor del CA.

- Al sobrepasar las condiciones de mínima fluidización, la naturaleza de las oscilaciones de presión se aleja de la aleatoriedad, salvo en las zonas altas, donde se mantiene.

7.1.4.-TIPO DE SÓLIDO

Se ha experimentado con tres tipos de sólidos: arena silícea de tipo A y B de Geldart y ballotini de tipo B.

Para reducir el número de factores que influyen en los resultados, sólo se tendrán en cuenta los resultados obtenidos con la arena; de esta forma nos aseguramos de que la densidad y el factor de forma de las partículas son los mismos.

Se han comparado los resultados de fluidizaciones completas con ambos sólidos, en idénticas condiciones y altura de toma de señal. También se han comparado los niveles de caos registrados al situar la sonda en distintas posiciones, en lechos de ambos sólidos, en similares estados de fluidización, tanto para inyección de gas por distribuidor como por orificio único.

7.1.4.1.-Influencia de la altura total de lecho

Para lechos cilíndricos poco profundos (12 cm), el comportamiento de las fluctuaciones de presión registrado en la superficie libre de la emulsión en sólidos A y B es distinto, asemejándose el de B al de un lecho de sólido tipo A ligeramente más alto; el grado medio de caos es elevado y semejante para ambos.

Para el sólido B se advierte variación del ICS, del 10%, con la velocidad del aire de fluidización, alcanzando un mínimo acusado en condiciones próximas a $2 u_0/u_{mf}$. Para el sólido tipo A el grado de desorden permanece casi constante una vez transpasada la mínima fluidización, con un ligero crecimiento casi constante del 4 % aproximadamente, Figs. 7.1.21 y 7.1.2.2.

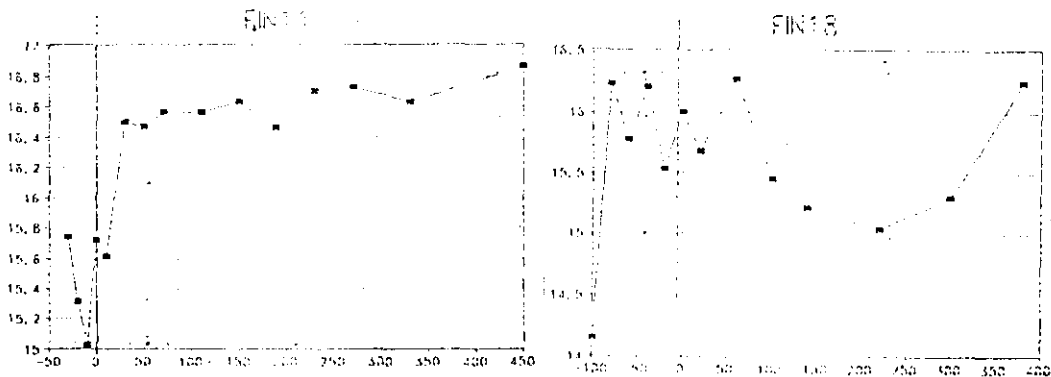
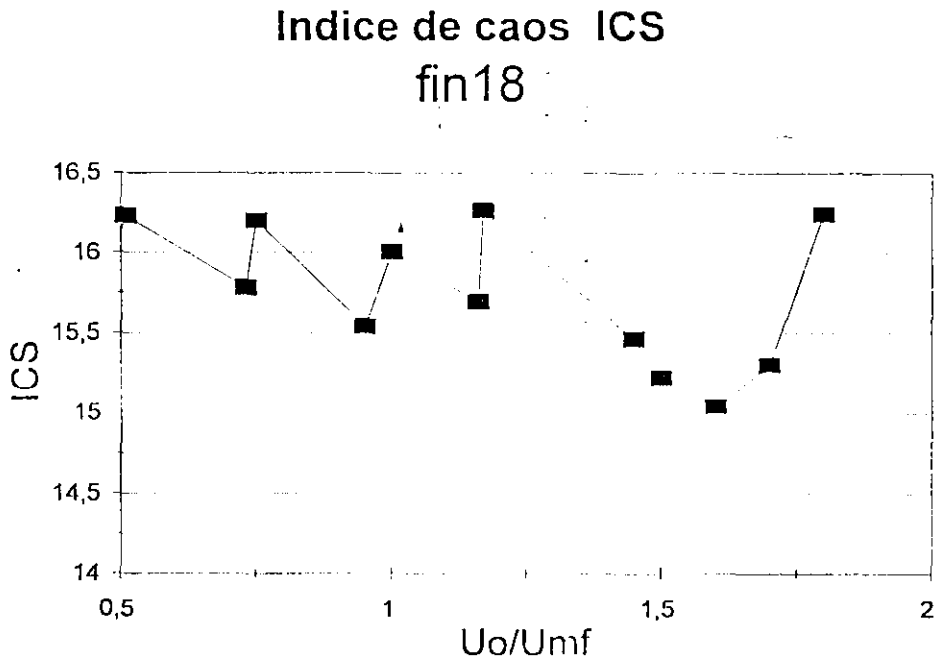


Fig. 7.1.21. Evolución del nivel de caos con el grado de fluidización para sólido tipo A, altura de lecho 12cm y altura de sonda 11 cm.



Ilus. 7.1.22. Evolución del nivel de caos con el grado de fluidización para sólido tipo B, altura de lecho 12cm y altura de sonda 11 cm.

Para lechos cilíndricos de profundidad doble a los anteriores (24 cm), el comportamiento de las fluctuaciones de presión registrado en la superficie libre de la emulsión en sólidos A y B es similar.. Se observa en ambas clases de sólido un descenso constante en del nivel de caos, a partir de la mínima fluidización, al aumentar el caudal de gas fluidizante, siendo más acusado en el sólido A que en el B. En ambos tipos de sólido el valor mínimo del ICS durante la fluidización se alcanza para los valores mayores de u_o/u_{mf} experimentados, Figs. 7.1.23 y 7.1.24

gráficas de fin13 y 15 de ics/uoumf

Fig. 7.1.23. Evolución del nivel de caos con el grado de fluidización para sólido tipo A, altura de lecho 24 cm y altura de sonda 24 cm.

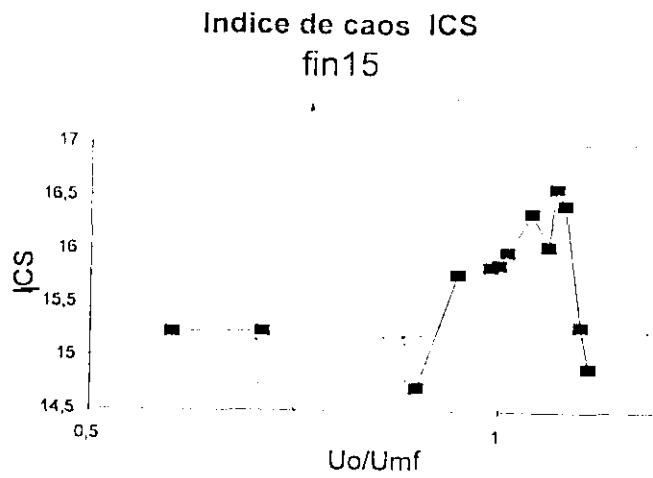


Fig.. 7.1.24 Evolución del nivel de caos con el grado de fluidización para sólido tipo B, altura de lecho 24 cm y altura de sonda 24 cm.

En lechos de 24 cm de altura de los inmediatamente anteriores (24 cm sobre el distribuidor) al registrar las oscilaciones en un punto muy próximo a la inyección de gas, se advierte un descenso continuo del valor medio del ICS en ambos sólidos. Este descenso, sin embargo está jalonado de ligeros ascensos localizados. Una posible interpretación es la existencia de una cadencia de burbujeo progresivamente más ordenada con episodios localizados, de menor entidad, de aumento del caos, Figs. 7.1.25 y 7.1.26.

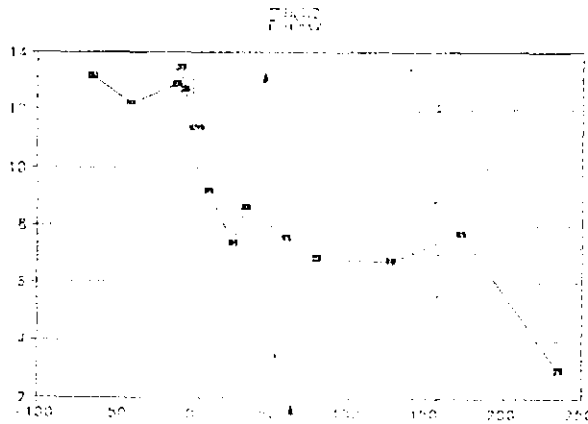


Fig. 7.1.25. Evolución del nivel de caos con el grado de fluidización para sólido tipo A, altura de lecho 26 cm y altura de sonda 3 cm.

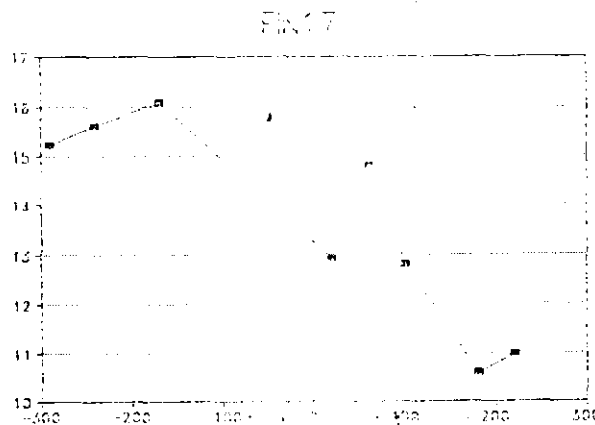


Fig. 7.1.26. Evolución del nivel de caos con el grado de fluidización para sólido tipo B, altura de lecho 26 cm y altura de sonda 3 cm.

7.1.4.2.- Influencia de la altura de la sonda de registro de la señal

Si se imponen unas condiciones fijas de fluidización y se registra el nivel de caos a distintas alturas del lecho, se advierte que los valores del ICS son muy parecidos para las zonas bajas y altas de los lechos rellenos con sólidos A y B; las diferencias se detectan en las zonas medias del lecho en altura, donde los niveles de caos son muy distintos para ambos tipos de sólido, Fig. 7.1.27..

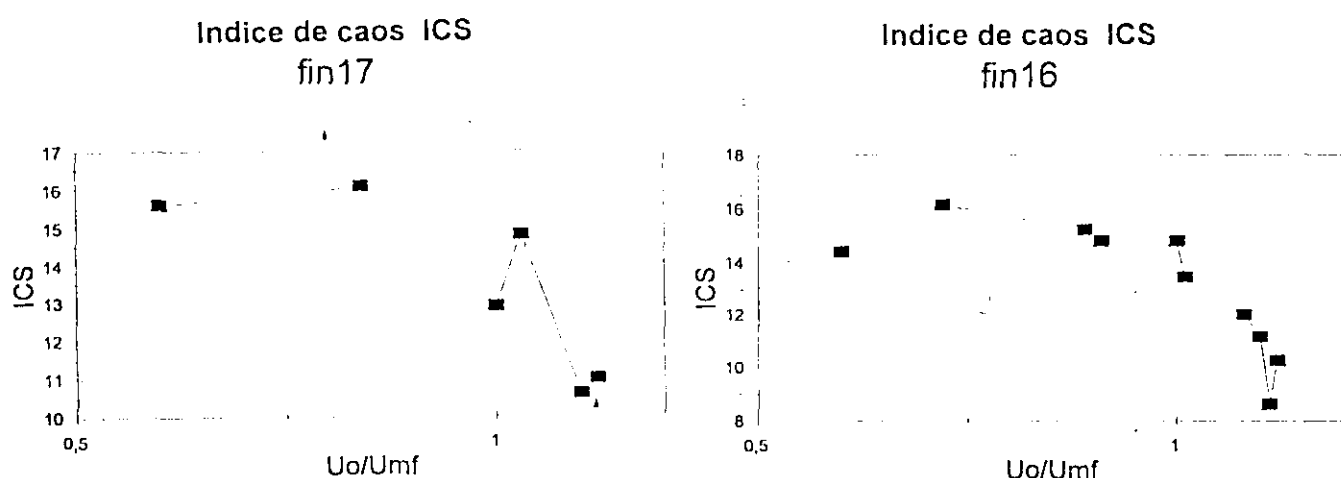


Fig. 7.1.27. Variación del nivel de caos con la altura de la sonda, para sólido tipo B y para diversos grados de fluidización.

Analizando las observaciones en su conjunto se puede concluir que hay un comportamiento semejante de los sólidos A y B en los extremos superior e inferior del lecho, aunque los valores del ICS en el tipo B son generalmente un 10% mayores que en el sólido tipo A.

En la zona media de los lechos se registran comportamientos distintos, y frecuentemente opuestos, dependiendo de la clase de sólido y del tipo de inyección del gas. En esta zona, para inyección de gas a través de un solo orificio, se registra un comportamiento más desordenado, y por lo tanto más turbulento, en sólidos de tipo A que en B; lo contrario ocurre en lechos con distribuidor poroso.

Estos resultados, obtenidos a través de evaluar el ICS, están de acuerdo con los publicados por diversos autores (Tutsui, 1980 y Kunii, 1991) que consideran similares en muchos aspectos fluidodinámicos a los sólidos del tipo A y B y que coinciden en señalar la zona media de los lechos profundos como una zona donde los patrones de flujo experimentan mayores cambios según los diferentes regímenes de fluidización, debido a que en estas zonas confluyen corrientes ascendentes y descendentes de posible inversión.

7.1.5.-FILTRADO DE LA SEÑAL

Como se ha mencionado en el apartado de 5.1.2, la señal pura de oscilaciones de presión procedente del lecho era filtrada posteriormente numéricamente mediante un filtro de primer orden, ec. 5.1.2. también descrito con detalle en el mismo apartado. Esta técnica de filtrado permite aclarar la señal. La experiencia en su uso indica que un valor de $F=0,01$ convierte en muy nítida las características caóticas de la señal original sin que ésta pierda el contenido de la información principal.

Con esta herramienta de cálculo, se sometieron los datos de 14 experimentos, llevados a cabo en condiciones dispares, a la siguiente secuencia de acciones:

1º) Filtrar solo un 1% la señal original(SO) ($F=.99$). A la señal resultado la denominamos SOF (señal original filtrada).

2º) Obtener la señal resultado de la diferencia entre la señal original y la filtrada un 1%. A la señal resultante la denominaremos SR (señal de "ruido").

3º) Filtramos un 99% ($F=0,01$) la señal SR, para aclarar al máximo su aspecto. Al resultado lo denominamos SRF (señal de ruido filtrada).

Con las señales SRF se ha representado el atractor de Presión/Presión correspondiente y se ha calculado su índice de caos, ICS. Los resultados más significativos entre todos los obtenidos se muestran en la fig. 7.1.28.

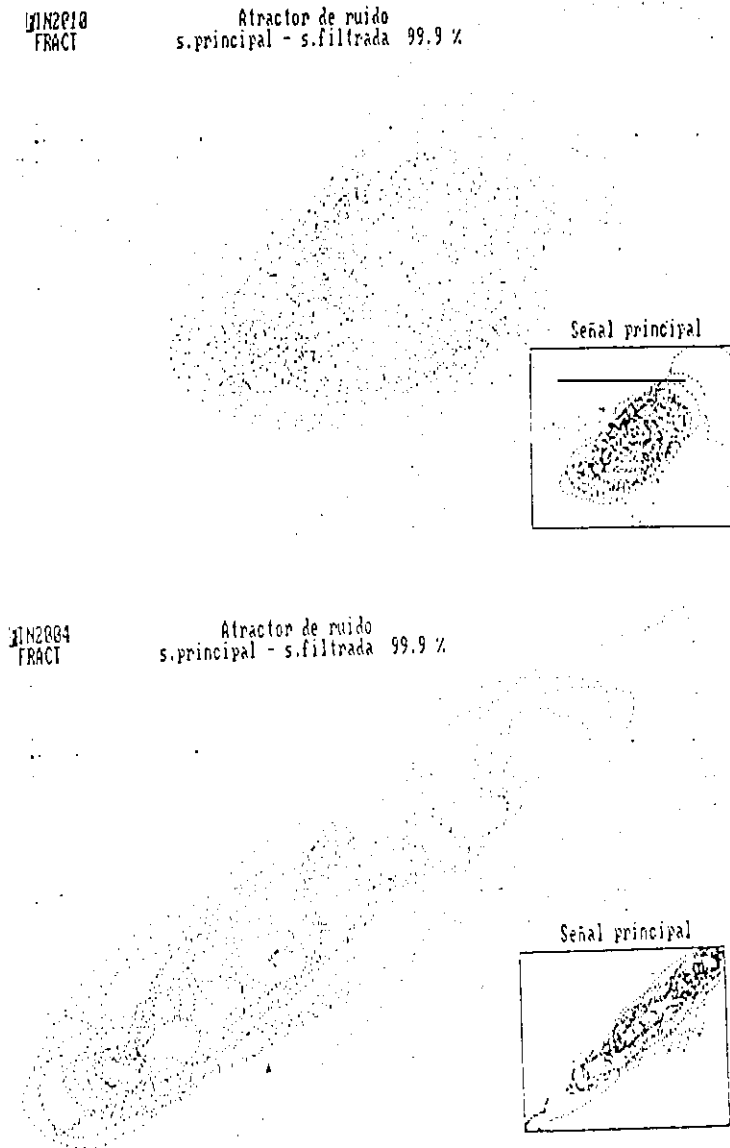


Fig. 7.1.28. Atractores de la señal principal y atractores de "ruido" para diversas condiciones.

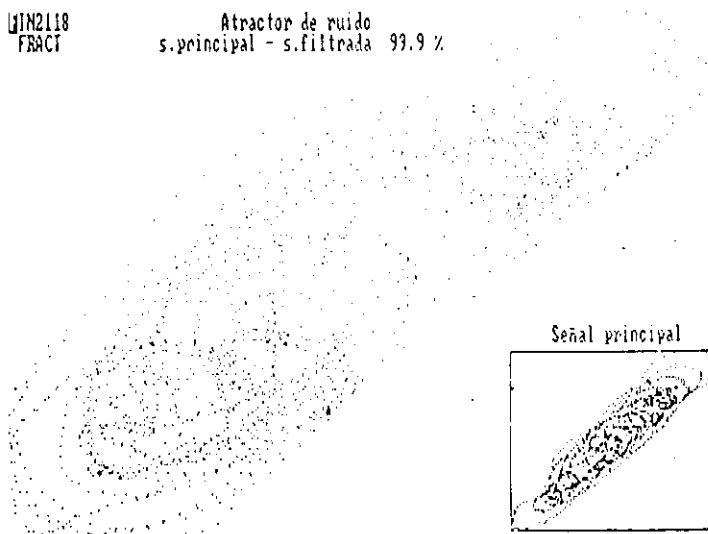
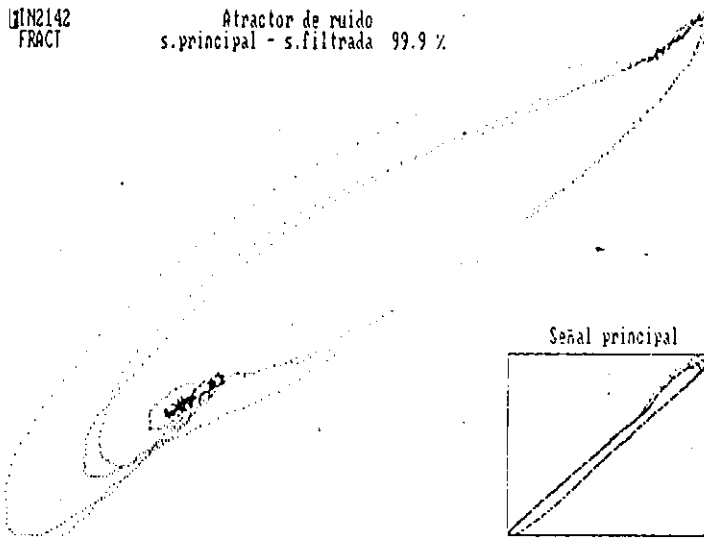
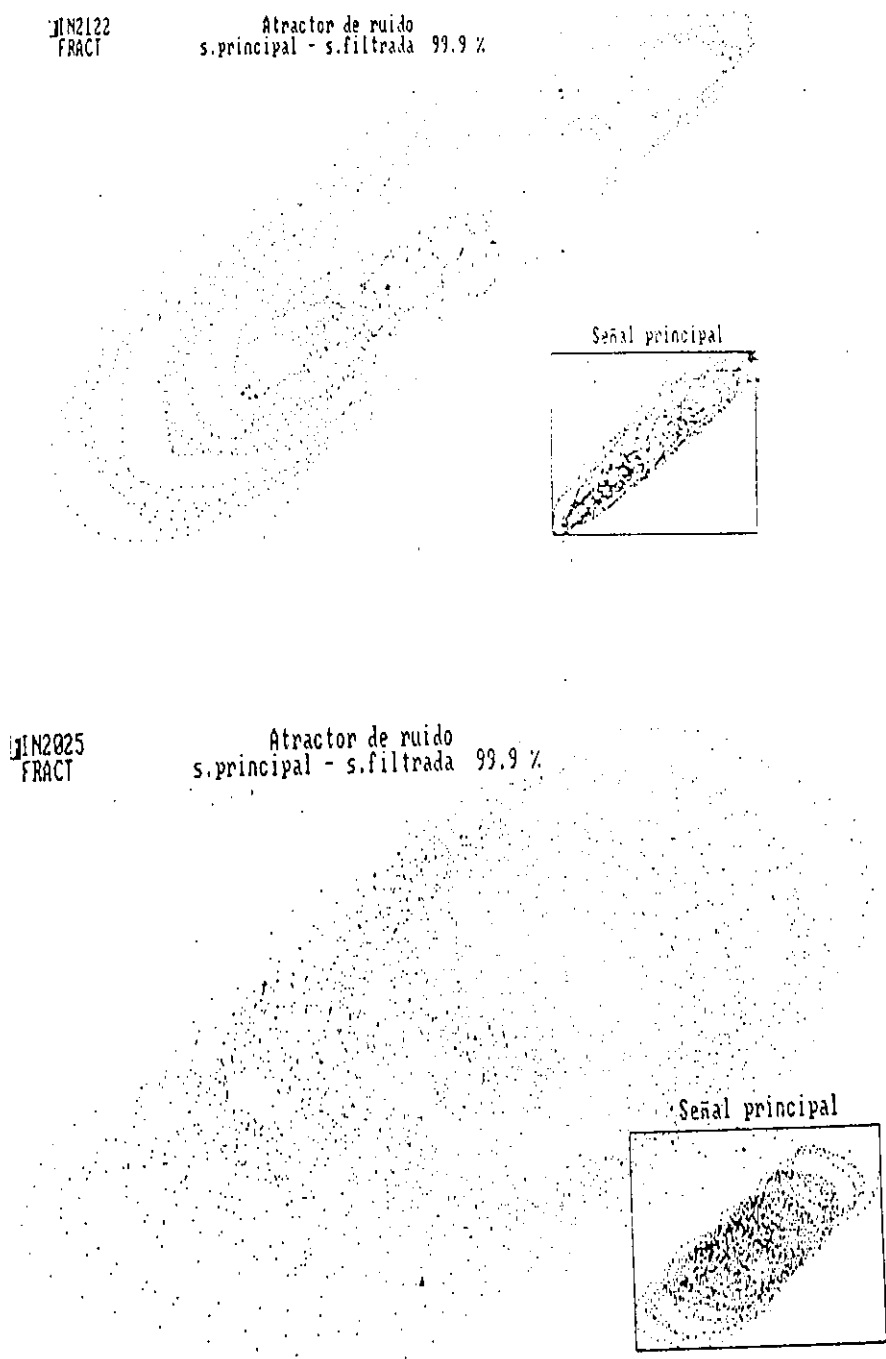


Fig. 7.1.28. (continuación) Atractores de la señal principal y atractores de "ruido" para diversas condiciones.



Ilus. 7.1.28. (continuación) Atractores de la señal principal y atractores de "ruido" para diversas condiciones.

Como se puede apreciar, la semejanza entre el aspecto del atractor de la señal denominada "ruido" y SRF es elevada, variando al hacerlo también la señal original. De aquí se pueden deducir dos consecuencias:

- Que el componente principal de la señal denominada "ruido", no posee naturaleza aleatoria, en cuyo caso el atractor sería informe y disperso.

- Que el componente de baja amplitud y alta frecuencia de la señal principal (SRF), que hemos denominado inicialmente "ruido", posee un atractor semejante al principal (de mayor amplitud y menor frecuencia). Esto indica que su origen es dinámicamente semejante al de la señal principal.

Otros datos que aportan información sobre este aspecto son los resultados obtenidos en seis experimentos llevados a cabo en el mismo lecho fluidizado cilíndrico, en los que se registraron las oscilaciones de presión fijando idénticas condiciones de experimentación y variando el tiempo de registro de la señal empleado desde los 0,02 s/dato a los 0,5 s/dato. En concreto, los seis experimentos se dividieron en dos grupos, de cuatro y dos experimentos respectivamente. En el grupo de cuatro se emplearon caudales de fluidización de tipo medio ($3 u_o/u_{mf}$) y en los dos últimos, de tipo alto ($8 u_o/u_{mf}$). Los resultados se muestran en la tabla 7.1.3..

Tabla 7.1.3. Grado de caos y valor del coeficiente de autocorrelación para diferentes intervalos de toma de datos, en idénticas condiciones de fluidización.

Expto.	u_o/u_{mf}	Tiempo/dato (s)	CA	MEL	ICS
FIN313	3	0,02	0,061	4,2	8,16
FIN314	3	0,05	0,057	3,9	8,13
FIN315	3	0,10	0,034	4,3	9,09
FIN316	3	0,50	0,021	4,3	9,59
FIN317	8	0,05	0,043	3,6	8,43
FIN318	8	0,10	0,025	3,9	9,23

De la observación de estos resultados se destaca:

- La práctica igualdad entre los valores del MEL para experimentos en idénticas condiciones de fluidización. Esto indica similitud en el grado de desorden de la señal.
- El decrecimiento en el valor del CA al aumentar el intervalo de tiempo total de registro de la señal, para idénticas condiciones de fluidización. Esto denota un cambio en la naturaleza u origen del desorden registrado. En concreto la disminución del valor de CA se puede interpretar como tendencia a la aleatoriedad. Sin embargo si se tiene en cuenta que el índice denominado CA está preparado para cubrir un intervalo entre 0 y 1, se apreciará que la variación máxima, del orden de las centésimas, hace que la magnitud de esta variación no sea demasiado significativa para hacer mayores interpretaciones.
- La elevada semejanza entre los grados totales de caos (ICS) de los resultados correspondientes a tiempo/dato próximos y una variación máxima del 10% para variaciones del tiempo de registro del 2000%, indican que la similitud en la naturaleza de los datos mostrados, al variar el tiempo empleado para el registro, es grande. Por lo tanto estamos ante unas características que nos permiten calificar a la señal de oscilaciones de presión en un lecho fluidizado como una señal que muestra grandes indicios de naturaleza fractal.

Esta última consecuencia posee una gran importancia puesto que da origen a pensar que las características dinámicas observadas de un lecho fluidizado son, en gran medida, semejantes aunque se varíe la escala a la que se observan. Estos indicios también se apoyan en observaciones visuales de zonas reducidas del lecho que aparentan un nivel de actividad semejante al de la totalidad, guardando las proporciones. En cierto modo esto recuerda la teoría-modelo de la turbulencia de L. Onsager o el modelo de génesis del Sistema Solar de C.F. von Weizsäcker.

Si se cuantificara en posteriores estudios esta naturaleza, las consecuencias para el diseño de lechos serían importantes, ya que el aumento de escala de lechos fluidizados busca la semejanza dinámica entre el tamaño piloto y el tamaño industrial.

Dos publicaciones sobre observaciones en columnas de líquido con inyección inferior de burbujas de gas (Drahos y col., 1992) y en lechos fluidizados trifásicos (Fan y col., 1990), se hacen planteamientos cercanos a los usados aquí, pero distintos, a éste, . En ambos casos el análisis de la señal se hizo con una técnica diferente a la aquí utilizada, la denominada análisis R/S, basada en el concepto del Movimiento Browniano Fractal (FBM) propuesto por Mandelbrôt y van Ness en 1968. Esta técnica presupone una naturaleza aleatoria de los datos de oscilaciones de presión y evalúa la varianza de los datos para diferentes tiempos de referencia a lo largo de una misma serie en función de la separación temporal. El resultado que más nos concierne, de los dos, es el obtenido por el grupo de Fan. Según este estudio, en la señal de oscilaciones de presión de un lecho trifásico se aprecia un componente aleatorio fractal del tipo FBM y también uno o más componentes periódicos.

7.1.6.-OBSERVACIONES VISUALES

Se exponen aquí los resultados más interesantes de la observación de la actividad del lecho fluidizado bidimensional, de ballotini y, aire. Se hizo uso del equipo de registro en video, y de fluidización descrito en el apartado 4. Estos resultados se han seleccionado bien por apoyar ideas originales propuestas a lo largo de esta investigación, o bien por aportar nueva información a la bibliografía.

* Observaciones en lecho fluidizado con distribuidor

- a) Durante el transcurso de la coalescencia de dos burbujas la velocidad de ascenso de la burbuja captora se reduce.
- b) La interacción entre burbujas (coalescencia y partición) es intensa en la zona inmediatamente superior al distribuidor, quedando definidas las burbujas más estables a una distancia de unos 6 cm por encima del distribuidor.

* Observaciones de burbujas aisladas originadas en un orificio

a) Durante la inyección de una burbuja aislada, se observa la formación simultánea de otras burbujas en zonas altas alejadas del distribuidor. Esta última formación tiene su origen en cualquier irregularidad presente en el lecho (en el caso de este trabajo en concreto se producía a partir del extremo de la sonda).

b) En la instalación utilizada se ha comprobado que la sonda de presión capta principalmente las burbujas que pasan a su altura. El resto de burbujas o fluctuaciones del lecho contribuyen en muy baja medida a la señal.

c) Cuando la frecuencia de inyección es alta y el volumen de burbuja pequeño (bajo t_i), las burbujas se parten al ascender y las pequeñas burbujas resultantes se despliegan contiguas horizontalmente, avanzando sin coalescer varios centímetros. Posteriormente coalescen en burbujas de tamaño intermedio, Fig. 7.1.29.; esto suele ocurrir para bajos caudales de aire en el orificio.

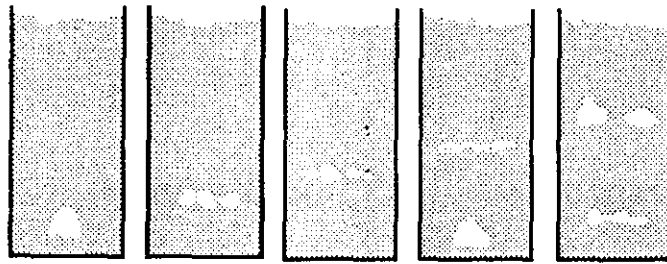


Fig. 7.1.29.

- d) Para determinadas frecuencias y tiempos de inyección, toda la emulsión se mueve en fase con la formación de burbujas en el orificio.
- e) La coalescencia suele producirse a través del centro de la base de la burbuja captora.

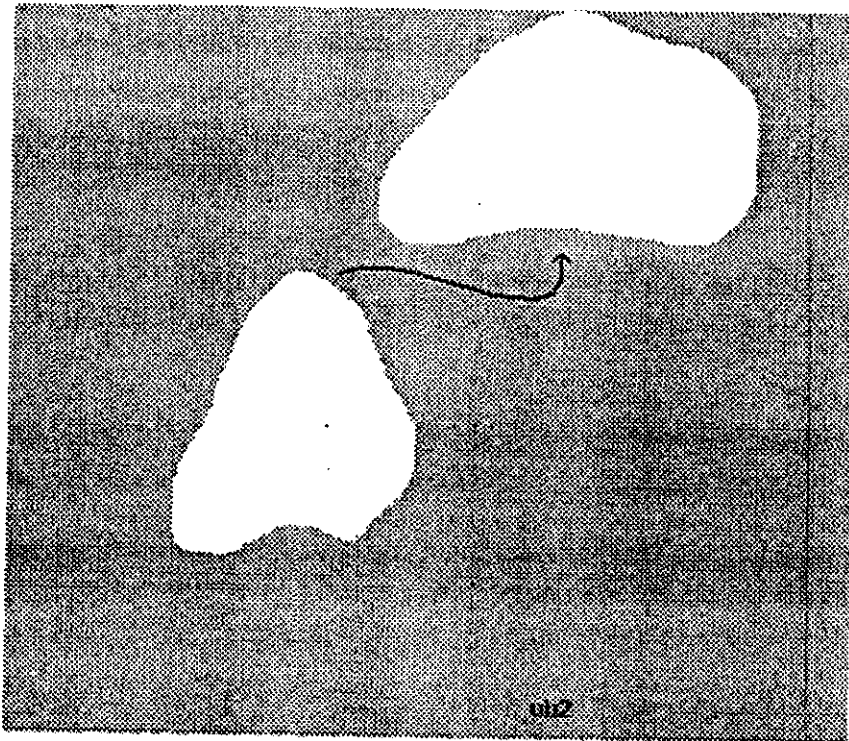
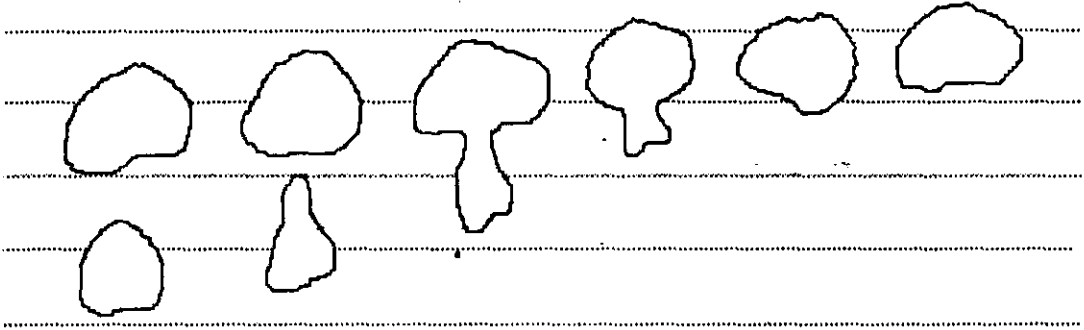


Fig. 7.1.31

f) Para algunos valores de la frecuencia de inyección se observa que las burbujas experimentan evoluciones de tipos discretos, por ejemplo:

- una burbuja asciende por todo el lecho sin partirse
- la siguiente desaparece a 14 cm del distribuidor
- una tercera burbuja asciende sin partirse
- la siguiente se parte igual que la antepasada
- y así sucesivamente.

este registro se observó con una frecuencia de 10 burb./seg.

Otro fenómeno observado ha sido una coalescencia fija cada tres burbujas inyectadas.

g) En la fase de inyección de una burbuja única, cuando el intervalo de inyección es grande, se forman dos burbujas por cada inyección: una grande y una muy pequeña con el gas del "tallo" de formación.

h) Las forma de las burbujas cuando los caudales en el orificio son grandes es diferente de los obtenidos con caudales bajos.

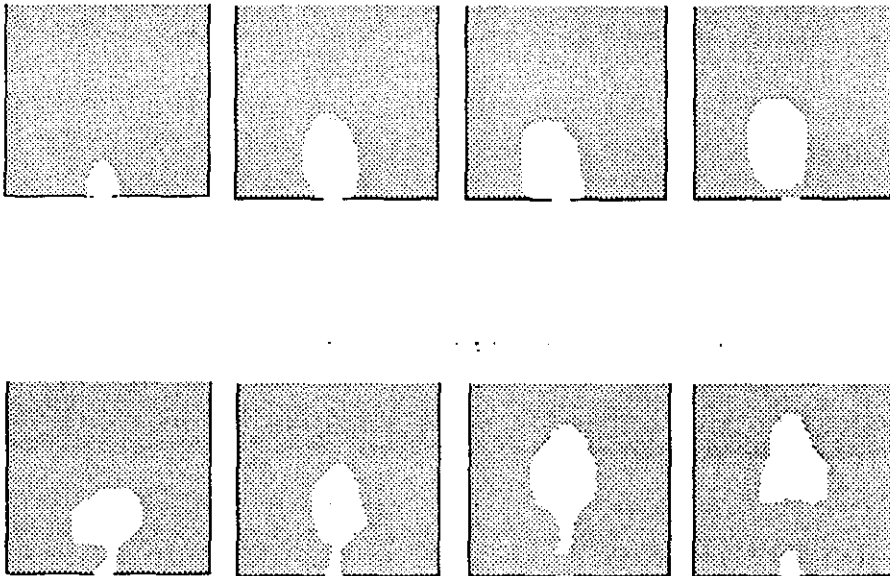


Fig. 7.1.32.

i) Las grandes burbujas se parten con menos frecuencia que las de tamaño medio o pequeño. La formación de una gran burbuja suele traer como consecuencia la formación de una secundaria menor. Curiosamente, el riesgo de partición observado en la burbuja secundaria es mayor que el de las grandes.

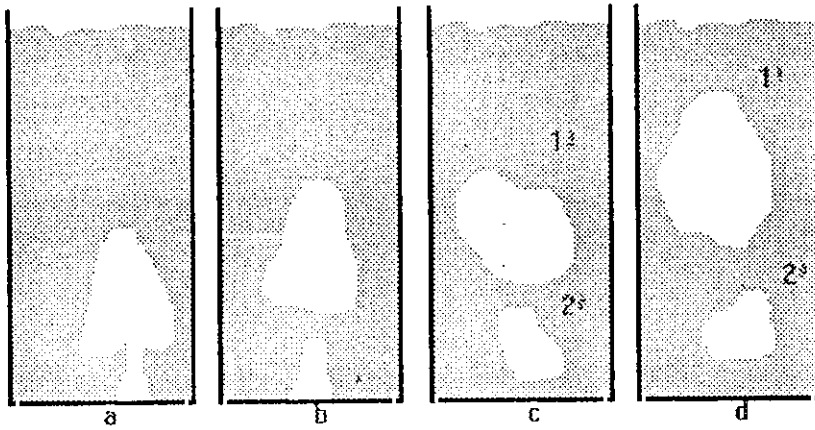


Fig. 7.1.33

j) La partición de burbuja suele producirse de forma que resultan dos burbujas de $3/4$ y $1/4$ del diámetro de la original.

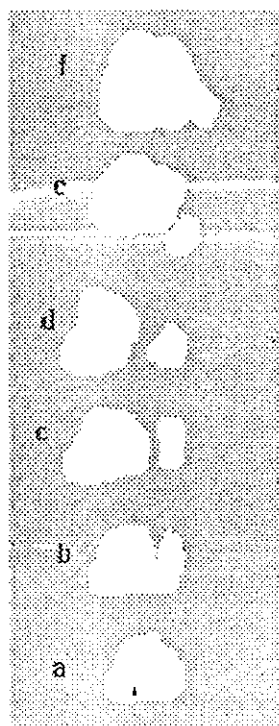


Fig. 7.1.34

k) Se observa poca coalescencia entre burbujas consecutivas, a frecuencias bajas.

l) Se observa una elevada tendencia a la posterior coalescencia entre burbujas procedentes de una partición.

m) La influencia de la estela de una burbuja sobre burbujas que están por debajo de ella parece extenderse hasta $1/2$ diámetro por debajo de la base de la burbuja superior.

n) En condiciones que dan lugar a burbujas de gran tamaño pueden llegar a coalescer 3 o 4 burbujas, formando una única muy grande que asciende sin partirse hasta el borde superior del lecho.

ñ) Las burbujas muy pequeñas tienden a extinguirse por completo espontáneamente.

o) Durante la inyección de gas y a instantes inmediatamente siguientes, las burbujas tienden a mostrar una velocidad de ascenso mayor que durante la posterior fase de ascenso solitario. Esto puede deberse a una cierta "inercia" aportada por el gas de inyección que desaparece al aislarse la burbuja en la emulsión.

p) Un hecho significativo es el aparente exceso de energía cinética del sólido procedente de la partición de una burbuja, y sus consecuencias. Cuando una burbuja se parte, el sólido que crea el "tabique", adquiere una energía extra como consecuencia de su caída hacia el fondo de la burbuja. Esto provoca una mayor presión en el lugar de la emulsión donde acaba de caer, lo que a su vez aumenta el riesgo de ruptura de una burbuja inmediata próxima. Este proceso, para determinadas frecuencias de burbujeo, puede producir auténticas cadenas de particiones, como si un objeto extraño al lecho estuviera sumergido en él.

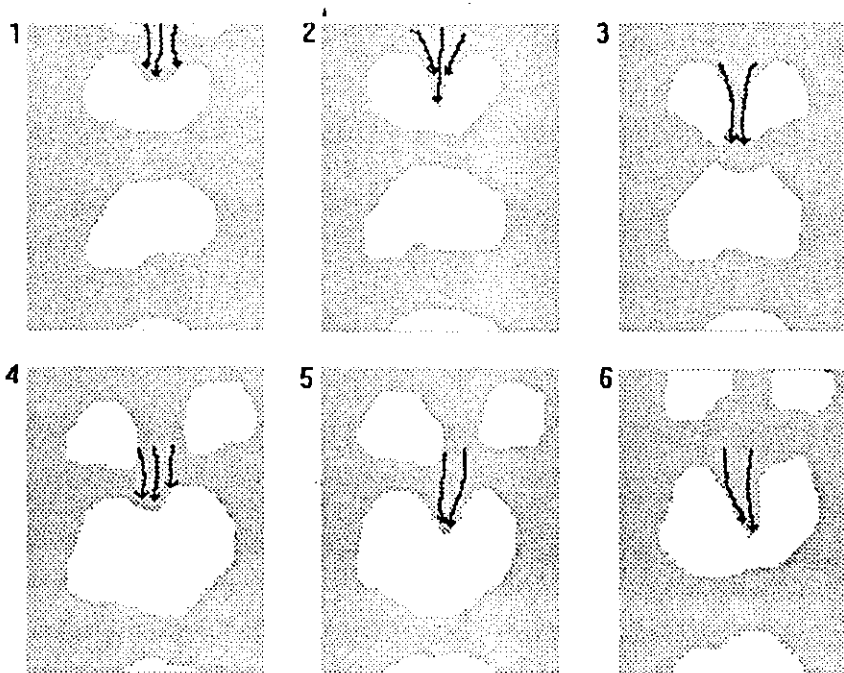


Fig. 7.1.35.

q) También se ha observado el fenómeno contrario al anteriormente descrito: debido a la proximidad de la estela de una burbuja anterior y su efecto de succión, la emulsión inmediatamente superior a la burbuja posterior ejerce menos presión, reduciéndose el riesgo de ruptura. Se observan así rosarios de burbujas estables, que caso de romperse la estabilidad de la frecuencia de inyección, aisladas, tienden a partirse al desaparecer la precedente.

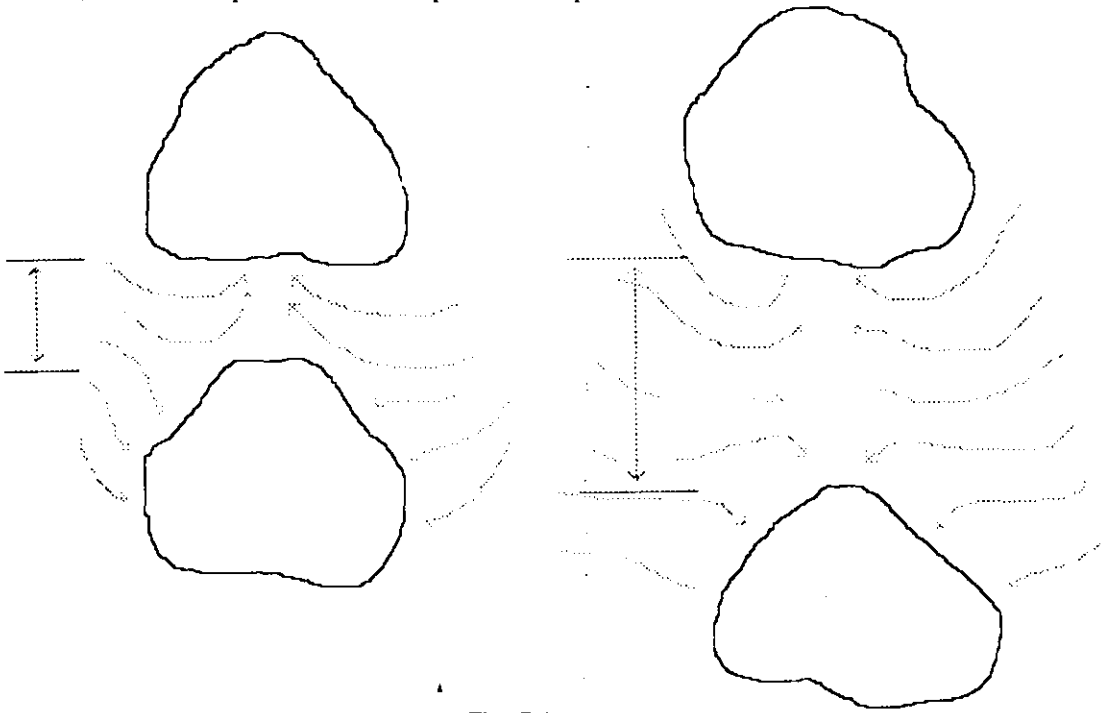
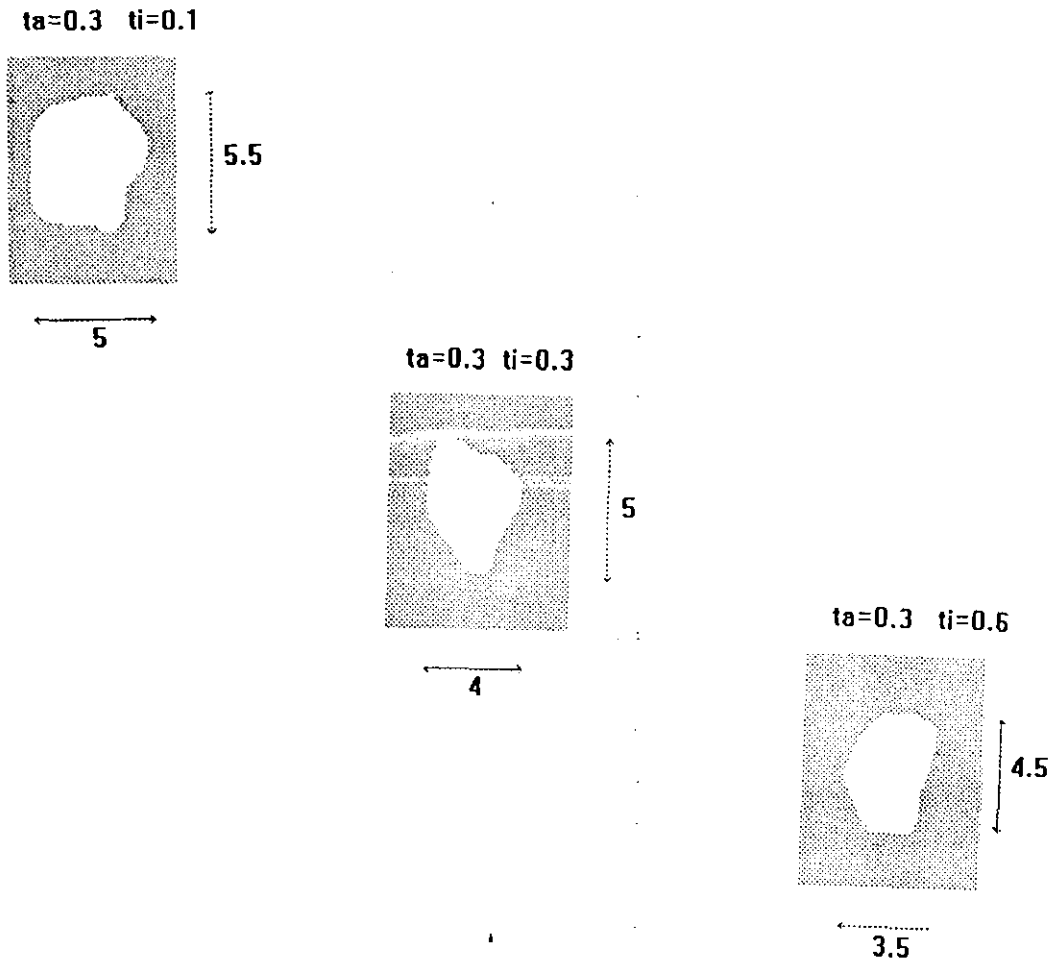


Fig. 7.1.35

Esto se ha observado experimentalmente imponiendo condiciones idénticas de tamaño de burbuja inicial y variando la frecuencia. La influencia de la proximidad hace que las burbujas se alarguen, y experimenten menos riesgo de ruptura.



Ilus. 7.1.36.

7.2.-COMPARACION DEL RESULTADO DE LAS HIPOTESIS CON LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES

Con el fin de confirmar el grado de validez de las hipótesis, descritas en el apartado 6, sobre el origen del caos observado en el lecho, se obtuvieron los

resultados de la aplicación de dichas hipótesis y se compararon con resultados experimentales obtenidos en condiciones similares.

Los programas correspondientes y sus fundamentos se expusieron ampliamente en el apartado 6 por lo tanto en este apartado se presentarán escuetamente los resultados de la aplicación de los programas y los comentarios que se deriven de la comparación entre datos experimentales.

7.2.1.-RELACIONES NO LINEALES ENTRE ECUACIONES CLASICAS

La hipótesis nº1, apartado 6.1, supone que el origen del caos es la existencia de una autorregulación del sistema por medio de un parámetro de orden. Particularizando esta idea al caso del lecho fluidizado, se han probado dos posibles parámetros de orden:

a) El caudal de gas fluidizante. Esto significa que el posible origen del caos observado son las oscilaciones espontáneas del caudal de gas, que tienen lugar debido a efectos de compresión-descompresión, en la cámara previa al distribuidor.

b) La presión fluidostática de la emulsión. Esto supone que la presión ejercida por la emulsión y a la dinámica de sus oscilaciones, es la causa que altera la periodicidad, y condiciona el ritmo espontáneo del burbujeo libre en el distribuidor.

El programa que simula las oscilaciones de los valores del caudal para unas condiciones dadas, se encuentra expuesto en el APENDICE H. En este programa, como ya se explicó con detalle en el apartado 6.1, se desarrolla la idea de que el caudal de entrada de gas está sometido a dos presiones condicionantes: por un lado la presión del compresor, supuesta constante, y por otro una presión opuesta a la del compresor consecuencia de las fuerzas de rozamiento y peso del lecho. Una consecuencia empírica de este balance es la propia estructura del lecho fluidizado, con parte del gas atravesándolo en forma de burbujas de diverso tipo, las canalizaciones y la emulsión. Pero dado que esta estructura no es

constante, como se constata mediante la simple observación, se supone que tampoco lo será el caudal real que se introduce en el lecho.

El hecho de que el caudal no es constante se puede comprobar mediante la observación de la oscilación, a veces muy pronunciada, de los niveles de mercurio y sobre todo de agua, en los manómetros en U que permiten medir el caudal de aire (G).

La hipótesis nº1 posee el sentido siguiente: el caudal real que se introduce en el lecho es el resultado de la realimentación

$G_{n+1} = f(G_n)$, que puede dar como resultado una serie monótona de valores constantes e iguales de G o, como se puede comprobar observando los diagramas de bifurcación presentar una bi-, , tri-, tetra-...estabilidad e incluso no estabilizarse en ningún conjunto de valores, permaneciendo en un cambio caótico permanente.

En los diagramas que se presentan en la Fig. 7.2.1., en ordenadas se podría localizar, de estar graduado el eje, el valor o grupo de valores del caudal G, estabilizado, para cada valor de la abscisa K, coeficiente parámetro de control de la ecuación propuesta, que varía dependiendo de las condiciones del lecho real simulado. En concreto a K se le puede asignar un valor alto para distribuidores con mucha pérdida de carga y emulsiones viscosas y poco densas.

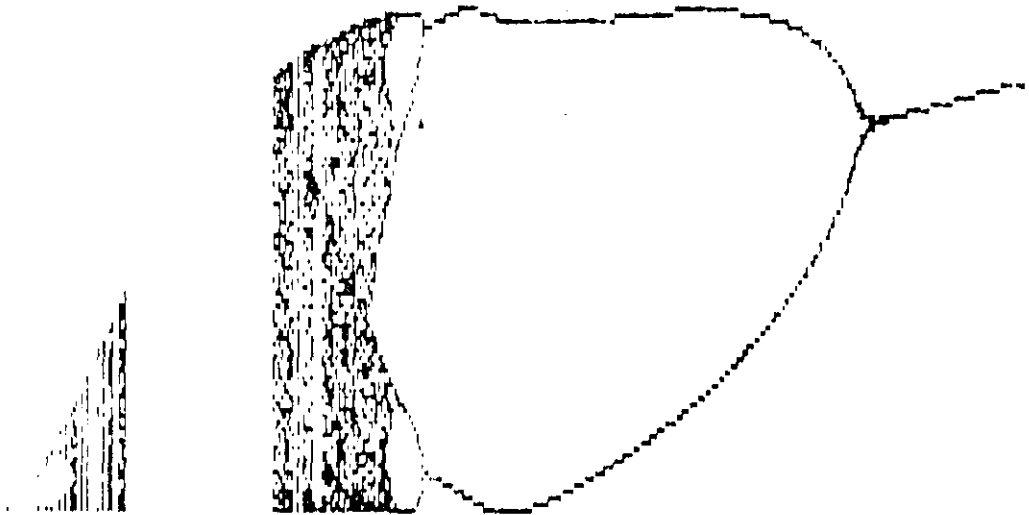


Fig. 7.2.1. Diagrama de bifurcación para $k=14$. Existen tantos posibles como valores de K.

Como se puede apreciar, en la zona derecha de los diagramas de la fig. 7.2.1., y a veces en la izquierda, el valor estabilizado del caudal es único para cualquier valor de la abscisa K. Sin embargo para valores de K medios se pueden encontrar periodos de biestabilidad, tetraestabilidad y superiores, registrándose episodios de caos, jalonados de otros de orden. Los diagramas se diferencian por los conjuntos distintos de coeficientes para la misma ecuación base. Lógicamente, al variar las condiciones del lecho supuesto, varían los valores de los coeficientes dependientes de las variables y la respuesta dinámica del lecho es diferente.

En trabajos anteriores se ha supuesto que la cámara previa es el lugar donde más limpiamente se podría captar la señal de oscilación del caudal de entrada. Así Borodulya y Zavyalov (1985) sugieren que este tipo de señal constituye, en cierto modo, un "documento de identidad" del propio lecho y que de las dimensiones de la cámara dependen gran parte de las propiedades de éste. Por ello, se dispuso, en la presente investigación, una derivación en forma de T del conducto del gas de entrada al distribuidor y se conectó la sonda de presión directamente al conducto.

Las condiciones elegidas para la experimentación fueron: dos alturas de lecho, 26 cm y 12 cm, sobre el orificio único de inyección de gas, sólido B y 30 caudales crecientes de entrada. Además de estos datos recogidos en el conducto previo al distribuidor, se dispone también de los registrados en cinco experimentos de 35 caudales distintos cada uno, con idéntico sólido, altura e inyección, en los que se situó la sonda a tres alturas dentro de la emulsión: orificio, parte media del lecho y superficie del lecho. En total, por lo tanto, se emplea la información de 4 series de experimentos reales.

La primera tarea consistió en identificar los espectros de frecuencia de las oscilaciones de presión registradas a las anteriormente citadas cuatro alturas. Tanto para una altura de lecho de 26 como de 12 cm, los espectros de la señal registrada en la cámara previa presentan al menos un pico principal, a 13,4 Hz, en los de 26 cm, y a 14,6 Hz en los lechos de 12cm de altura. A este pico le acompañan otros, menores en cantidad creciente con el aumento del caudal, situados en frecuencias de valor múltiplo simple de la del pico principal (26,2 y 39,4 Hz, para el pico de 13,4 Hz). Esto puede comprobarse en las figuras 7.2.2

y 7.2.3, donde se muestran las sucesiones de espectros para caudal creciente, para ambas alturas de lecho.

Para explorar la naturaleza del origen del pico principal (13,4 Hz) se ha estudiado con minuciosidad la señal original, ampliándola, y se ha comprobado que corresponde a la frecuencia principal de esta señal, como se puede apreciar en la figura 7.2.4, donde la serie temporal de valores de la presión situada en el extremo superior del conjunto, exhibe una clara oscilación cuasiperiódica. Si se calcula la frecuencia experimental en la señal filtrada, se obtiene un valor de 13,75 Hz, siendo el ofrecido por el espectro de 13,69 Hz. A continuación, en la Fig. 7.1.5., se ofrece una sucesión de tramos de experimentos de caudal creciente.

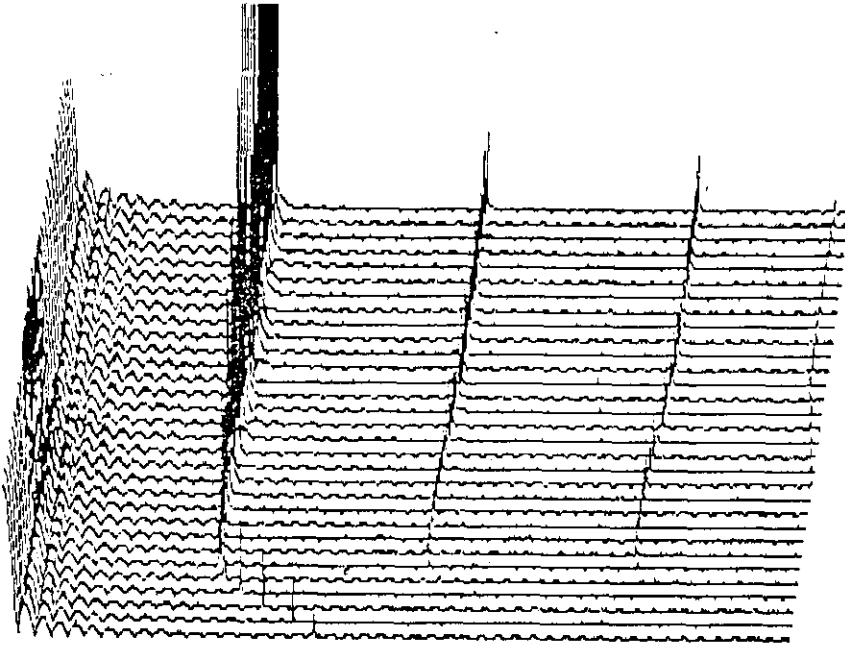


Fig. 7.2.2 Sucesión de espectros correspondientes a fluidización con caudales crecientes de gas en un mismo lecho de altura 26 cm.

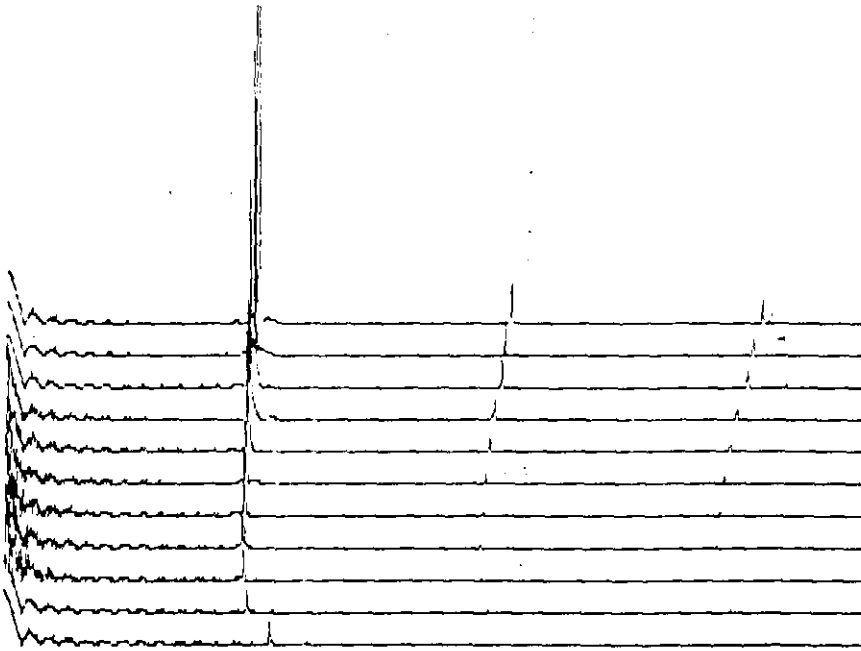


Fig. 7.2.3 Sucesión de espectros correspondientes a fluidización con caudales crecientes de gas en un mismo lecho de altura 12 cm.

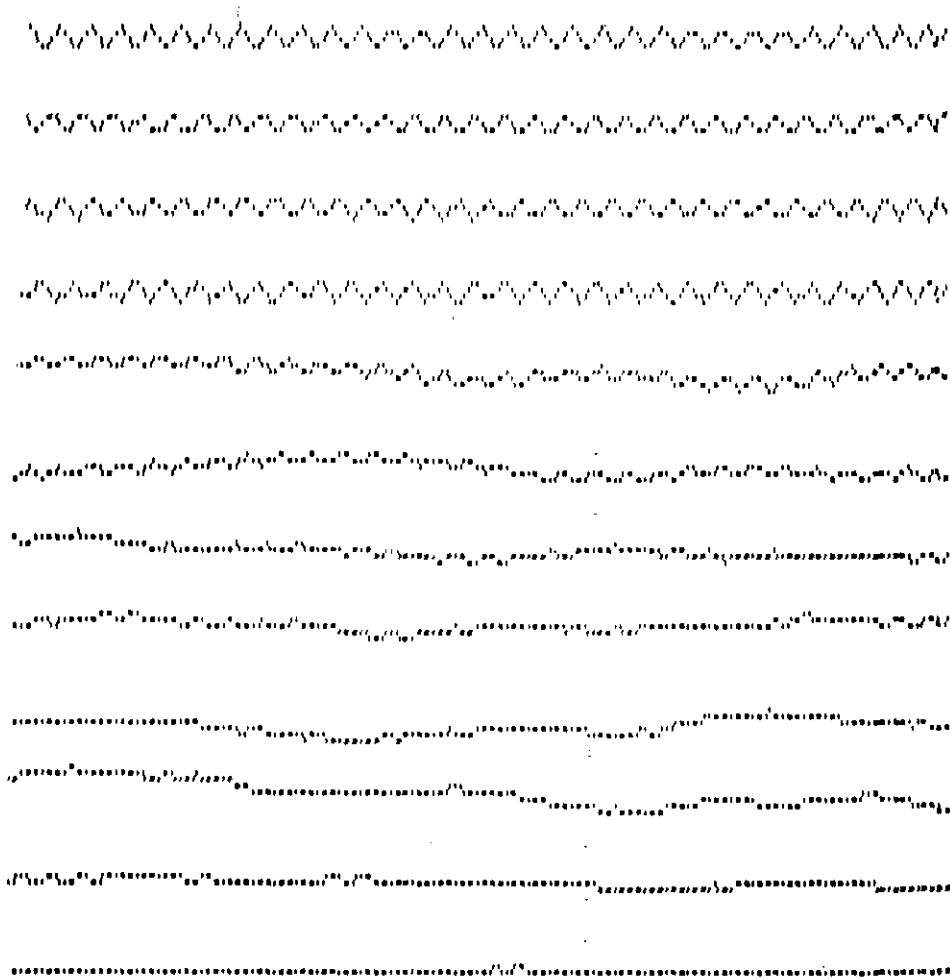


Fig. 7.2.4. Fragmentos de series temporales de oscilaciones de presión, de 400 datos, correspondientes a fluidizaciones a caudal creciente, en el lecho de altura 26 cm.

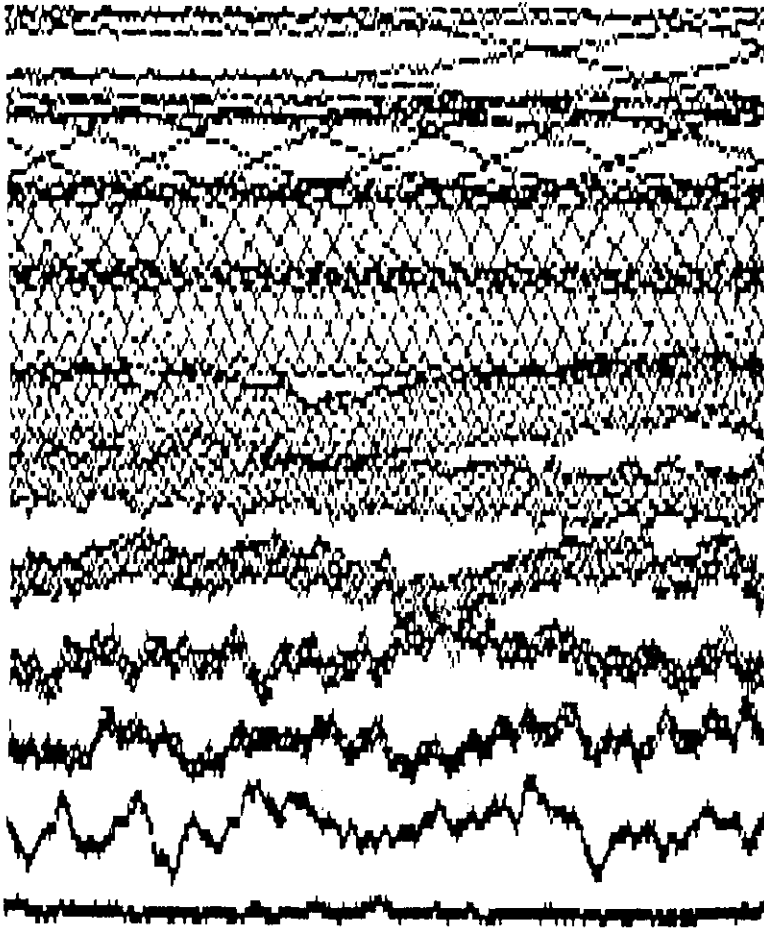


Fig. 7.2.5. Series temporales completas de oscilaciones de presión, correspondientes a fluidizaciones a caudal creciente, en el lecho de altura 26 cm.

Este comportamiento no tiene un paralelismo relevante en los espectros de las señales registradas por encima del distribuidor. Únicamente en la señal registrada en la altura máxima del lecho más alto, 26 cm, se advierte un insignificante pico, en una frecuencia aproximada (14,2 Hz), en el resto de espectros no se advierten picos de relación coherente con estos.

La frecuencia principal detectada en las oscilaciones de presión en la cámara previa no es constante para todos los caudales empleados, su valor inicial va decreciendo (23%) hasta alcanzar las condiciones de mínima fluidización, para volver a crecer ligeramente (4%) a partir de este punto. Las frecuencias que la acompañan, hacen su aparición en las condiciones de mínima fluidización y su valor experimenta una evolución similar a la frecuencia principal. Las frecuencias de los picos registradas en el lecho de menor altura (12 cm) son siempre de mayor valor que las registradas en el lecho de 26 cm, aunque la diferencia no excede del 5%.

Tras este análisis de los resultados experimentales, la comparación de los mismos con los resultados cualitativos obtenidos en la simulación permite relacionar la multiplicidad de frecuencias detectadas en las oscilaciones de la presión en la cámara previa, con variaciones en el caudal G de entrada de gas. Las frecuencias en el ritmo de variación del caudal exhibirían una dinámica semejante a la propuesta, de ser cierta la hipótesis nº1 y la suposición de que es el caudal oscilante en la alimentación el parámetro caótico.

De cualquier manera, pareció conveniente ahondar más en el comportamiento del algoritmo simulador para obtener valores cuantitativamente válidos y también experimentar en condiciones más diversas, para poder emitir un juicio comparativo más firme.

La evaluación ha consistido en comparar el comportamiento real del lecho en los experimentos de burbujeo controlado en tiempo de inyección y frecuencia, con los resultados generados producto de simular, mediante el programa presentado en el APENDICE I de esta Memoria, que simula este mismo burbujeo controlado.

Los únicos datos variables proporcionados al programa han sido los valores de dichos periodos, posteriormente, con cada juego de datos, t_a (tiempo de apertura de la válvula) y t_i (intervalo entre inyecciones), se ha dejado evolucionar el programa hasta obtener 2000 datos de presión para cada pareja de tiempos. Se han explorado 24 parejas de condiciones, correspondientes a 4 tiempos de apertura y 6 de intervalo, por considerar al sistema más sensible a este ultimo parámetro. Los tiempos empleados en la simulación han sido los mismos que en la experimentación, en concreto, y expresados en s. :

$$t_a \{ 0.05, 0.1, 0.3, 0.5 \}$$

$$t_i \{ 0.05, 0.1, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 \}$$

Se ha supuesto una altura de lecho en reposo de 30 cm. y datos físicos del sólido y del gas, similares a los reales de la arena y aire empleados. Para cada experimento simulado se ha calculado el índice de caos (ICS) mediante el mismo algoritmo y programa aplicado a los resultados reales. Los ICS obtenidos son los que se encuentran en la tabla 7.2.1..

Tabla 7.2.1. Niveles de caos de los experimentos simulados

t_i (s) t_a (s)	0,05	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8
0,05	8,2	7,8	5,5	5,0	4,3	4,0
0,1	8,4	8,3	5,4	4,8	4,4	4,1
0,3	7,9	8,0	6,1	4,7	4,4	4,2
0,5	8,1	8,6	5,8	4,8	4,2	4,2

Resultados que pueden apreciarse gráficamente en las figuras 7.2.6 a 7.2.7..

diagramas de barras de ics frente a tiempos

grados de ICS
para simulación

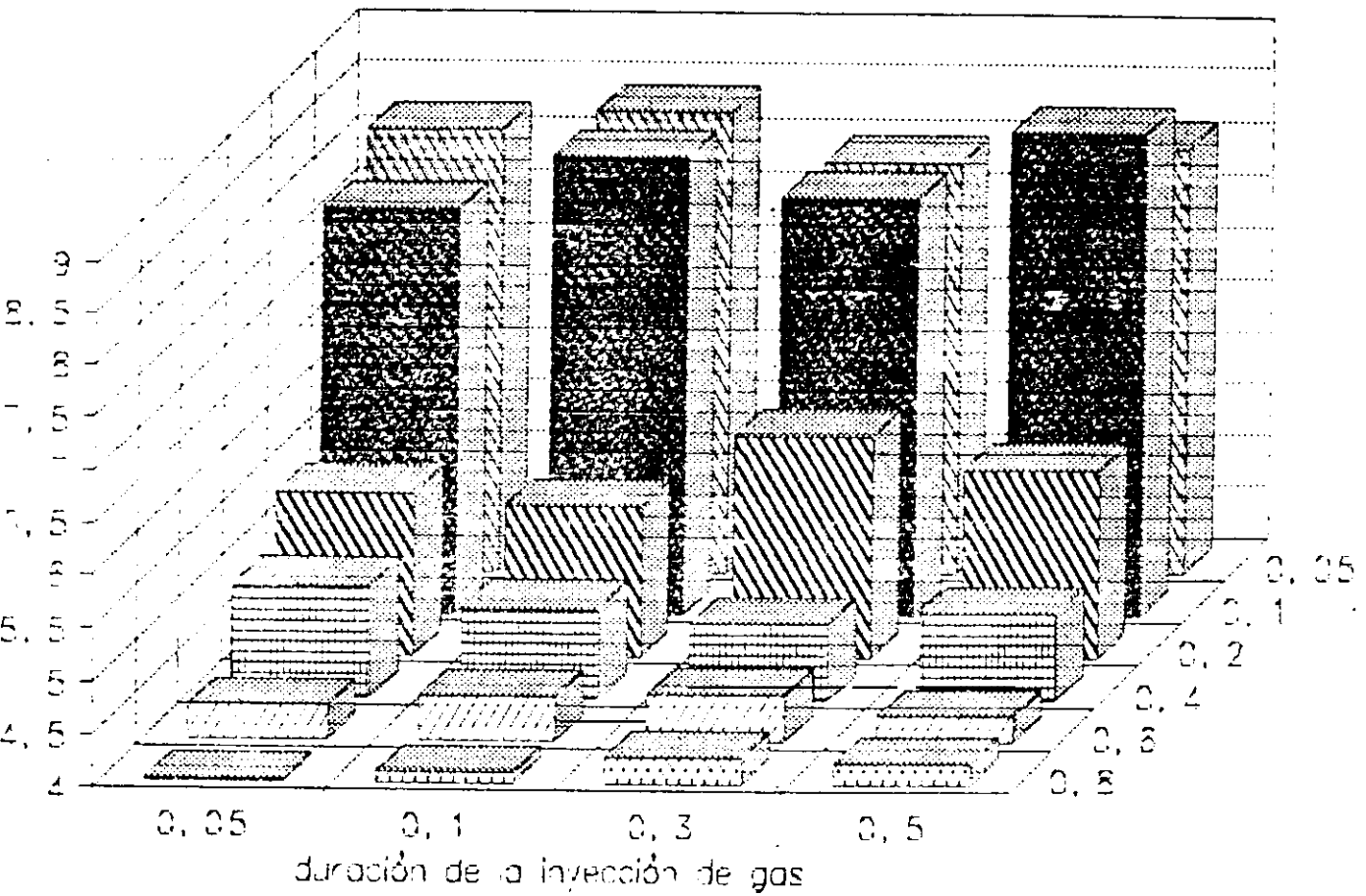


Fig. 7.2.6. Diagramas de barras que presentan el grado de caos obtenido en los experimentos simulados con el programa contenido en el apéndice I.

Estos datos producen un mapa de caos con el siguiente aspecto

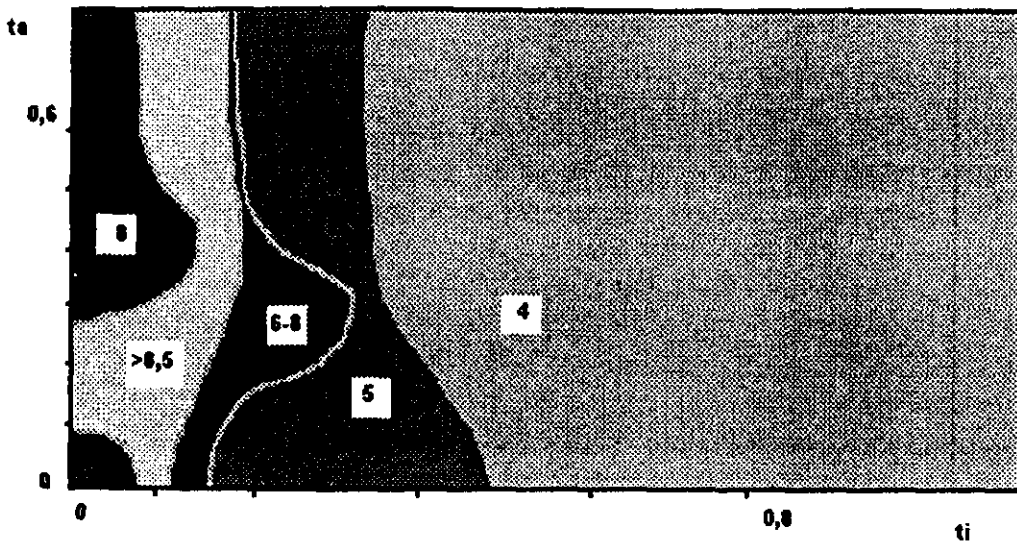


Fig. 7.2.7. Mapa de caos generado por los experimentos simulados por el programa APENDICE 1.

que presentan gran similitud de forma con los obtenidos para los experimentos reales

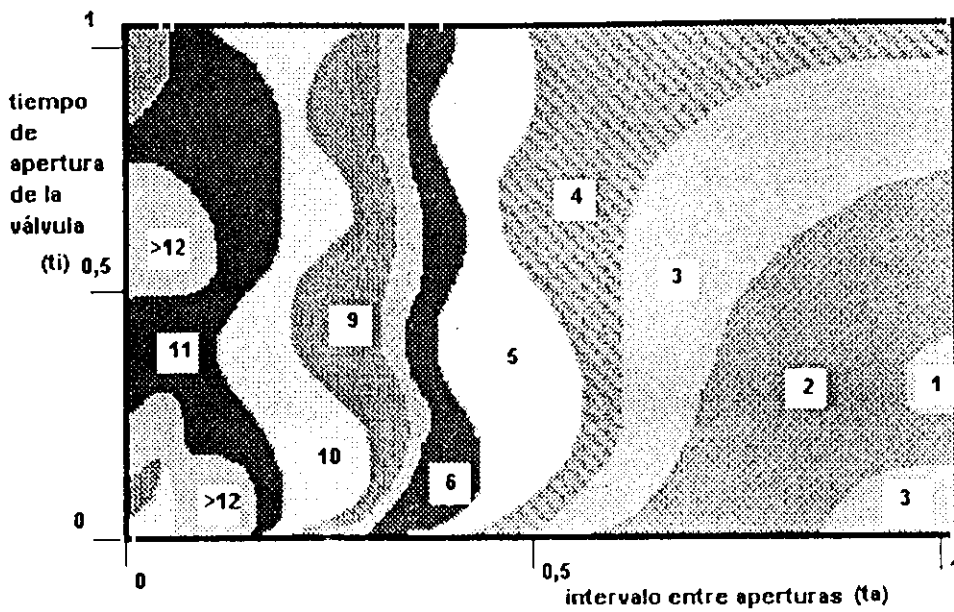


Fig. 7.2.9. Mapa de caos de los experimentos reales de intervalos de válvula controlados.

También se puede comparar el aspecto de las series temporales obtenidas por simulación y las reales. En la siguiente Figura 7.2.10 se presentan series obtenidas por simulación, al aumentar el tiempo de inyección (t_i), manteniendo constante el de intervalo, Fig. 7.2.10.

mapa de series simuladas variando t_a

Serie sintética obtenida con MORO10
 $t_i=0.2$ y t_a creciente

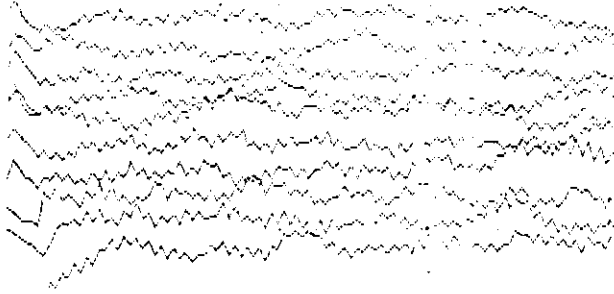
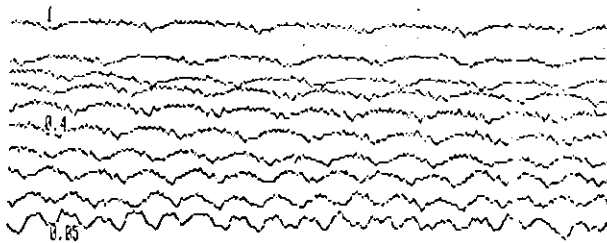


Fig. 7.2.10. Series temporales obtenidas por simulación al variar t_a , comparables en evolución, aunque no en valor real a las obtenidas por experimentación, Fig. 7.2.11.

Serie de experimentos con $t_i=0.3$ y t_a creciente



mapa de series reales variando t_a

Fig. 7.2.11. Series temporales obtenidas por experimentación al variar t_a .

asi como también son comparables en evolución las series producto de la simulación de variar el tiempo de intervalo entre burbujas y mantener constante el de apertura, que se presentan en la Fig 7.2.12..Si se contemplan las obtenidas por experimentación, en idénticas circunstancias

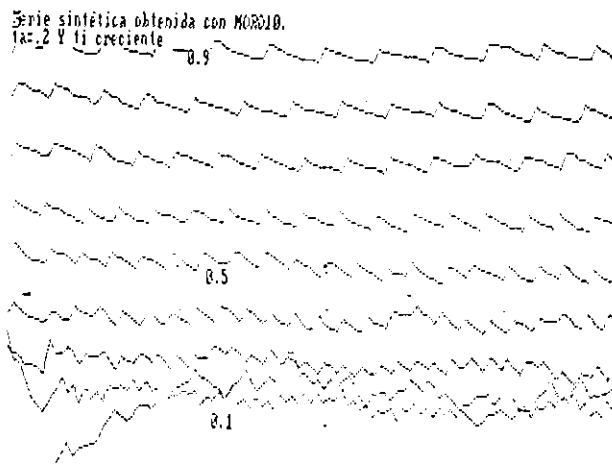


Fig. 7.2.12. Series temporales obtenidas por simulación al variar t_i .

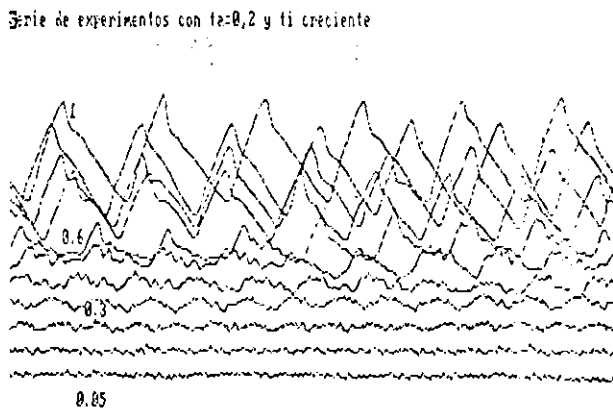


Fig. 7.2.13. Series temporales obtenidas por experimentación al variar t_i .

Hay que hacer constar que los valores del ICS obtenidos en la simulación son un 25% más bajos que los obtenidos en experimentación. Este hecho es atribuible a dos causas, la primera que en la experimentación real la señal contiene un "ruido" difícilmente simulable y la segunda que el programa se ha confeccionado en ausencia de la posibilidad de partición y de coalescencia de burbuja, circunstancias ambas que restan desorden a la señal simulada. A pesar de ello una aproximación del 75% parece aceptable, dada la sencillez del programa frente a lo complejo del fenómeno simulado.

El aspecto más positivo de los resultados producto de la simulación es la semejanza en el comportamiento de los datos generados por el programa frente a la variación de los tiempos de inyección y frecuencia, que produce un mapa de regiones de caos muy semejante al experimental. Estos mismos comentarios se pueden aplicar a las series temporales obtenidas, donde más que el valor real de la presión, se consigue reproducir un comportamiento cualitativamente similar al real.

7.2.2.-COALESCENCIA Y PARTICIÓN DINÁMICAS DE BURBUJA EN MODELO TEÓRICO CLÁSICO

El modelo que se evalúa en este apartado, expuesto detalladamente en el apartado 6.2, hace uso de ecuaciones clásicas para el conocimiento del valor de los parámetros básicos del proceso de fluidización y añade modificaciones originales al proceso de partición, coalescencia y cálculo de la velocidad de ascenso de burbuja. En esta última, se tiene en cuenta la cercanía de otras burbujas para modificar el valor obtenido según las ecuaciones.

La inyección de gas se ha supuesto controlada en duración y frecuencia, para poder comparar los resultados con los experimentos, desarrollados en idénticas circunstancias.

Al igual que en otros modelos propuestos, la generación de resultados es extremadamente lenta, a pesar de contar con una velocidad de proceso media-alta, por lo que nos vemos obligados a comparar solo la apariencia de algún atractor derivado de los datos. El atractor elegido en este caso es el de tiempo entre

burbujas, por ser el más adecuado debido a la discrecionalidad de los datos generados por el modelo.

Cualquier modelo que no tenga en cuenta, al calcular los valores del sistema, las influencias mutuas entre burbujas cercanas, y que por lo tanto trate a los componentes del lecho como entes independientes o bien que imponga reglas excesivamente deterministas para el desarrollo de dichas influencias, obtendrá resultados deterministas a medio plazo.

Esta última circunstancia está en desacuerdo con la realidad observada, en la que los resultados se alejan de las condiciones impuestas o bien exhiben una impredecibilidad propia de sistemas dinámicos capaces de explorar estados múltiples de equilibrio dada su capacidad para tantear otras condiciones diferentes a las impuestas. Es por ello que la característica más valiosa de la naturaleza de los resultados obtenidos por el modelo propuesto es la de presentar un aspecto aparentemente caótico, que no significa aleatorio, alcanzando un equilibrio propio.

Esto último se puede observar en las figuras 7.2.14. que presentan los resultados del modelo para las condiciones:

Tiempos de apertura = { 0.1 , 0.3 , 0.6 } (segundos)

Tiempos de intervalo = { 0.1 , 0.2 , 0.3 , 0.4 , 0.5 } (segundos)

Se presentan los resultados de combinar todos los tiempos mencionados entre sí. En cada resultado se puede apreciar:

arriba izquierda = condiciones de fluidización

abajo izquierda =

a) evolución de las burbujas

b) líneas verticales en la llegada de cada burbuja, proporcionales en tamaño al diámetro de burbuja.

arriba derecha = atractor de tiempos entre burbujas

Caudal de gas (cm^3/sg)=50
%. de apertura (sg)=1.2
%. de intervalo (sg)=1.2
altura de lecho (cm)=20
Max. diam. burb.=2

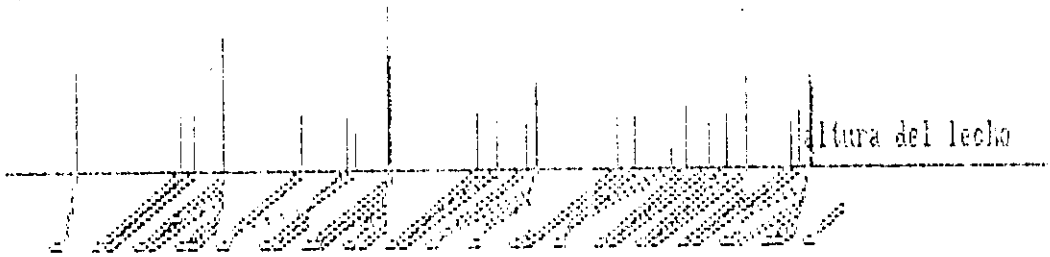
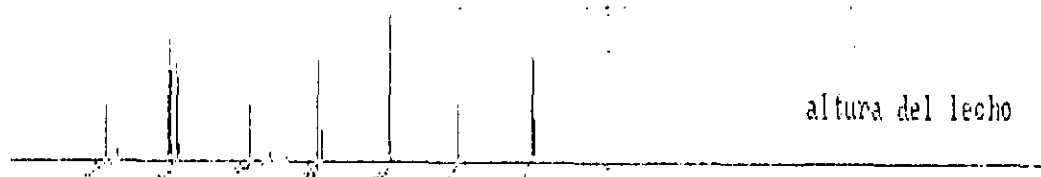


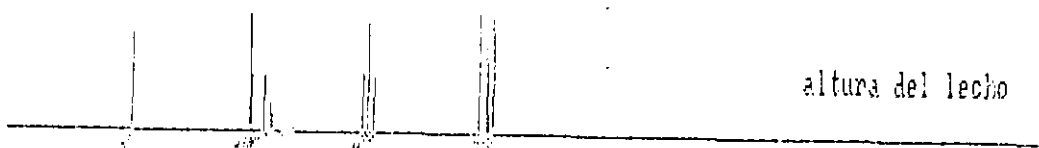
Fig. 7.2.14. Resultados del programa del modelo teórico clásico

Fig. 7.2.14.(continuación) Resultados del programa del modelo teórico clásico

Caudal de gas (cm^3/sg)=50
 t. de apertura (sg)=.6
 t. de intervalo (sg)=.1
 Altura de lecho (cm)=5
 Max. diam. burb.=1



Caudal de gas (cm^3/sg)=50
 t. de apertura (sg)=.6
 t. de intervalo (sg)=.5
 Altura de lecho (cm)=5
 Max. diam. burb.=1



Caudal de gas (cm^3/sg)=50
 t. de apertura (sg)=.6
 t. de intervalo (sg)=.3
 Altura de lecho (cm)=5
 Max. diam. burb.=1

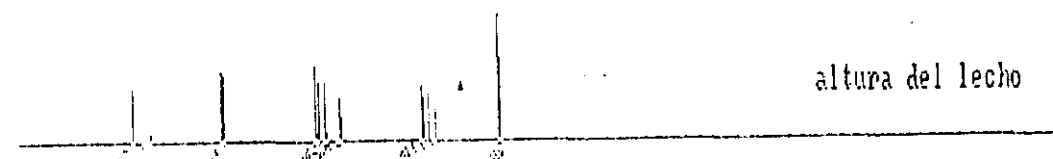
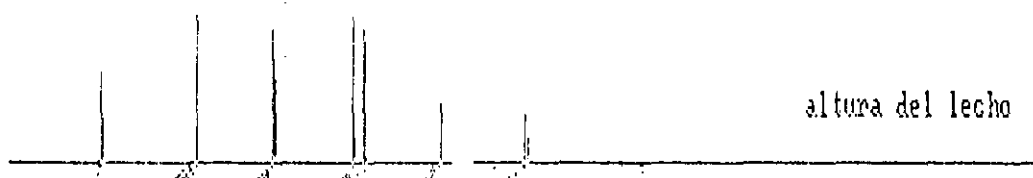
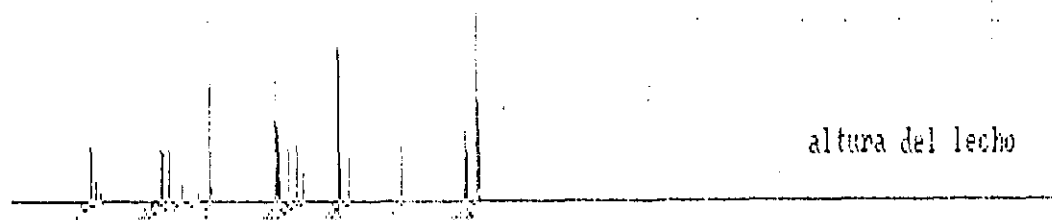


Fig. 7.2.14.(continuación) Resultados del programa del modelo teórico clásico

Caudal de gas (cm³/sg)=50
 t. de apertura (sg)=.3
 t. de intervalo (sg)=.5
 Altura de lecho (cm)=5
 Max. diam. burb.=1



Caudal de gas (cm³/sg)=50
 t. de apertura (sg)=.3
 t. de intervalo (sg)=.3
 Altura de lecho (cm)=5
 Max. diam. burb.=1



Caudal de gas (cm³/sg)=50
 t. de apertura (sg)=.3
 t. de intervalo (sg)=.1
 Altura de lecho (cm)=5
 Max. diam. burb.=1

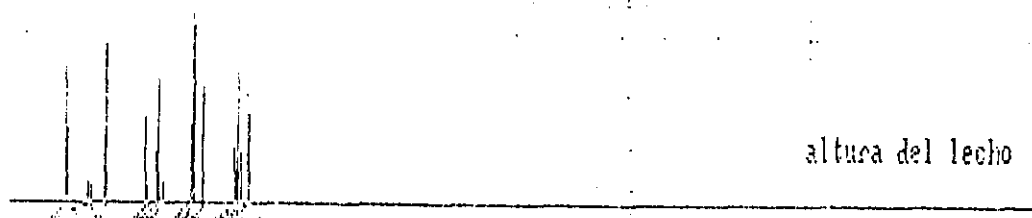
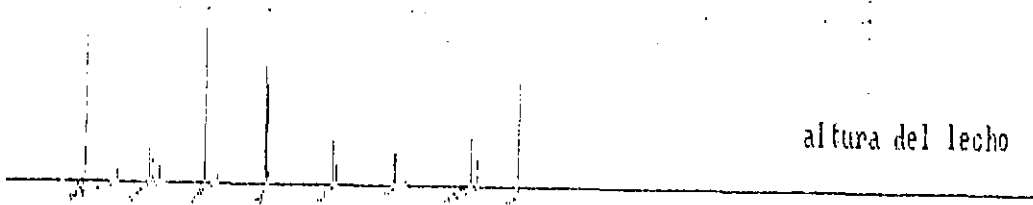
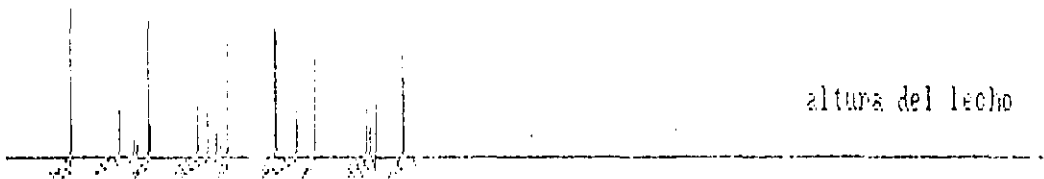


Fig. 7.2.14.(continuación) Resultados del programa del modelo teórico clásico

Caudal de gas (cm³/sg)=50
t. de apertura (sg)=.1
t. de intervalo (sg)=.5
Altura de lecho (cm)=5
Max. diam. burb.=1



Caudal de gas (cm³/sg)=50
t. de apertura (sg)=.1
t. de intervalo (sg)=.3
Altura de lecho (cm)=5
Max. diam. burb.=1



Caudal de gas (cm³/sg)=50
t. de apertura (sg)=.1
t. de intervalo (sg)=.2
Altura de lecho (cm)=5
Max. diam. burb.=1

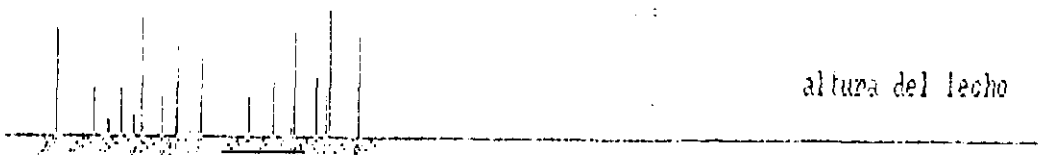


Fig. 7.2.14.(continuación) Resultados del programa del modelo teórico clásico

Si las Figuras 7.2.14 se comparan con las obtenidas experimentalmente, presentadas en el apartado 7.1.1, se aprecia una gran diferencia entre los atractores de tiempos entre burbujas, siendo paradójicamente muy parecidos los resultados de las oscilaciones de presión, como se puede apreciar en la Fig. 7.2.15., donde las series de presión reales se representan de igual manera que las simuladas.

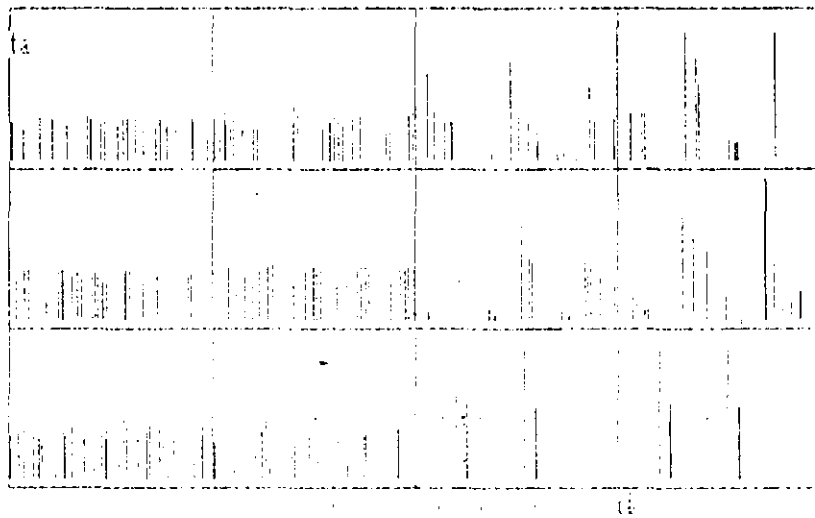


Fig. 7.2.15. Series temporales reales obtenidas para frecuencias de burbuja y tamaño (t_i y t_a) impuestos. Para igualar la presentación con la de las series simuladas, en vez de la apariencia normal de los datos de una serie temporal, cada burbuja se representa con una línea vertical de altura proporcional al tamaño de esta.

Debido a la gran disparidad de apariencia entre los atractores, no podemos considerar plenamente satisfactorio este modelo, que sin embargo es capaz, por otra parte, de alterar de forma realista las condiciones constantes iniciales mediante un número muy reducido de condiciones para ofrecer un aspecto de resultados de series de presión semejantes a las experimentales.

7.2.3.-DINÁMICA DE LA INYECCIÓN DEL GAS. SEMEJANZA CON UNA VÁLVULA DE FLUIDO

El programa expuesto en el APENDICE M simula el comportamiento de una válvula goteante, dispositivo que se hipotetiza dinámicamente idéntico al comportamiento de un orificio de inyección de gas en un lecho fluidizado. El programa permite controlar, entre otras variables, el caudal de fluido, que realiza en la válvula el mismo papel que el caudal de gas en un orificio de lecho fluidizado y por lo tanto disponemos de la posibilidad de reproducir la evolución del goteo a caudales crecientes a igualdad de una experiencia de fluidización completa, que alcance incluso la fase de transporte neumático.

Los resultados de la ejecución del programa que simula el comportamiento de una válvula de fluido, dependen de los valores de ciertas variables denominadas: C, B, K y xlim.

Cada una de ellas se puede asociar con una característica física del fenómeno simulado:

- C con la viscosidad del líquido
- B con la densidad " "
- K con la tensión superficial "
- xlim con la longitud de tramo final de la válvula

El comportamiento dinámico del sistema simulador depende de los valores de estas variables, constantes para un mismo experimento, y del valor de la variable denominada A, que simula el caudal continuo de fluido aportado hacia la válvula.

Los valores de las variables C, B, K y xlim para una simulación de burbujeo en lecho fluidizado pierden, en cierto modo, el sentido original ya que

se diseñaron pensando en el goteo de un líquido. En cualquier caso se aconseja el uso de cantidades dentro de los siguientes intervalos:

C en { 1 - 10 }
 B en { 1 - 150 }
 K en { 10 - 100 }
 xlim en { 0,01 - 1 }

A continuación se presenta en la Tabla 7.2.2., como ejemplo, los resultados del ICS en una simulación de burbujeo a caudal creciente (10 valores distintos para A) donde se emplearon los siguientes valores para el juego de variables anteriores:

C=1 K=40 B=30 xlim=0,05

Tabla 7.2.2. Índice de caos obtenido para diferentes caudales simulados (A).

A	10	13	16	17	18	19	20	21	22	23
ICS	6,8	7,7	7,9	7,4	8,2	8,4	7,7	8,0	6,8	5,7

En esta simulación, al ir aumentando el valor del caudal simulado (A), se han explorado comportamientos bastante distintos del dispositivo, como se puede comprobar gráficamente en la figura 7.2.16. , donde se presentan series temporales de oscilaciones del nivel de líquido goteante en el extremo libre de la válvula obtenidas para distintos caudales.

Los datos procedentes de las simulaciones anteriores deben compararse con datos experimentales obtenidos al tomar medidas de las oscilaciones de presión en un punto situado en el extremo de un orificio inyector, procurando que la cantidad de emulsión entre la sonda y el orificio sea mínima, sin llegar a obstruir la emisión del gas.

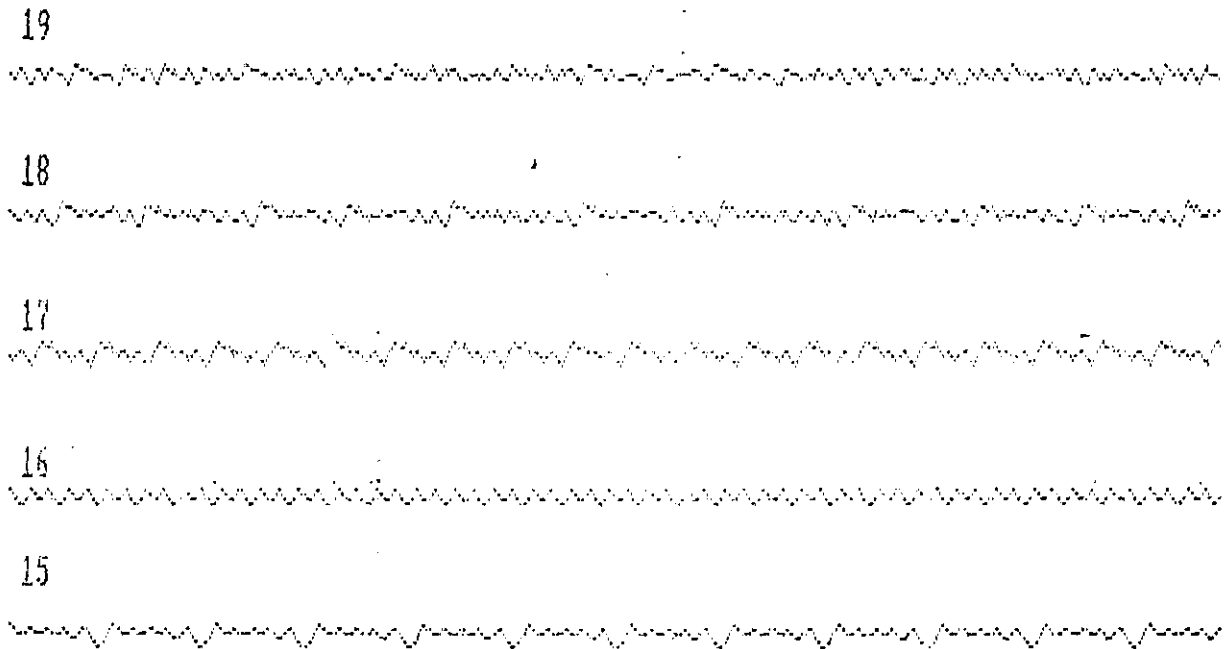


Fig. 7.2.16. Series temporales obtenidas por simulación para distintos caudales.

Se dispone de datos de dos experimentos llevados a cabo con sólido tipo A de Geldart en lecho cilíndrico, con dos alturas totales de lecho diferentes (27 y 12 cm) y empleando 10 caudales distintos en cada uno, que abarcaban desde 0 hasta $4 u_o/u_{mf}$.

La comparación de los resultados se efectuó primero cuantitativamente, comparando los valores del ICS experimental con los obtenidos con el modelo en las condiciones ya mencionadas, presentados en la tabla 7.2.2..

Tabla 7.2.3. Variación del ICS con el caudal, para un experimento simulado y dos reales con dos lechos de diferente alturas diferente de lecho.

simulado		alt. 24 cm	alt. 12 cm	
6,81		14,9	15,8	
7,69		10,5	11,9	
7,89		10,51	15,6	
7,41		10,52	9,1	
8,17		10,39	8,9	
8,4		9,97	12,2	
7,75		9,94	12,5	
7,96		10,63	10,3	
6,78		9,53	14,23	
5,7		9,72	11,9	

Es evidente que los valores medios no son coincidentes pero si lo son los comportamientos de las trayectorias, la respuesta del ICS al aumento del caudal impuesto, como se comprueba en la Figura 7.2.17.

Que los datos experimentales sean más caóticos es comprensible puesto que es imposible reproducir en el modelo la señal de ruido debida a la turbulencia o a otros factores reales, que eleva el valor del ICS.

Al igual que la similitud del ICS, el comportamiento es también similar y la semejanza en el aspecto de las series temporales es notable, como se comprueba en las Figuras 7.2.18. y 7.2.19. Así mismo lo son los atractores correspondientes.

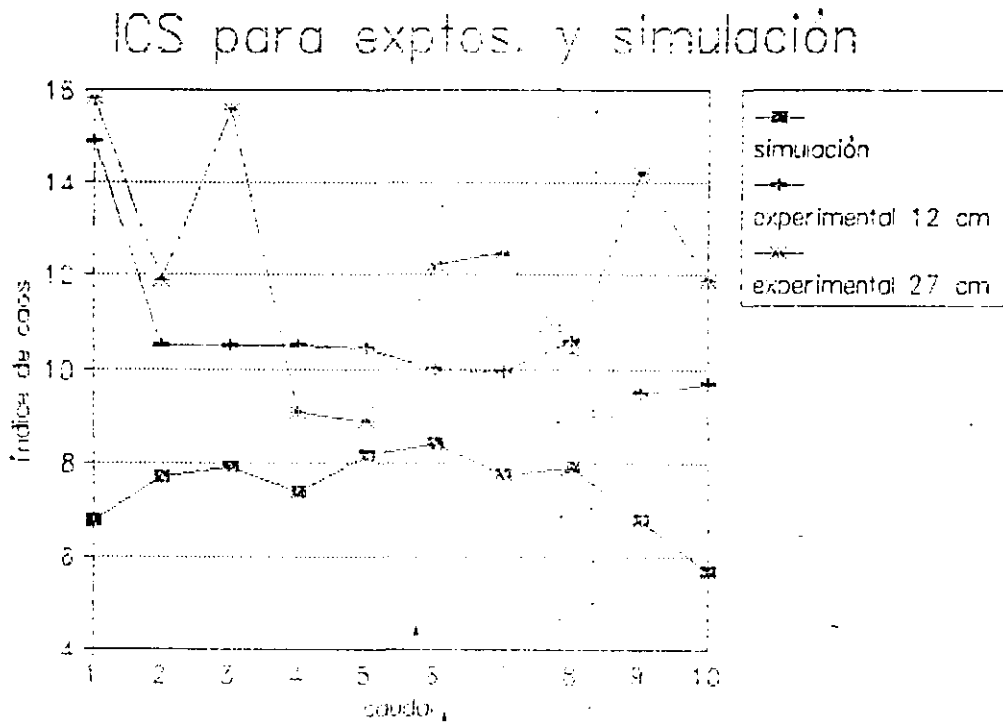


Fig. 7.2.17. Índice de caos para experimentos a caudal creciente. La evolución del obtenido por simulación parece coincidir con la evolución de la media de los dos obtenidos por experimentación.

cuatro muestras de series temporales reales
tomadas en el orificio para lecho de 27 cm

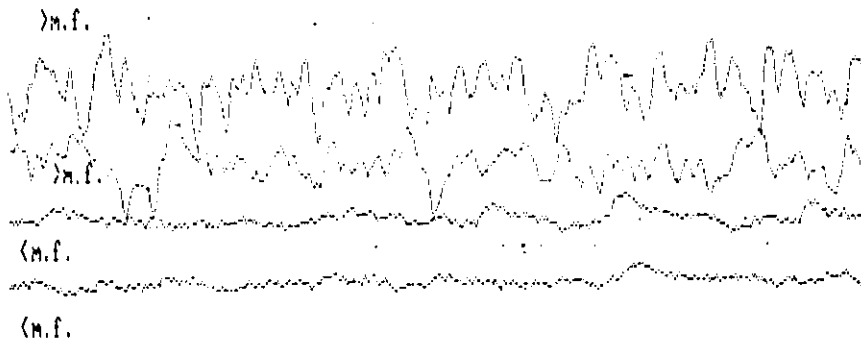


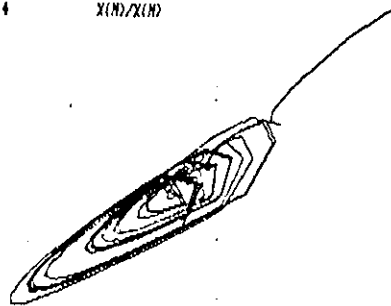
Fig. 7.2.18. Aspecto de series temporales reales de oscilaciones de presión, para cuatro condiciones de fluidización distintas.



Fig. 7.2.19. Serie temporal obtenida por simulación para $A=19$.

Baudal simulado (A)=14
(Ampliado X8)

$X(N)/X(N)$



Baudal simulado (A)=19.5
(ampliado X15)

$X(N)/X(N)$

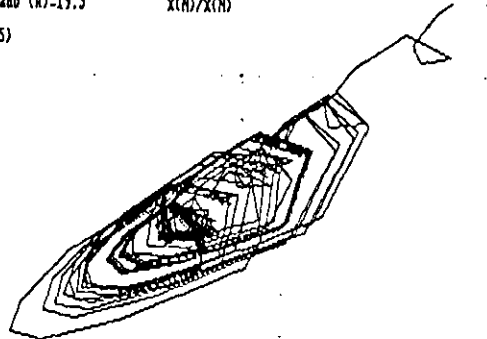


Fig. 7.2.20. Atractores obtenidos por simulación

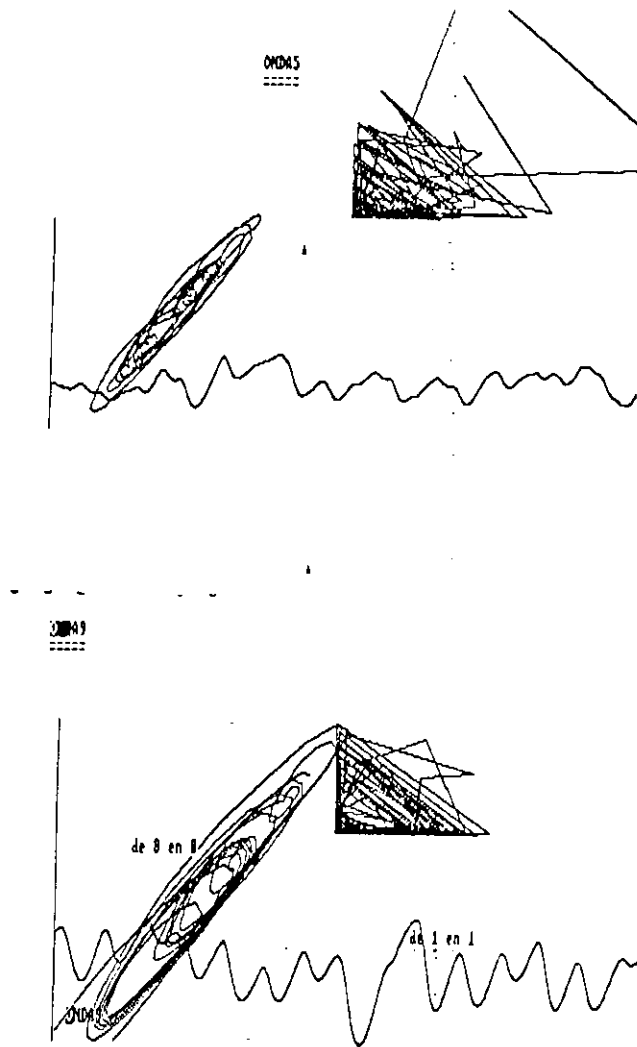


Fig. 7.2.21. Atractores obtenidos experimentalmente

7.2.3.1.-Inclusión del simulador de válvula en el modelo de fluidización con burbujeo controlado.

El modelo descrito en el apartado 7.2.2. proporciona datos simulados de un lecho con intervalos de apertura y frecuencia del orificio de entrada de gas controlados. En dicha versión del modelo se suponía que en el orificio se formaba una única burbuja cada vez; burbuja que podía escindirse o coalescer una vez desprendida.

Una vez que se comprobó la gran semejanza dinámica entre el comportamiento del simulador de válvula y el comportamiento real de un orificio burbujeante, se incluyó este simulador en el programa que reproduce la evolución de las burbujas en el lecho. De esta forma, en cada inyección controlada, se formarán espontáneamente un número de burbujas no preestablecido, que una vez desprendidas evolucionarán bajo las mismas condiciones que en el modelo expuesto en 7.2.2.

Cabe destacar que el programa permite la coalescencia de burbujas creadas en un mismo intervalo de inyección, de aquí la gran actividad que se registra en los instantes posteriores al desprendimiento de burbujas, donde coalescencias y particiones se producen a un fuerte ritmo dando como resultado la triplicación, en breve espacio, del número de burbujas originalmente inyectadas. Esto último, por otra parte, ralentiza mucho el cálculo del simulador, que debe tener en cuenta en cada ciclo de cálculo todas las burbujas creadas hasta entonces.

Por esta última razón el formato empleado para la presentación de resultados gráficos es el mismo, y por idénticas razones, que en el apartado 7.2.2. Así, para cada experimento se presenta una figura en la que en la parte inferior derecha aparecen las condiciones de experimentación simuladas y en la inferior izquierda el trazo de la evolución de las burbujas y una línea señaladora del instante en que alcanzan la superficie libre del lecho, con una longitud proporcional al tamaño final de la burbuja.

Se han simulado 9 condiciones, cuyos resultados gráficos se presentan en la Fig. 7.2.22. Los resultados pueden compararse con los experimentales en

semejantes condiciones, presentados en la Fig. 7.2.17. De la comparación se deduce que:

La semejanza de los resultados de esta simulación con los experimentales es superior que la del modelo presentado en 7.2.2 .

Esta semejanza es particularmente alta para valores medios y altos de duración de la inyección del gas y valores medios y bajos de la frecuencia impuesta.

La mayor discrepancia entre realidad y simulación se advierte con frecuencias altas e inyecciones breves

Por todo lo anterior, se puede considerar que éste es el modelo basado en ecuaciones clásicas más realista de todos los propuestos, .

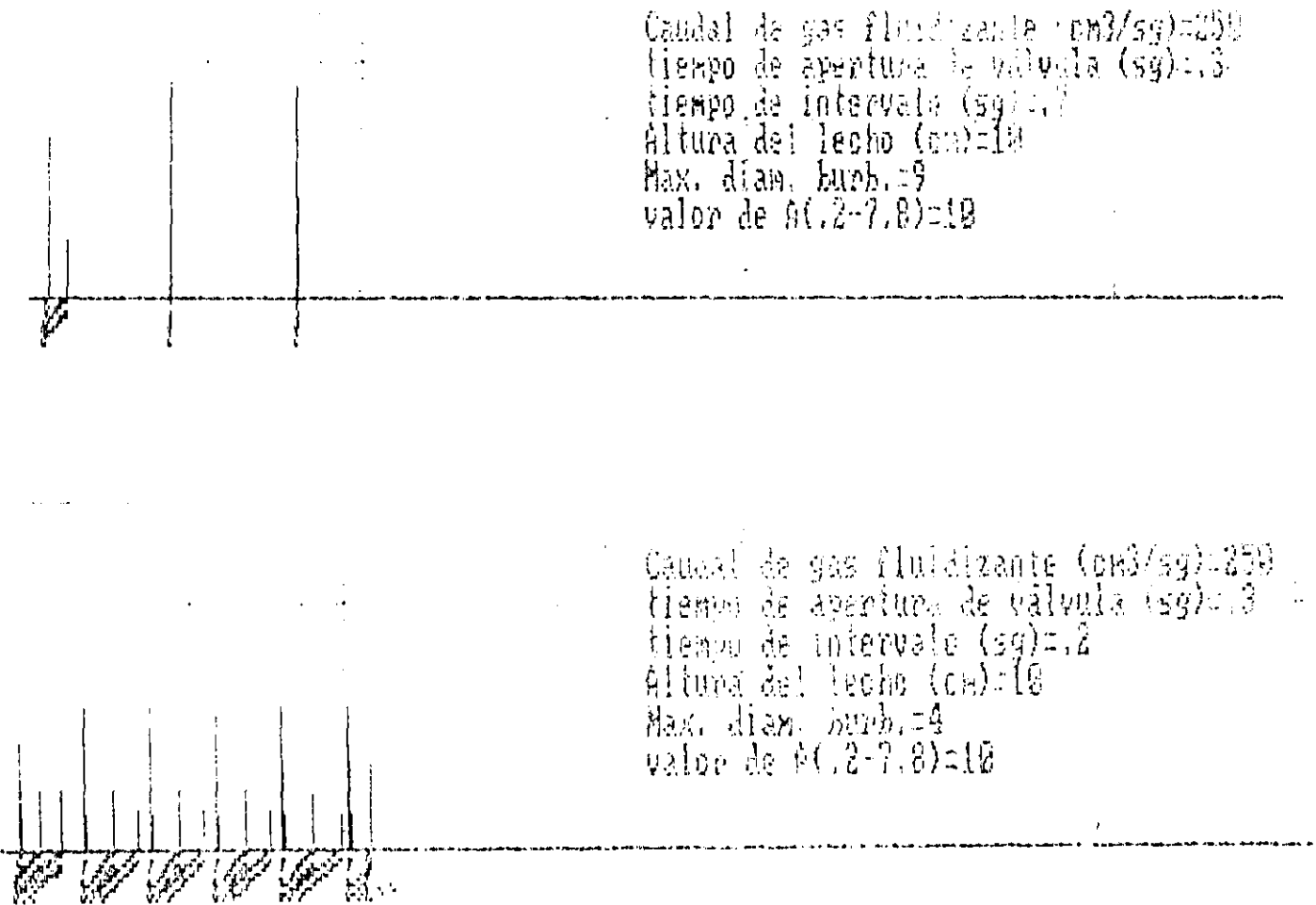


Fig. 7.2.22. Experimentos simulados de burbujeo controlado con inclusión del mecanismo de generación espontaneo de burbujas.

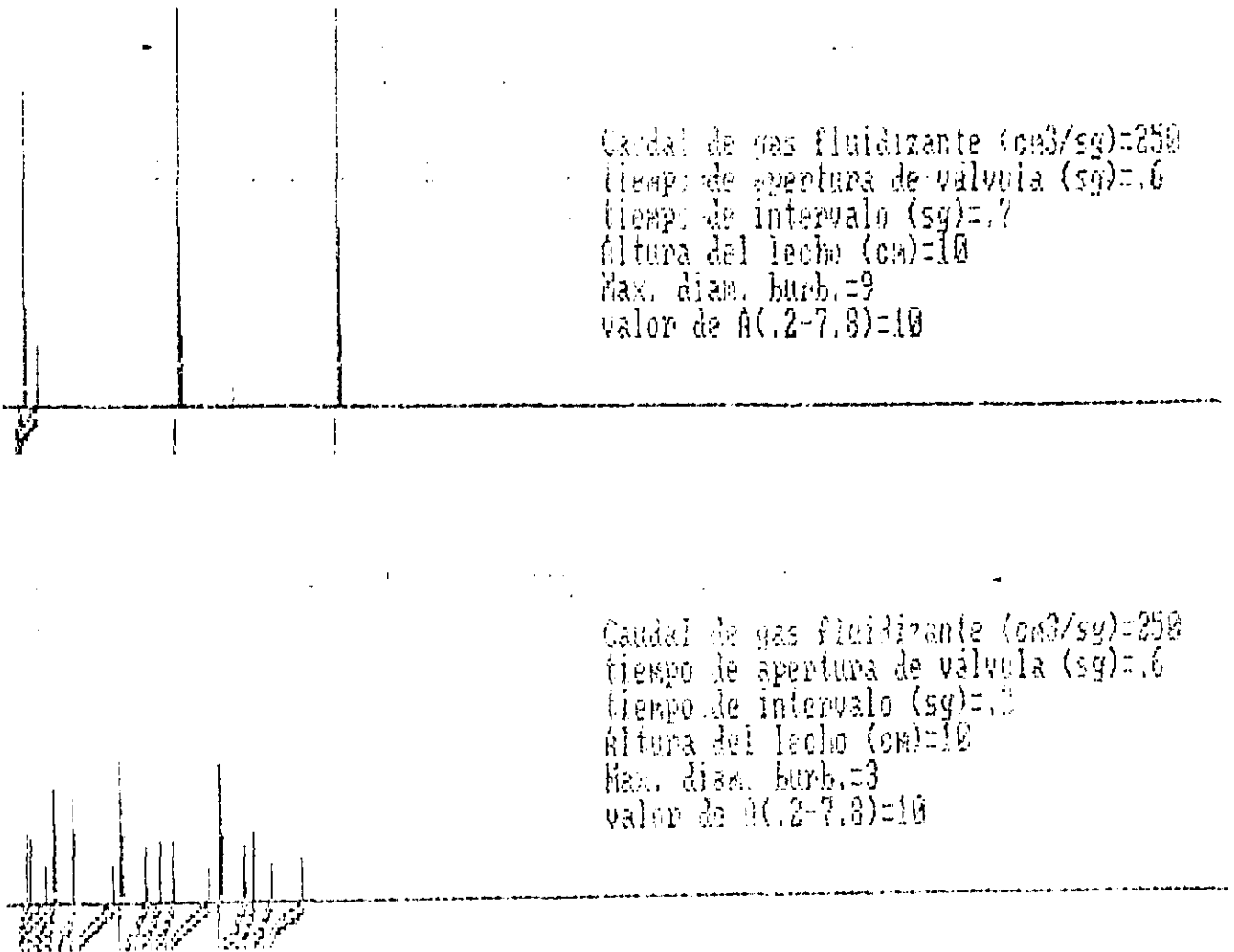


Fig. 7.2.22.(continuación) Experimentos simulados de burbujeo controlado con inclusión del mecanismo de generación espontaneo de burbujas.

Caudal de gas fluidizante (cm³/sg)=250
 tiempo de apertura de válvula (sg)=.4
 tiempo de intervalo (sg)=.7
 Altura del lecho (cm)=10
 Max. diam. burb.=9
 valor de $\dot{A}(2-7.8)=10$

Caudal de gas fluidizante (cm³/sg)=250
 tiempo de apertura de válvula (sg)=.4
 tiempo de intervalo (sg)=.5
 Altura del lecho (cm)=10
 Max. diam. burb.=5
 valor de $\dot{A}(2-7.8)=10$

Fig. 7.2.22.(continuación) Experimentos simulados de burbujeo controlado con inclusión del mecanismo de generación espontáneo de burbujas.

7.2.4.-DINÁMICA DEL ASCENSO DE BURBUJAS. SEMEJANZA CON UN AUTÓMATA CELULAR

Como ya se expuso en el apartado 6.4, los medios granulares poseen una respuesta dinámica semejante a la mostrada por unos algoritmos denominados Autómatas Celulares. Es por ello que se ha desarrollado un modelo de lecho con las características que se detallaban en el apartado mencionado.

Cabe recordar aquí que el modelo desarrollado simula la inyección a través de un solo orificio y que una vez inyectada la burbuja, esta evoluciona "libremente" de acuerdo a unas pocas normas constantes pero no deterministas, por lo que idénticas burbujas pueden diferir en el transcurso del recorrido.

La evaluación experimental del modelo consiste en la confrontación de los resultados de los experimentos de burbujeo controlado, presentados en 7.1.1, con los que se derivan de la simulación de un burbujeo por el modelo autómatas celular. El modelo es muy lento en la generación de datos: trabajando con un ordenador PC de tipo 386 y con el programa compilado tarda 1/2 minuto por dato, por lo que la obtención del parámetro ICS, que necesita series de al menos 2000 datos, se hizo inviable. Por ello se realiza una exhaustiva presentación de los datos de cada experimento, en la forma que se indica más adelante, y se compara el aspecto que presentan las series temporales de los resultados experimentales y de los simulados.

La presentación de cada experimento consiste en:

- Serie temporal de datos de presión, a una altura de sonda elegida. (abajo derecha)
- Atractor de presiones de la serie anterior.(centro derecha)
- Trayectorias de todas las burbujas que evolucionan en el lecho. Con detalle de la altura real de la sonda. (arriba derecha)
- Atractor de tiempo entre burbujas. (centro izquierda)
- Vista lateral del lecho, supuesta pared transparente. Con detalle de la altura de la posición de la sonda (centro).
- Condiciones de experimentación (t_a , t_i). (arriba izquierda)

Como ejemplo se presenta en la figura 7.2.23. el resultado de un experimento tipo.

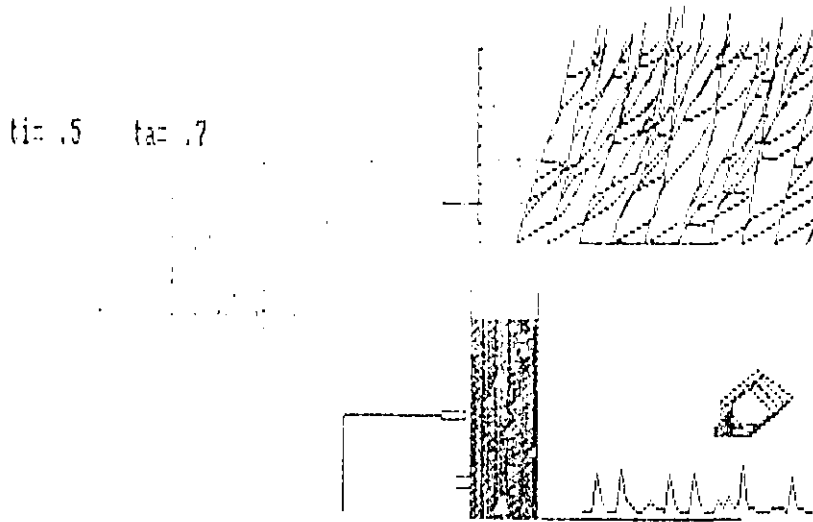


Fig. 7.2.23. Aspecto tipo del resultado de la simulación de lecho fluidizado mediante autómatas celulares.

Cabe destacar que mientras que en un atractor experimental, cada burbuja posee un mínimo de 8 puntos aproximadamente, aquí se compone de 3 por lo que el aspecto del atractor es inevitablemente poligonal.

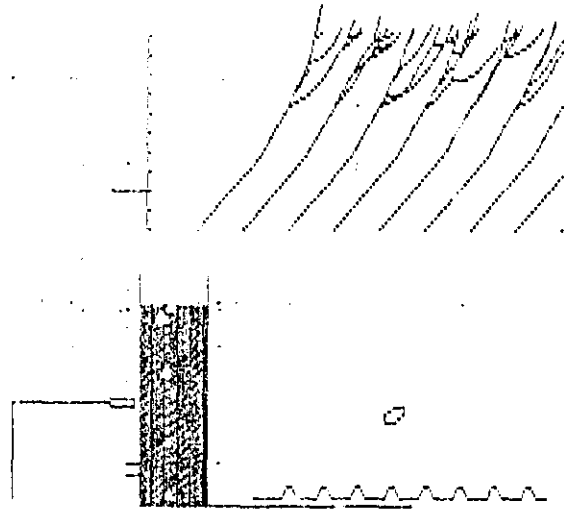
Se incluyen en las Figs. 7.2.24. los 12 resultados correspondientes a los experimentos simulados en las combinaciones de los tiempos siguientes:

$$t_a \text{ (tiempo de apertura de válvula)} = \{ 0.1, 0.4, 0.7 \text{ seg.} \}$$

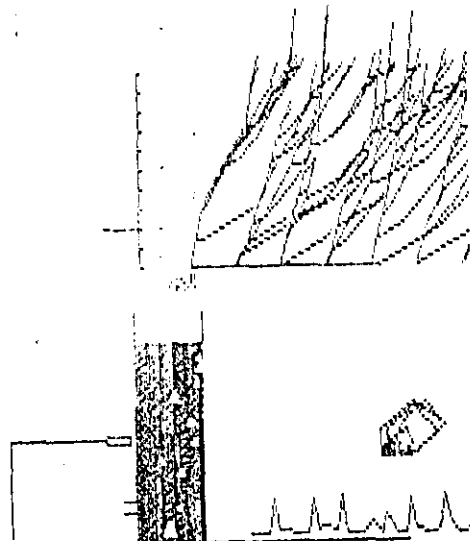
$$t_i \text{ (intervalo entre burbujas)} = \{ 0.1, 0.3, 0.5, 0.7 \text{ seg.} \}$$

Se presentan en las figuras 7.2.24 y 7.2.26. las doce series temporales simuladas y las doce experimentales correspondientes a los mismos intervalos, lo que nos permite comparar el grado de semejanza.

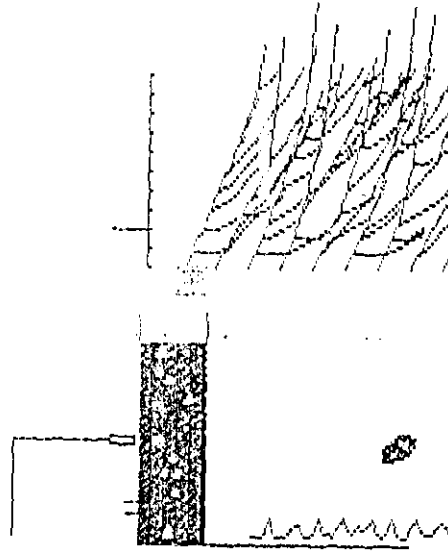
$t_i = .7$ $t_a = .2$



$t_i = .7$ $t_a = .7$



$t_i = .5$ $t_a = .4$



$t_i = .5$ $t_a = .7$

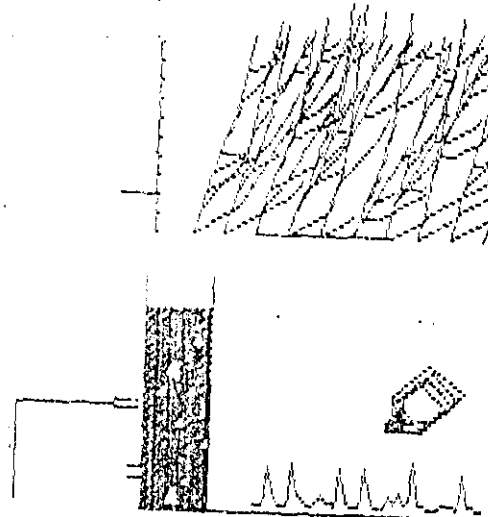
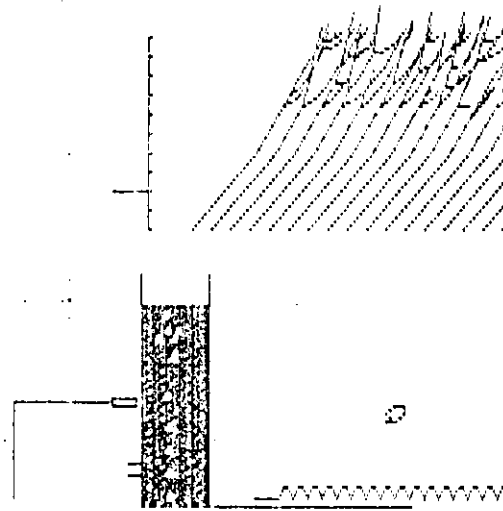


Fig. 7.2.24. Resultados de la simulación mediante autómata celular

$t_i = .3$ $t_a = .2$



$t_i = .3$ $t_a = .4$

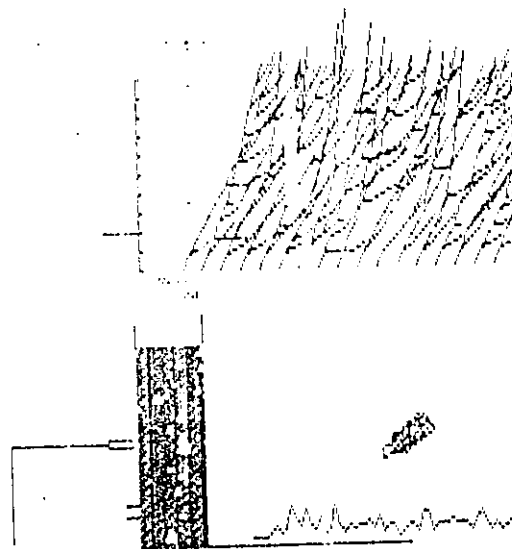


Fig. 7.2.24. (continuación) Resultados de la simulación mediante autómatas celulares

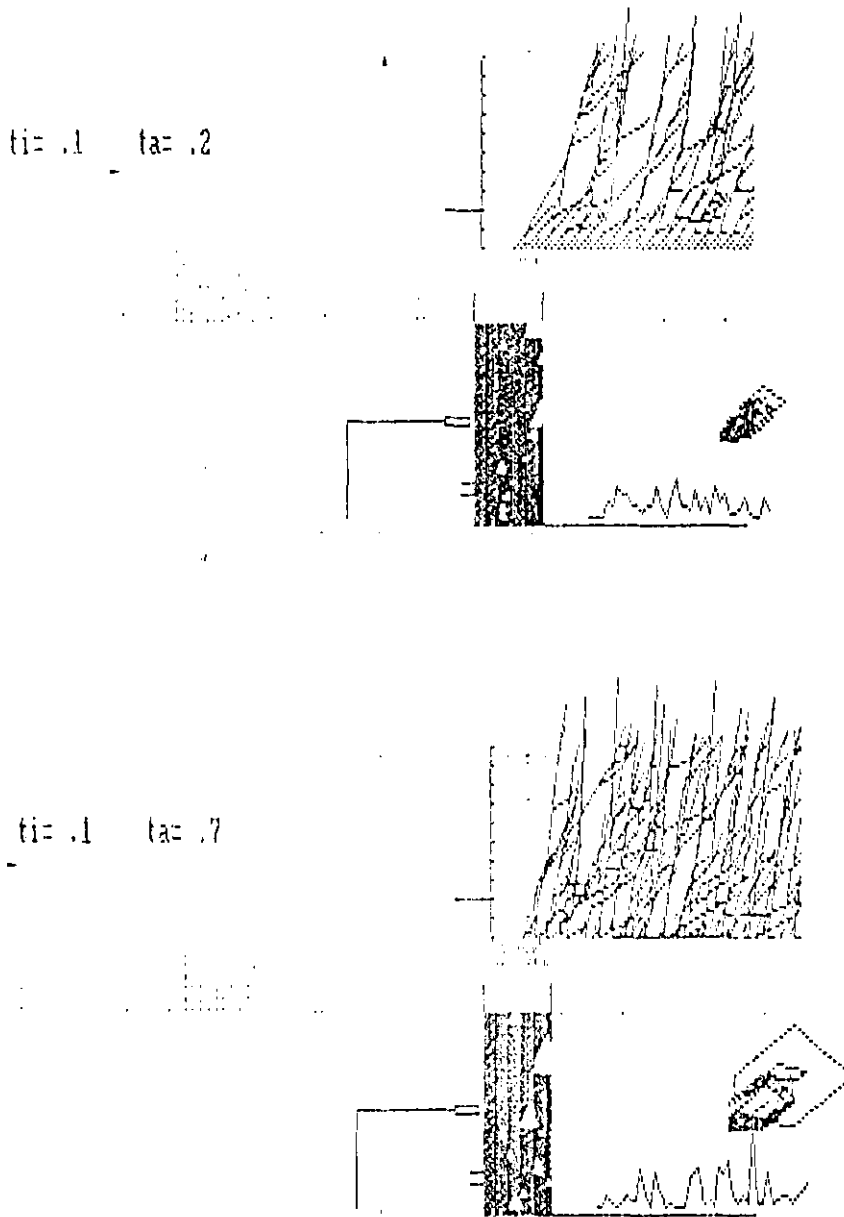


Fig. 7.2.24. (continuación) Resultados de la simulación mediante autómatas celulares

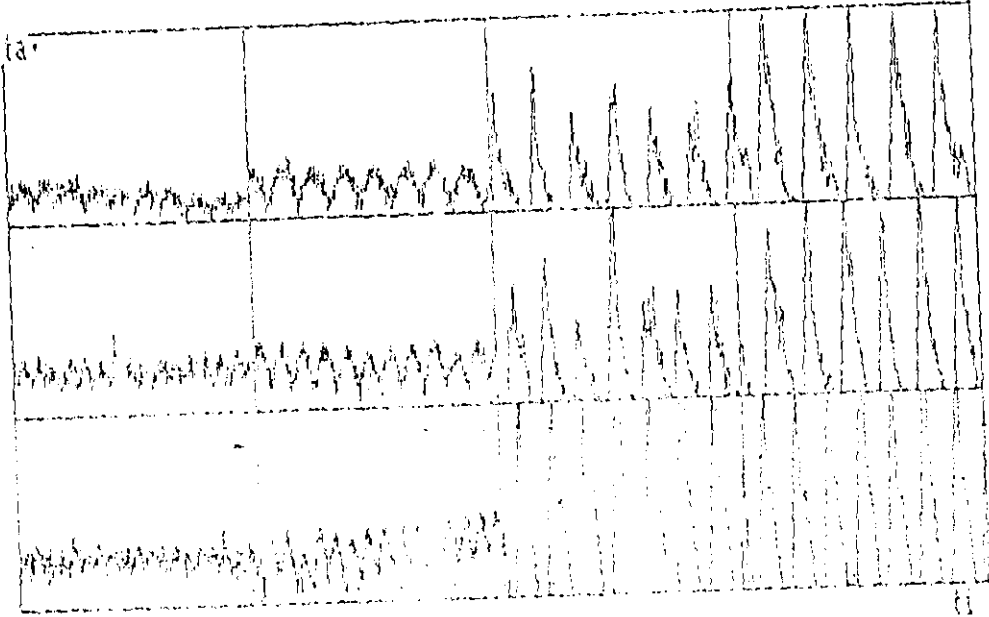


Fig. 7.2.26. Cuadro de series temporales obtenidos por experimentación.

A la vista de los resultados, se advierte la aceptable semejanza en la evolución del aspecto de las series temporales; cuando nos desplazamos hacia la derecha en ambos cuadros, lo que corresponde a un aumento del intervalo entre burbujas. Al disminuir la frecuencia impuesta, la gráfica de resultados se torna más ordenada en ambos. Esta tendencia experimental tiene un reflejo muy expresivo en las representaciones de las trayectorias de las burbujas simuladas, observándose unas trayectorias más nítidas al aumentar el intervalo entre burbujas.

Sin embargo la simulación produce diferencias mucho más acusadas al disminuir el tiempo de apertura de la válvula, que las que se aprecian en la realidad. Esto se puede atribuir a la gran importancia que se concedió en el modelo al tamaño límite de burbuja como criterio de ruptura. Al sobrepasar hacia abajo cierto tamaño límite, el riesgo de ruptura se reduce considerablemente por lo que el desorden provocado por esta desaparece, dando lugar a una simulación muy periódica.

El aspecto realista de los resultados simulados y la aceptable reproducción del comportamiento real en la coalescencia indica que el modelo reproduce bien la naturaleza de la dinámica de un lecho fluidizado, siendo necesario, para perfeccionar esta apariencia, que se varíen los criterios de partición de burbujas.

8.-CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Las conclusiones de esta investigación se han agrupado en tres puntos que engloban las conclusiones parciales obtenidas en cada una de las partes principales del trabajo

1. Determinación del grado de caos

El análisis de datos empleando el máximo exponente de Liapunov, el coeficiente de autocorrelación, la dimensión fractal y el atractor, permite no solo analizar los datos de oscilaciones de presión sino también la naturaleza de su origen. En esto aventaja al análisis estadístico.

1.1 Espectro de frecuencias.

La transición al caos en un lecho fluidizado al aumentar la velocidad superficial del gas, observada mediante el análisis del espectro de frecuencias de las señales de oscilaciones de presión, se produce en dos fases: primero hay un agotamiento progresivo de las frecuencias principales y posteriormente hay una transición brusca similar a la denominada transición "catastrófica".

1.2. Coeficiente de autocorrelación (CA)

El CA es un buen detector de la naturaleza del origen caótico de los datos. Aunque no se puede asegurar que conocido el valor del CA se pueda identificar dicho origen, sí es probable que dos series temporales con idéntico CA puedan tener un caos de origen similar.

1.3. Máximo coeficiente de Liapunov (MEL)

El valor calculado de este parámetro varía coherentemente con la naturaleza de los datos: es máximo para series fuertemente caóticas o desordenadas y mínimo para las periódicas puras.

1.4 Atractor

El aspecto del atractor correspondiente a un determinado estado de fluidización es reproducible siempre que se impongan las mismas condiciones experimentales. Sin embargo habiendo fijado unas condiciones, es imposible determinar exactamente la posición exacta del sistema en el espacio de las fases, dada la elevada sensibilidad a las condiciones iniciales que exhibe un fenómeno caótico. En este sentido, se podría comparar el papel del atractor con el de un

orbital en la teoría atómica y el estado del sistema con la posición de un electrón dentro del mismo.

1.5 De la experiencia obtenida a lo largo de esta investigación se puede afirmar que la mera comparación visual de atractores no es un método demasiado fiable de evaluación de la semejanza entre estados de fluidización. Es necesario conocer valores de otros índices que permitan calificar de forma fina el grado de desorden.

1.6 Índice de caos de una serie temporal (ICS)

El ICS calculado a partir de CA y MEL es una forma de sintetizar en un solo número un análisis caótico determinista de las oscilaciones de presión del lecho fluidizado. Es un buen parámetro para evaluar el grado de desorden de la fluidodinámica de un lecho fluidizado. Este grado de desorden está asociado a la dinámica general del lecho (grado de mezcla y turbulencia, existencia de un amplio espectro de tamaños de burbuja), y por lo tanto a la calidad de la fluidización. La aplicación de este índice podría ser de gran utilidad en, por ejemplo, el diseño, control, diagnóstico de funcionamiento de lechos fluidizados, la comparación cuantitativa del funcionamiento de un mismo lecho en condiciones diferentes y la comparación de diferentes lechos o equipos. Por otra parte, el ICS proporciona una medida adicional de evaluación de modelos fluidodinámicos de lecho fluidizado, medida que estaría basada más en la respuesta dinámica no lineal del lecho que en la semejanza estadística de datos de fluctuaciones.

2. Fluctuaciones de presión

2.1 Señal principal y ruido

En las series temporales de oscilaciones de presión experimentales, el componente principal del comúnmente denominado "ruido" no posee naturaleza aleatoria, en cuyo caso el atractor sería informe y disperso. El atractor del componente de baja amplitud y alta frecuencia de la señal principal de los registros de oscilaciones de presión, lo que podría denominarse genéricamente "ruido", es semejante al atractor de la señal principal (señal que es de mayor amplitud y menor frecuencia). Esto indica que probablemente su origen es dinámicamente semejante

al de la señal principal. Si esto es así, se puede calificar a la señal de oscilaciones de presión en un lecho fluidizado como una señal de naturaleza fractal.

2.2 Frecuencia y tiempo de inyección en orificio único

El grado de desorden provocado por la combinación de diferentes frecuencias y tiempos de inyección indica que la relación entre estos dos parámetros es de tipo no lineal, armónico y simple.

2.3 El grado de caos en un lecho con burbujeo por un orificio único aumenta con la frecuencia de inyección, independientemente del tiempo de apertura e inyección. Si esto se extrapola a lechos fluidizados con placa distribuidora porosa o de múltiples orificios, se puede esperar que el nivel de desorden caótico en estos lechos estará más relacionado con la frecuencia de formación de burbujas que con el tamaño de éstas en el distribuidor.

2.4 Si se mantiene fija la frecuencia de inyección y se aumenta el intervalo de apertura durante la inyección, lo que en cierto modo supone aumentar el tamaño de burbuja, el grado de caos presenta oscilaciones acotadas entre dos o tres niveles de caos como máximo.

2.5 El nivel de caos justo a la altura del orificio único de inyección experimenta variaciones periódicas al aumentar el caudal de aire a través del orificio. Este comportamiento, en régimen de burbujeo libre, reproduce la evolución periódica de este nivel, registrada en los experimentos de duración e intervalo de inyección controlados.

2.6 La transición al caos, al variar la frecuencia y tiempo de inyección, no presenta una cascada de duplicación de frecuencias del tipo denominado "universal" o de Feigenbaum. Esto sugiere que existen valores críticos de frecuencia y tiempo de inyección que establecen una frontera entre fluidización ordenada y turbulenta, entendiendo por tal a una situación en la que la actividad de las burbujas que ya están en el seno de la emulsión altera las condiciones iniciales de inyección en el orificio. Por todo ello, si en cualquier equipo de fluidización se investigara, mediante inyección de gas por orificio único, el valor de estos valores críticos, se tendría un conocimiento adicional para seleccionar mejores condiciones de operación o para optimar diseños de placas distribuidoras y recipientes.

Distribuidores de múltiples orificios

2.7 La fluidización con distribuidor siempre es más caótica que con orificio único, lo que es lógico, puesto que equivale a la actividad compuesta de muchos orificios simples.

2.8 Para unas condiciones constantes de fluidización, el caos aumenta con la distancia a la base del lecho para inyección mediante orificio único, pero disminuye en lechos con distribuidor. Esto es debido a que, con orificio único, la burbuja posee un gran riesgo de partirse al ascender, debido a que debe atravesar una emulsión con pocas burbujas y este riesgo aumenta con la altura. Por otra parte, en un lecho fluidizado por medio de un distribuidor hay una gran actividad de coalescencia en la mitad inferior del lecho, pero hay un bajo número de burbujas de tamaño estable en la zona superior del lecho, por lo que el nivel de desorden disminuye con la altura.

Caos en distintas zonas del lecho

2.9 El ICS medio es casi constante a la altura del orificio de inyección para cualquier fase de la fluidización. El ICS presenta un máximo en la superficie libre superior del lecho cuando se superan ligeramente las condiciones de mínima fluidización. Sin embargo, para velocidades superficiales mayores se aprecia un decrecimiento progresivo del nivel de desorden. Este efecto es más acusado cuanto mayor es la altura total del lecho. Esto puede relacionarse con un efecto de "ordenación" o antientrópico de la dinámica de las burbujas en el ascenso por la emulsión. La aparición de este máximo ICS se retrasa al aumentar la altura total del lecho. Esta apreciación experimental adquiere sentido si se asocia máximo desorden con máxima actividad de partición de burbuja en el seno de la emulsión y se acepta el criterio de un tamaño límite de burbuja que depende de la altura total del lecho.

2.10 El caos en algunas zonas del lecho es elevado y de naturaleza próxima a la aleatoria. El grado de caos dentro de un lecho permanece constante a una misma altura sobre el distribuidor y varía al ascender. La variación no es monótona, hay períodos de orden y desorden alternados con una aparente dependencia de una función compleja de la altura total del lecho, la altura sobre el distribuidor y las condiciones de fluidización.

Tipo de sólido

2.11 Los parámetros caóticos de lechos fluidizados tipo A y B son semejantes en los extremos superior e inferior del lecho, para cualquier altura total de lecho, aunque los valores del ICS para el sólido tipo B son generalmente

superiores en un 10% a los del sólido tipo A. En la zona media del lecho se registran comportamientos distintos según el tipo de sólido y del tipo de inyección del gas. En esta zona, cuando se inyecta el gas a través de un solo orificio, se registra un comportamiento más desordenado y por lo tanto más turbulento en sólidos de tipo A que en B; ocurre lo contrario en lechos con distribuidor de múltiples orificios.

3. Modelos de simulación y evaluación de hipótesis

Relaciones no lineales entre ecuaciones clásicas

3.1 Existen grandes indicios de que las oscilaciones de presión resultantes de las variaciones en la altura de la emulsión durante el burbujeo sean un parámetro dinámico de orden. Se afecta al tamaño de las burbujas en formación y al ritmo espontáneo de burbujeo libre, lo que a su vez condiciona las oscilaciones de la altura. Esta retroalimentación da lugar a una dinámica de posibles episodios caóticos. Los espectros de frecuencias de las oscilaciones de presión en el conducto de entrada del gas en el lecho muestran picos de frecuencias atribuibles a oscilaciones espontáneas del caudal del gas. Los espectros generados por el modelo que supone una autorregulación del caudal real que penetra en el lecho son similares, con una dinámica susceptible de presentar tanto episodios de caos como de estabilidad.

Coalescencia y partición de burbujas

3.2 Suponiendo que una burbuja influye en la velocidad de otra próxima a ella, y que simultáneamente hay coalescencia y partición, se reproducen unos resultados de naturaleza semejante a los reales, pero de atractores de tiempo entre burbujas distintos. El modelo de partición genera resultados con evolución del grado de caos muy similar al obtenidos experimentalmente variando la frecuencia y el tiempo de inyección en orificio único.

3.3 El grado de caos detectado para diferentes frecuencias e intervalos de inyección en orificio único puede explicarse mediante dos o más factores simultáneos, como por ejemplo soluciones dobles de modelo cuadrático y el criterio de tamaño límite de burbuja.

3.4 Las grabaciones en video muestran que las grandes burbujas presentan menor frecuencia de partición que las de tamaños medios y bajos y que muchas características fundamentales de las burbujas como son el tamaño, la velocidad, el riesgo de partición y la propia frecuencia de formación en distribuidores de múltiples orificios, se ven afectadas por la proximidad y por el tamaño de burbujas precedentes. Esto podría explicar la complejidad de las series temporales de fluctuaciones de presión, incluso en experimentos con frecuencia y tamaño inicial impuestos por un orificio único. Por ello cualquier modelo fluidodinámico debe tener en cuenta estos hechos, y no solo utilizar el criterio del tamaño máximo de burbuja como único criterio de partición.

3.5 El modelo de partición de burbuja en base a un balance de presiones en la cúpula de la burbuja es coherente con las observaciones realizadas a partir de los registros de video.

Semejanza con el goteo de una válvula

3.6 Hay una gran semejanza entre el goteo de un líquido y la formación y desprendimiento de burbujas en un orificio. Está demostrado que la dinámica del goteo, al aumentar el caudal, puede atravesar etapas de dinámica caótica. Por analogía se puede aceptar que el mecanismo de inyección del gas es una de las fuentes del caos observado en el lecho.

Naturaleza fractal de un lecho fluidizado

3.7 Se han encontrado indicios sobre la naturaleza fractal de las oscilaciones de presión que permiten sospechar que la actividad dinámica de un lecho fluidizado es semejante a diferentes escalas de observación. Esta consecuencia puede ser de gran importancia en el diseño y escalado de equipos.

Semejanza con un autómata celular

3.8 El modelo de simulación basado en un autómata celular reproduce con aspecto realista la apariencia fluidodinámica de un lecho real. Genera una aceptable reproducción de la colescencia, aunque sería necesario perfeccionar estas reproducciones a base de introducir nuevos criterios de partición.

Recomendaciones

La capacidad de controlar la dinámica caótica de un sistema es un campo de investigación emergente. Un sistema caótico es asimilable a un sistema inestable más o menos acotado. Merecería la pena estudiar si una dinámica de este tipo permitiría conmutar entre estados muy distintos mediante acciones de intensidad muy reducida frente a la magnitud de los efectos producidos. Esto explicaría frecuentes problemas de funcionamiento y aparente pérdida de control en sistemas fluidizados industriales, cuyos orígenes podrían estar en uno o más factores citados a lo largo de esta Memoria. También se recomienda la aplicación de las técnicas de análisis caótico aquí propuestas. De ello se pueden esperar útiles consecuencias. Por ejemplo, un estudio del grado de caos exhibido por sistemas de diferentes proporciones geométricas debería conducir a nuevos criterios de semejanza fluidodinámica y al establecimiento de nuevos métodos de escalado.

Abraham,N.B., Gollub,J.P. y Swinney,H.I..
TESTING NONLINEAR DYNAMICS
Physica 11D, 1984,pgs.252-264

Aragón,J.M. ,Tatay,E. ,Martos,C. ,y Laguna, M.F.
STUDY OF PRESSURE FLUCTUATIONS IN FLUIDIZED BEDS
VII Jornadas de Fluidización. Zaragoza 1992

Argoul,F., Huth,J., Merzeau,P., Arnéodo, A.Swinney,L.
EXPERIMENTAL EVIDENCE FOR HOMOCLINIC CHAOS IN A ELECTROCHEMICAL
GROWTH PROCESS
Physica D 62, 1993, pgs.170-85

Avery, D.A. y Tracy, D.H.,
Inst.Chem.Eng.Sym.S., Vol.30, 1968, pg.28

Baeyens,J. y Geldart,D.
Chem.Eng.Sci.,29, 1974, pg.255

Bak,P. y Chen,K.
CRITICALIDAD AUTO-ORGANIZADA
I. y Ciencia, Marzo, 1989, pgs.18-25

Barnsley,M.
FRACTALS EVERYWHERE
Ed. Academic Press N.Y. 1988,,,

Baskakov,A.P., Tuponogov,V.G. y Filippovsky,N.F.
Powder Technology 46, 1986, pg.113

Basov,V.A., Markhevka,V.I., Akhnazarov,T.K.M.
Intl. Chem. Eng. 9, 1969, pg.263

Beysens,D. y Knobler,C.M.
LA FORMACION DEL VAHO
Mundo Científico vol. 12, 128, 1993, pgs.826-835

Bishop, A.R., Forest, M.G., McLaughlin, D.W. y Overman, E.A.
A QUASI-PERIODIC ROUTE TO CHAOS IN A NEAR-INTEGRABLE PDE
Physica 23D, 1986, pgs.293-328

Boon, J.P., Frish, U. y D'Humieres, D.
MODELOS HIDRODINAMICOS EN REDES
Mundo Científico vol.13, 136, 1993, pgs.530-539

Borodulya, V.A. , Zavyalov, V.V.
FLUIDIZED BED SELF-OSCILLATIONS
Chem.Eng.Sci., vol.40,3, 1985, pgs.353-64

Briggs, J., Peat, F.D.
ESPEJO Y REFLEJO: DEL CAOS AL ORDEN
Gedisa Editorial Barcelona 1990

Broadhurst, T.E. y Becker, H.A.
AICHE J., 21, 1975, pg.238

Broomhead, D.S. y Jones, R.
TIME SERIES ANALYSIS
Proc. R. Soc. Lond. A423, 1989, pgs.103-121

Clift, R.
AN OCCAMIST REVIEW OF FLUIDIZED BED MODELING
AICHE Symp. Ser. vol. 89, 296, 1993, pgs.1-17

Crutchfield, J.P. , Farmer, J.D. , Packard, N. y Shaw, R.S.
CAOS
I. y Ciencia Feb., 1987, pgs.16-29

Chebouni, A. , Gabsi, S. , Bes, R.S. y Mora, J.C.
MODELISATION DES FLUCTUATIONS DANS UN LIT FLUIDISE PAR UN
PROCESSUS D'INTERACTION DISSIPATIVE
III Jornadas de Fluidización. Murcia 1984.

Chehbouni A., Chaouki J., Guy C., Klvana D.
CHARACTERIZATION OF THE FLOW TRANSITION BETWEEN BUBBLING AND
TURBULENT FLUIDIZATION
Ind.Eng.Chem.Res. 33, 1994, pgs. 1889-96

Chiba T. , Terashima K., Kobayashi H.
BEHAVIOUR OF BUBBLES IN GAS-SOLID FLUIDIZED BEDS: INITIAL FORMATION
OF BUBBLES
Chem.Eng.Sci. 27, 1972, pgs. 965-72

Davidson J.F., Harrison D.
FLUIDIZATION Academic Press London an N.York 1971

Daw C.S. y Halow J.S.
EVALUATION AND CONTROL OF FLUIDIZATION QUALITY TROUGH CHAOTIC TIME
SERIES ANALYSIS OF PRESSURE DROP
AIChE Symp.Ser. Fluid-particle Process. 89, 296, pgs. 103-22

Daw C.S., Halow J.S.
MODELING DETERMINISTIC CHAOS IN GAS FLUIDIZED BEDS
AIChE Symp.Ser. 88, 289, pgs. 61-69

Daw C.S., Lawkins W.F., Downing D.J. y Clapp N.E.
CHAOTIC CHARACTERISTICS OF A COMPLEX GAS-SOLIDS FLOW
Physical Review A 41, 2, 1990, pgs. 1179-81

Deissler R.J. and Farmer J.D.
DETERMINISTIC NOISE AMPLIFIERS
Physica D55, 1, 1992, pgs. 155-65

Derriba B., Stauffer D.
PHASE TRANSITIONS IN TWO DIMENSIONAL KAUFFMAN CELLULAR AUTOMATA
Europhysics Letters 2, 10, 1986, pgs. 739-45

Deshpande D.A. ,Deo M.D. ,Hanson F.V. ,Oblad A.G.
A MODEL FOR THE PREDICTION OF BUBBLE SIZE AT A SINGLE ORIFICE IN
TWO-PHASE GAS-LIQUID SYSTEMS
Chem.Eng.Sci. 47, 7, 1992, pgs. 1669-76

Dhodapkar S.V., Klinzing G.E.

PRESSURE FLUCTUATIONS ANALYSIS FOR A FLUIDIZED BED

AIChE Symp. Ser. Fluid-Part. Processes 89, 296, pgs. 170-83

Doherty M.F., Ottino J.M.

CHAOS IN DETERMINISTIC SYSTEMS: STRANGE ATTRACTORS

TURBULENCE AND APPLICATIONS IN CHEMICAL ENGINEERING

Chem. Eng. Sci. 43, 2, 1988, pgs. 139-83

Dotson, J.

AIChE J., V. 5, 1959, pg. 169

Drahos J., Bradka F., Puncochar M.

FRACTAL BEHAVIOUR OF PRESSURE FLUCTUATIONS IN A BUBBLE COLUMN

Chem. Eng. Sci. 47, 15-6, 1992, pgs. 4069-75

Drahos J., Puncochar M., Selucky K. y Cermak J.

Powder Technology 27, 1987, pg. 59

Dubois M., Aftén P. y Bergé P.

EL ORDEN CAOTICO

Mundo Científico 7, 68, pg. 428-439

Eckmann J.P. y Mashaal M.

LA FISICA DEL DESORDEN

Mundo Científico 11, 115, 1991, pg. 722-32

Eckmann J.P., Kamphorst S.O., Ruelle D. y Ciliberto S.

LIAPUNOV EXPONENTS FROM TIME SERIES

Physical Review A 34, 6, 1986, pgs. 4971-79

Eckmann J.P., Ruelle D.

ERGODIC THEORY OF CHAOS AND STRANGE ATTRACTORS

Rev. Mod. Phys. 57, 3, 1985, pgs. 617-56

Ed. Berry M., Percival I.C., Weiss N.O.
DYNAMICAL CAOS
Proceedings of the Royal Society of London

Elnashaie S.S.E.H. y Abashar M.E.
CHAOTIC BEHAVIOR OF PERIODICALLY FORCED FLUIDIZED BED CATALYTIC
REACTORS
Chem.Eng.Sci. 49, 15, 1994, pgs. 2483-98

Fan L.T.
AICHE J. 29, 1, 1983, pg. 33

Fan L.T. Ho T.C. Hiraoka S. y Walawender W.P.
PRESSURE FLUCTUATIONS IN A FLUIDIZED BED
AICHE J. 27, 3, 1981, pgs. 388-96

Fan L.T., Neogi D., Yashima M., Nassar R.
STOCHASTIC ANALYSIS OF A THREE-PHASE FLUIDIZED BED: FRACTAL APPROACH
AICHE J. 36, 10, 1990, pgs. 1529-35

Fan Z., Chen G.T., Chen B.C., Yuan H.
ANALYSIS OF PRESSURE FLUCTUATIONS IN A 2-D FLUIDIZED BED
Powder Technology 62, 1990, pgs. 139-45

Farmer J.D.
CHAOTIC ATTRACTORS OF AN INFINITE DIMENSIONAL DYNAMICAL SYSTEM
Physica 4D , 1, 1982, pgs. 366-93

Fernández Rañada A.
MOVIMIENTO CAOTICO
I. y Ciencia Mar, 1986, pgs. 12-23

Fernández Rañada A.
FISICA
Ed.Alianza Universidad 1990 Madrid

Frank G.W., Lookman T., Lemieux J., Blume W.
CHAOTIC TIME SERIES ANALYSES OF EPILEPTIC SEIZURES
Physica D 46, 1990, pgs. 427-38

Froehling H., Crutchfield J.P., Farmer D., Packard N., Shaw R.
ON DETERMINING THE DIMENSION OF CHAOTIC FLOWS
Physica D 3, 1981, pgs. 605-17

Fuller T.A., Flynn T.J., Daw C.S. y Halow J.S.
INTERPRETATION OF FLUIDIZED BED BEHAVIOUR USING CHAOTIC TIME SERIES
ANALYSIS
Fluid.Bed Combustion Congress ASME 1, 1993 , pgs. 141-53

García J.M.
TESIS DOCTORAL
U. Complutense de Madrid , Madrid 1995

Geldart D.
GAS FLUIDIZATION TECHNOLOGY Ed. John Wiley and Sons 1986

Geldart D.
TYPES OF GAS FLUIDIZATION
Powder Techn. 7, 1973, pgs. 285-92

Gershenfeld N.A.
DIMENSION MEASUREMENT ON HIGH-DIMENSIONAL SYSTEMS
Physica D55, 1, 1992, pgs. 135-54

Gleick J.
CAOS
Ed. Seix Barral Barcelona 1988

Gutierrez Jodra L. y Aragón J.M.
PREDICCIÓN DE TAMAÑOS DE BURBUJA EN LECHOS FLUIDIZADOS CON
PANTALLAS INTERNAS
An.Quim. 77, 1, 1981, pgs. 144-54

Haken H.
FORMULAS DEL EXITO EN LA NATURALEZA
Salvat Editores Barcelona 1986

Haken H. y Wunderlin A.
EL CAOS DETERMINISTA
Mundo Científico 108, 10, pgs. 1210-17

Halow J.S. y Daw C.S.
CHARACTERIZING FLUIDIZED-BED BEHAVIOR BY DECOMPOSITION OF CHAOTIC
PHASE-SPACE TRAJECTORIES
AIChE Symp.Ser. 90, 301, pgs. 69-91

Hayes B.
EL AUTOMATA CELULAR
I. y Ciencia May., 1984, pgs. 102-111

Held G.A. y col.
Phys. Rev. Lett. 65, 9, 1990, pgs. 1120-23

Hiby, J.W.
Proc.Int.Symp. of Fluidization Eindhoven, Netherlands Univ.Press Amsterdam 67, 1999

Hillgardt K. y Werther J.
INFLUENCE OF TEMPERATURE AND PROPERTIES OF SOLIDS ON THE SIZE AND
GROWTH OF BUBBLES IN GAS F.B.
Chem.Eng.Technol. 10, 1987, pgs. 272-80

Hofstadter D.R.
LOS ATRACTORES EXTRAÑOS
I. y Ciencia Ene., 1982, pgs. 103-13

Hong S.C., Jo B.R., Doh D.S.
DETERMINATION OF MINIMUM FLUIDIZATION VELOCITY BY THE STATISTICAL
ANALYSIS OF PRESSURE FLUCTUATIONS
Powder Technology 60, 1990, pgs. 215-21

Horgan, J.
DE LA COMPLEJIDAD A LA PERPLEJIDAD
I. y Ciencia Agosto 1995, pgs. 71-77

Horio M. y Nonaka A.

A GENERALIZED BUBBLE DIAMETER CORRELATION FOR GAS-SOLID F.B.
AICHE J. 33, 11, 1987, pgs. 1865-72

Hovmand S., Davidson J.F.

Fluidization Chapt. 5 Academic Press N.Y. 1971

Hsiung T.P. y Grace J.R.

FORMATION OF BUBBLES AT AN ORIFICE IN FLUIDIZED BEDS
Congress of Fluidization 1978 (Cambridge Univ. Press)

Huang Y.W., Fan L.T., Song J.C., Yutani N.

PRESSURE FLUCTUATIONS IN A GAS-SOLID FLUIDIZED BED WITH A SCREEN
Ind.Eng.Chem.Process.Des.Dev. 25, 1986, pgs. 284-89

Jaeger N.M. y Nagel S.R.

LA FISICA DEL ESTADO GRANULAR
Mundo Científico 13, 132, 1993, pgs. 108-115

Jodra L., Aragon J.M.

PREDICTION OF THE BUBBLE-SIZE DISTRIBUTION IN FLUIDIZED BEDS WITH
INTERNAL BAFFLES
Int.Chem.Eng. 23, 1, 1983, pgs. 18-30

Kage H., Iwasaki N. y Matsuno Y.

FREQUENCY ANALYSIS OF PRESSURE FLUCTUATION IN PLENUM AS DIAGNOSTIC
METHOD FOR FLUIDIZED BEDS
AICHE Symp.Ser. Fluid-Part.Process. 89, 296, pgs. 184-90

Kang, W.K., Sutherland, J.P. y Osberg, G.L.

I&EC Fundamentals 6, 1967, pg.449

Kauffman S.A.

ANTICAOS Y ADAPTACION
Investigación y Ciencia En., 92, pg. 46-53

Kehoe P.W.K. y Davidson J.F.
AICHE Symp. Ser. 69, 128, 1978, pg. 34

Kida S., Yamada M., Okhitani K.
A ROUTE TO CHAOS AND TURBULENCE
Physica D 37 , 1989 , pgs. 116-25

Kunii D., Levenspiel O.
FLUIDIZATION ENGINEERING John Wiley and Sons Inc. N.York 1969

Kunii D., Levenspiel O.
FLUIDIZATION ENGINEERING Butterworth-Heinemann 1991

Kurths J., Herzel H.
AN ATTRACTOR IN A SOLAR TIME SERIES
Physica D 25, 1987, pgs. 165-72

Landa P.S., Rosemblum M.G.
TIME SERIES ANALYSIS FOR SYSTEM IDENTIFICATION AND DIAGNOSTICS
Physica D 48, 1991, pgs. 232-54

Lee G. y Kim D.
PRESSURE FLUCTUATIONS IN TURBULENT FLUIDIZED BEDS
J. of Chem.Eng. Japan 21, 5, 1988, pgs. 515-21

Lirage R. y Littman H.
AICHE Symp. Ser. 67, 116, 1971, pgs. 11

Littman H. y Homolka G.A.
BUBBLE RISE VELOCITIES IN TWO-DIMENSIONAL GAS FLUIDIZED BEDS FROM
PRESSURE MEASUREMENTS
Chem.Eng.Progress Symp.Ser. 66, 105, pgs. 37-45

Maganza C.
DEL SILENCIO AL CAOS ACUSTICO: LAS BIFURCACIONES DE UN CLARINETE
Mundo Científico 6, 56, pgs. 344-346

Mandelbrot B.
LOS OBJETOS FRACTALES
Ed. Tusquets Barcelona 1988

Mandelbrot B.
FRACTAL GEOMETRY: WHAT IS IT, AND WHAT DOES IT DO?
Proc. R. Soc. Lond., A 423, 1989, pgs. 3-16

Manno V.P. y Ruocco G.
A PERFORMANCE MODEL OF BUBBLING FLUIDIZED BED HYDRODYNAMICS
Powder Technol. 59, 1989, pgs. 261-73

Martien P., Pope S.C., Scott P.L. y Shaw R.S.
THE CHAOTIC BEHAVIOR OF THE LEAKY FAUCET
Physics Letters 110A, 1985, pgs. 399-404

May R.M.
EL CAOS EN BIOLOGIA
Mundo Científico 11, 115, 1991, pgs. 746-56

Morse R.D. y Ballou, C.W.
Chem.Eng.Prog. V.47, 51, pg. 199

Nelson B.H., Briens C.L., Bergougnou M.A.
PRESSURE FLUCTUATIONS AT INDIVIDUAL GRID HOLES OF A GAS-SOLID
FLUIDIZED BED
Powder Techn. 77, 1993, pgs. 95-102

Nicolis G. y Prigogine I.
LA ESTRUCTURA DE LO COMPLEJO Ed. Alianza Editorial 784 1994

Noordergraf I.W., Dijk A.V. y Van den Bleek C.M.
Powder Technology 27, 1981, pg. 388

- Olsen L.F. y Schaffer W.M.
CHAOS VERSUS NOISE PERIODICITY: ALTERNATIVE HYPOTHESES FOR CHILDHOOD
EPIDEMICS
Science Ago. 1990, pgs. 499-504
- Packard N.H. , Crutchfield J.P. Farmer J.D. y Shaw R.S.
GEOMETRY FROM A TIME SERIES
Phys. Rev. Letters 45, 9, 1980, pgs. 712-15
- Peterson I.
EL TURISTA MATEMATICO
Ed. Alianza Universidad Madrid 1992
- Prigogine I.
¿TAN SOLO UNA ILUSION?, UNA EXPLORACION DEL CAOS AL ORDEN
Ed. Tusquets 1983
- Provenzale A.; Smith L.A., Vio R., Murante G.
DISTINGUISHING BETWEEN LOW-DIMENSIONAL DYNAMICS AND RANDOMNESS IN
MEASURED TIME SERIES
Physica D 58, 1992, pgs. 31-49
- Pulliam T.H., Vastano J.A.
TRANSITION TO CHAOS IN AN OPEN UNFORCED 2D FLOW
J. of Computational Physics 105, 1993, pgs. 133-49
- Richards J.R., Schnelle P.D.
PERSPECTIVES ON INDUSTRIAL REACTOR CONTROL
Chem. Eng. Prog. , Oct 1988, pgs. 32-6
- Rosenstein M.T., Collins J.J., De Luca C.J.
A PRACTICAL METHOD FOR CALCULATING LARGEST LYAPUNOV EXPONENTS
FROM SMALL DATA SETS
Physica D 65 1993, pgs. 117-34

Roux J.C., Simoyi R.H., Swinney H.L.
OBSERVATION OF A STRANGE ATTRACTOR
Physica D 8, 1983, pgs. 257-66

Rowlands G., Sprott J.C.
EXTRACTION OF DYNAMICAL EQUATIONS FROM CHAOTIC DATA
Physica D 58, 1992, pgs. 251-59

Roy R., Davidson J.F. y Tuponogov V.G.
Chem.Eng.Sci. 45, 11, 1990, pgs. 32-33

Sancho J.M.
FLUCTUACIONES EN PROCESOS NATURALES
I. y Ciencia Feb., 1988, pgs. 16-23

Sander, L.M.
CRECIMIENTO FRACTAL
Investigación y Ciencia, Mar., 1987, pgs. 66-73

Sander L.M.
CRECIMIENTO FRACTAL
I. y C., Marz. , 1987

Saxena S.C. Rao N.S. y Zhou S.J.
FLUIDIZATION REGIME DELINEATION IN GAS FLUIDIZED BEDS
AIChE Symp.Ser. 86, 276, pgs. 95-103

Schouten J.C. y Van der Bleek C.M.
CHOTIC HYDRODYNAMICS OF FLUIDIZATION: CONSEQUENCES FOR SCALING AND
MODELING REACTORS
AIChE Symp.Ser. Fluid Process. 88, 289, pgs. 70-84

Shuster, W.W. y Kisliak, P.
Chem.Eng.Prog. V.48, 52, pg. 455

Simó C.

COMO ENTENDER EL CAOS DETERMINISTA

Mundo Científico 11, 115, 1991, pgs. 698-709

Skrzycke D.P., Nguyen K. y Daw C.S.

CHARACTERIZATION OF THE FLUIDIZATION BEHAVIOUR OF DIFFERENT SOLID TYPES BASED ON CHAOTIC ANALYSIS

Fluid.Bed.Combustion Congress ASME 1, 1993, pgs. 155-66

Stevens P.

PATRONES Y PAUTAS EN LA NATURALEZA

Salvat Editores Barcelona 1989

Stewart I.

¿JUEGA DIOS A LOS DADOS?

Ed. Crítica Barcelona 1991

Sugihara G. y May R.M.

NONLINEAR FORECASTING AS A WAY OF DISTINGUISHING CHAOS FROM MEASUREMENT ERROR IN TIME SERIES

Nature 344, 1990, pgs. 734-41

Sun J., Chen M.M. y Chao B.T.

Proc. of the 1st W.Conf. on Exptl.Heat Transf.Fluid Mech. ed.Elsevier 1988, pg. 1310

Svoboda K. Cermak J. Hartman M. Drahos J. Selucky K.

PRESSURE FLUCTUATIONS IN GAS FLUIDIZED BEDS AT ELEVATED TEMPERATURES

Ind.Eng.Chem.Proc.Des.Dev. 22, 1983, pgs. 514-20

Swinney H.L., Gollub J.P.

CHARACTERIZATION OF HYDRODINAMIC STRANGE ATTRACTORS

Physica D 18, 1986, pgs. 448-54

Tabor M.

CHAOS AND INTEGRABILITY IN NONLINEAR DINAMICS

Ed. Wiley and Sons N.Y. 1989

Tamarin, A.I.
Ins.Chem.Eng. V. 4, 1964, pg. 50

Tam S.W. y Devine M.K.
A STUDY OF FLUIDIZED BED DYNAMICAL BEHAVIOR: A CHAOS PERSPECTIVE
Applied Chaos Wiley and Sons, inc. 1992

Tam T.W., Devine M.K.
MEASURES OF COMPLEXITY AND CHAOS
Ed. Plenum Press N.Y. 1989

Theiler J.
ON THE EVIDENCE FOR LOW-DIMENSIONAL CHAOS IN A EPILEPTIC
ELECTROENCEPHALOGRAM
Physics Letters A 196, 1995, pgs. 335-41

Theiler J., Eubank S., Longtin A., Galdrikian B., Farmer J.D
TESTING FOR NONLINEARITY IN TIME SERIES: THE METHOD OF SURROGATE
DATA
Physica D 58, 1992, pgs. 77-94

Tsukada M. y Horio M.
GAS MOTION AND BUBBLE FORMATION AT THE DISTRIBUTOR OF A FLUIDIZED
BED
Powder Technology 63, 1990, pgs. 69-74

Van der Stappen M.L.M., Schouten J.C. y van der Bleek C.M.
DETERMINISTIC CHAOS ANALYSIS OF THE DYNAMICAL BEHAVIOR OF SLUGGING
AND BUBBLING FLUIDIZED BEDS
Fluid.Bed Combustion Congress ASME 1, 1993, pgs. 129-39

Van der Stappen M.L.M., Schouten J.C., y Van der Bleek
APLICACION OF DETERMINISTIC CHAOS THEORY IN UNDERSTANDING THE FLUID
DYNAMIC BEHAVIOR OF FLUIDIZATION
AIChE Symp.Ser. Fluid-Particle Processes 89, 296, 1993, pgs. 91-102

Verloop J. y Heertjes M.
PERIODIC PRESSURE FLUCTUATIONS IN FLUIDIZED BEDS
Chem.Eng.Sci. 29, 42, 1974, pgs. 1035-41

Wagensberg J.
LA NECESIDAD DEL AZAR
Mundo Científico 1, 1986, pgs. 32-43

Winter O.
DENSITY AND PRESSURE FLUCTUATIONS IN GAS FLUIDIZED BEDS
AIChE J. 14, 3, 1968, pgs. 426-34

Win K.K., Nowak W., Matsuda H., Hasatani M.
PRESSURE FLUCTUATIONS IN A MULTI-SOLID FLUIDIZED BED
J. of Chem. Eng. of Japan 27, 2, 1994, pgs. 152-57

Wolfram S.
PROGRAMACION EN CIENCIAS Y MATEMATICAS
I. y Ciencia 124-138

Wolf A., Swift J.B., Swinney H.L., Vastano J.A.
DETERMINING LYAPUNOV EXPONENTS FROM A TIME SERIES
Physica D 16, 1985, pgs. 285-317

Wong H.W. y Baird M.H.I.
Chem.Eng.J. 2, 1971, pg. 104

Wu X. y Schelly Z.A.
THE EFFECTS OF SURFACE TENSION AND TEMPERATURE ON THE NON LINEAR
DYNAMICS OF THE DIPPING FAUCET
Physica D 40, 1989, pgs. 433-43

Yip K.P., Marsh D.J. y Holstein-Rathlou N.H.
EVIDENCE OF LOW DIMENSIONAL CHAOS IN RENAL BLOOD FLOW CONTROL IN
GENETIC AND EXP. HYPERTENSION
Physica D 80, 1995, pgs. 95-104

Yoshida K. , Nakajima K. Hamatani N. y Shimizu F.
SIZE DISTRIBUTION OF BUBBLES IN GAS FLUIDIZED BEDS
Fluidization (Cambridge University Press) 1978

Zenz F.A., Othmer D.F.
FLUIDIZATION AND FLUID-PARTICLE SYSTEMS Chapman and Hall LTD. London 1960

```

5 REM "apêndice A"
10 SCREEN 2
20 CLS
30 DIM P(2000):DIM PSI(2000)
40 TOTPSI=0
50 D(0)=0
60 WINDOW(-11,-9)-(11,9)
70 S$="a:onda"+N$+".asc"
80 OPEN "i",#1,S$
90 FOR N=1 TO 2000
100 INPUT#1,P(N),Q
110 NEXT
120 CLOSE #1
130 REM ***** c lculo de presiã media *****
140 LOCATE 10,40:PRINT"calculando media"
150 FOR N=1 TO 2000
160 TOT=TOT+P(N)
170 NEXT
180 MED=TOT/2000
190 CLS
200 REM ***** c lculo del coeficiente de autocorrelaciã (psi)*****
210 LOCATE 10,40:PRINT"calculando funciã"
220 WINDOW(0,-1)-(1005,1)
230 FOR H=-1 TO 1 STEP .1
240 LINE(0,H)-(1000,H)
250 NEXT
260 LINE(0,.02)-(40,.02)
270 FOR NA=0 TO 1000 STEP 5
280 LOCATE 1,60:PRINT"na=";NA;"/1000"
290 IF NA=0 THEN 310
300 LOCATE 2,60:PRINT "coef=";ABS(PSI(NA-5))
310 FOR N=1 TO 2000-NA
320 NUM=NUM+(P(N)-MED)*(P(N+NA)-MED)
330 DEN=DEN+(P(N)-MED)^2
340 NEXT
350 IF NUM=DEN THEN PSI(NA)=1:GOTO 370
360 PSI(NA)=NUM/DEN
370 NUM=0:DEN=0
380 IF NA=0 THEN 400
390 LINE(NA,PSI(NA)) (NA=5,PSI(NA)=1)
400 NEXT
410 REM ***** c lculo del coeficiente de autocorrelaciã medio ***
420 FOR NA=1 TO 1000
430 TOTPSI=TOTPSI+ABS(PSI(NA))
440 NEXT
450 LOCATE 1,1:PRINT"valor tot ";TOTPSI/1000
460 END

```

```

0 REM apendice b
0 SCREEN 2
0 CLS
0 DIM P(2000):DIM PSI(2000)
0 TOTPSI=0
0 D(0)=0
0 WINDOW(-11,-9)-(11,9)
0 S$="a:onda"+N$+".asc"
0 OPEN "i",#1,S$
00 FOR N=1 TO 2000
10 INPUT#1,P(N),Q
20 NEXT
30 CLOSE #1
40 REM ***** c lculo de presiÃn media *****
50 LOCATE 10,40:PRINT"calculando media"
60 FOR N=1 TO 2000
70 TOT=TOT+P(N)
80 NEXT
90 MED=TOT/2000
00 CLS
10 REM ***** c lculo del coeficiente de autocorrelaciÃn (psi)*****
20 LOCATE 10,40:PRINT"calculando funciÃn"
30 WINDOW(0,-1)-(1005,1)
40 FOR H=-1 TO 1 STEP .1
50 LINE(0,H)-(1000,H)
60 NEXT
70 LINE(0,.02)-(40,.02)
80 FOR NA=0 TO 1000 STEP 5
90 LOCATE 1,60:PRINT"na=";NA;"/1000"
00 IF NA=0 THEN 320
10 LOCATE 2,60:PRINT "coef=";ABS(PSI(NA-5))
20 FOR N=1 TO 2000-NA
30 NUM=NUM+(P(N)-MED)*(P(N+NA)-MED)
40 DEN=DEN+(P(N)-MED)^2
50 NEXT
60 IF NUM=DEN THEN PSI(NA)=1:GOTO 380
70 PSI(NA)=NUM/DEN
80 NUM=0:DEN=0
90 IF NA=0 THEN 410
00 LINE(NA,PSI(NA))-(NA-5,PSI(NA-5))
10 NEXT
20 REM ***** c lculo del coeficiente de autocorrelaciÃn medio ***
30 FOR NA=1 TO 1000
40 TOTPSI=TOTPSI+ABS(PSI(NA))
50 NEXT
60 LOCATE 1,1:PRINT"valor tot=";TOTPSI/200
70 END

```

```

10 REM apendice c
20 DIM X(3000):DIM D(3000)
30 CLS
40 ND=2000
50 REM ***** lectura de datos del disco *****
60 LOCATE 1,1:INPUT"experimento=",N$
70 S$="a:onda"+N$+".asc"
80 OPEN "I",#1,S$
90 LOCATE 16,40:PRINT"tomando datos....."
100 FOR I=15 TO ND
110 INPUT#1,X(I),Q
120 LOCATE 2,1:PRINT I
130 NEXT I
140 CLOSE #1
150 CLS
160 REM ***** atractor x, dx *****
170 WINDOW(2,-.1)-(3,.1)
180 FOR CX=-4 TO 4 STEP .5:LINE(CX,1)-(CX,-1):NEXT
190 FOR CY=-1 TO 1 STEP .2:LINE(-4,CY)-(4,CY):NEXT
200 LOCATE 1,1:PRINT"atractor de la seÑal"
210 FOR N=16 TO ND
220 LINE(X(N),X(N)-X(N-1))-(X(N-1),X(N-1)-X(N-2))
230 NEXT
240 FOR N=16 TO ND:D(N)=X(N):NEXT
250 W=17
260 WINDOW(0,-2)-(2000,15)
270 CLS
280 LOCATE 1,50:PRINT"experimento ";N$
290 FOR Y=-0! TO 15 STEP 1
300 LINE(0,Y)-(2000,Y)
310 NEXT
320 FOR X=0 TO ND STEP 100
330 PSET(X,0):DRAW"u2"
340 NEXT
350 REM ***** exponente de liapunov *****
360 LOCATE 1,50:PRINT"experimento ";N$
370 DISTA=100:U=W
380 LOCATE 1,1:PRINT"explorando ..... pto base"
390 LOCATE 1,40:PRINT U
400 FOR K=W TO ND
410 IF K>U-10 AND K<U+10 THEN 450
420 DISX=D(K)-D(U):DISY=D(K)-D(K-1)-D(U)+D(U-1):DIST=(DISX^2+DISY^2)^.5
430 IF DIST<.0000001 THEN DIST=.0000001
440 IF DIST<DISTA THEN V=K:DISTA=DIST
450 NEXT K
460 U=U+11:V=V+11
470 LX=D(U)-D(V):LY=D(U)-D(U-1)-D(V)+D(V-1):L=(LX^2+LY^2)^.5
480 IF L<1E-08 THEN L=.0000001
490 NLIAP=NLIAP+1:TOTLIAP=TOTLIAP+LOG(L/DISTA):LIAP=TOTLIAP/NLIAP
500 LOCATE 2,10:PRINT"
510 LOCATE 2,1:PRINT"exp.liap=";LIAP
520 REM LOCATE 3,1:PRINT L/DISTA
530 LINE(10*NLIAP,LIAP)-(10*(NLIAP-1),LIAPA)
540 LIAPA=LIAP
550 DISTA=100:V=0
560 U=U+8
570 GOTO 390

```



```

10 REM apendice d
20 H=1
30 SCREEN 2:KEY OFF:CLS
40 DIM P1(1000):DIM P2(1000):DIM P3(1000):DIM P4(1000):DIM P5(1000):DIM P6(1000)
:DIM P7(1000):DIM P8(1000):DIM P(1000):DIM C(100)
50 PMIN=1000
60 S$="c:\bodega4\fin2022.asc"
70 OPEN "i",#1,S$
80 FOR N=1 TO 1000
90 INPUT#1, P(N),T
100 REM ***** filtrado de datos *****
110 F=.3
120 IF N<21 THEN GOTO 170
130 P(N)=(1-F)*P(N-1)+F*P(N)
140 REM *****localizaciÃn del mÃximo y mÃnimo *****
150 IF P(N)>PMAX THEN PMAX=P(N)
160 IF P(N)<PMIN THEN PMIN=P(N)
170 NEXT
180 DIST=PMAX-PMIN
190 WINDOW(0,0)-(20,20)
200 REM ** renormalizaciÃn del valor de las presiones de 0 a 20 *****
210 FOR N=10 TO 1000
220 P(N)=20*(P(N)-PMIN)/DIST
230 PSET(P(N),P(N-10))
240 NEXT
250 REM ***** preparaciÃn de 8 juegos de coordenadas *****
260 FOR E=1 TO 900
270 P1(E)=P(E)
280 P2(E)=P(E+10)
290 P3(E)=P(E+20)
300 P4(E)=P(E+30)
310 P5(E)=P(E+40)
320 P6(E)=P(E+50)
330 P7(E)=P(E+60)
340 P8(E)=P(E+70)
350 NEXT
360 CLS
370 REM *** comienza la representaciÃn de las curvas *****
380 H=H+1
390 IF H>8 THEN END
400 LOCATE 19,1:PRINT"dimensiÃn=";H
410 FOR F=10 TO 900 STEP 30
420 FOR G=11 TO 900 STEP 30
430 LOCATE 1,1:PRINT"fase 2"
440 LOCATE 2,1:PRINT F;G
450 NPE=NPE+1
460 REM ***** calculo de la distancia entre puntos *****
470 ON H GOTO 480,480,490,500,510,520,530,540
480 DI=((P1(F)-P1(G))^2+(P2(F)-P2(G))^2)^.5:GOTO 560
490 DI=((P1(F)-P1(G))^2+(P2(F)-P2(G))^2+(P3(F)-P3(G))^2)^.5:GOTO 560
500 DI=((P1(F)-P1(G))^2+(P2(F)-P2(G))^2+(P3(F)-P3(G))^2+(P4(F)-P4(G))^2)^.5:G
560

```

```

510 DI=((P1(F)-P1(G))^2+(P2(F)-P2(G))^2+(P3(F)-P3(G))^2+(P4(F)-P4(G))^2+(P5(F)-P5(G))^2)^.5:GOTO 560
520 DI=((P1(F)-P1(G))^2+(P2(F)-P2(G))^2+(P3(F)-P3(G))^2+(P4(F)-P4(G))^2+(P5(F)-P5(G))^2+(P6(F)-P6(G))^2)^.5:GOTO 560
530 DI=((P1(F)-P1(G))^2+(P2(F)-P2(G))^2+(P3(F)-P3(G))^2+(P4(F)-P4(G))^2+(P5(F)-P5(G))^2+(P6(F)-P6(G))^2+(P7(F)-P7(G))^2)^.5:GOTO 560
540 DI=((P1(F)-P1(G))^2+(P2(F)-P2(G))^2+(P3(F)-P3(G))^2+(P4(F)-P4(G))^2+(P5(F)-P5(G))^2+(P6(F)-P6(G))^2+(P7(F)-P7(G))^2+(P8(F)-P8(G))^2)^.5:GOTO 560
550 REM ***** recuento del numero de puntos para cada distancia *****
560 FOR RM=INT(DI) TO 21 STEP 1
570 C(RM)=C(RM)+1
580 NEXT
590 NEXT
600 NEXT
610 LOCATE 2,1:PRINT"          "
620 LOCATE 1,1:PRINT"fase 1"
630 FOR RM=1 TO 100
640 C(RM)=C(RM)/NPE
650 NEXT
660 LOCATE 1,1:PRINT"fase 0"
670 WINDOW(LOG(1),LOG(.01))-(LOG(20),LOG(1))
680 FOR RM=2 TO 100
690 IF C(RM)=0 OR C(RM-1)=0 THEN 710
700 LINE(LOG(RM),LOG(C(RM)))-(LOG(RM-1),LOG(C(RM-1)))
710 NEXT
720 NPE=0
730 FOR RM=1 TO 100
740 C(RM)=0
750 NEXT
760 GOTO 380

```

```
10 REM apendice g
20 F=2
30 DATA 01,02,03,04,05,06,07,08,09,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23
,25,26,27,28,29,30,31,32,33,34
40 DIM P(2010)
50 CLS:KEY OFF
60 SCREEN 2
70 WINDOW(5,0)-(110,40)
80 READ N$
90 S$="c:\bodega2\fft10"+N$+".asc"
100 OPEN "i",#1,S$
110 FOR N=1 TO 100
120 INPUT#1,P(N),T
130 NEXT
140 FOR N=10 TO 100
150 IF P(N)>P(N-1) AND P(N)>P(N+1) THEN MED=(P(N-1)+P(N+1))/2:R=P(N)-MED:CIRC
N,F),R/20
160 NEXT
170 CLOSE#1
180 F=F+1:NP=0:GOTO 80
```

```
10 REM apendice h
20 CLS
30 LOCATE 1,1:INPUT"K=",K
40 SCREEN 2
50 WINDOW(-10,-100!)-(10,100!)
60 LINE(0,-100)-(0,100),1
70 LINE(-10,0)-(10,0),1
80 FOR G=-10 TO 10 STEP .1
90 PSET(G,K*G),2
100 NEXT
110 FOR G=-10 TO 10 STEP .1
120 H=G-3.5
130 GN=.5*H^3-6*H^2+70+.36*(H^18)^(1/10)+1*(H^12)^(1/5)-.5*(H^4)^(1/5)-1*(H^
(.1)
140 PSET(G,GN)
150 NEXT
160 RANDOMIZE TIMER
170 G=1+RND
180 B=-9
190 H=G-3.5
200 GN=.5*H^3-6*H^2+70+.36*(H^18)^(1/10)+1*(H^12)^(1/5)-.5*(H^4)^(1/5)-1*(H^
(.1)
210 LINE(A,GNA)-(A,GN),1
220 LINE(G,GN)-(GN/K,GN),1
230 A=GN/K:GNA=GN
240 FOR T=1 TO 100!:NEXT T
250 B=B+.01
260 PSET(B,GN)
270 G=GN/K: GOTO 190
```

```

10 REM apendice i
20 KEY OFF
30 S=1.5
40 W=-2000
50 RANDOMIZE TIMER
60 CLS
70 DIM UB(610):DIM DB(600):DIM POSI(600): DIM TFB(600):DIM DOB(600):DIM POSIA
0)
80 SCREEN 2
90 REM DATOS INICIALES
100 L=30: E=.5:UMF=.5: N=2: TG=0: NBV1=1: NBV2=0: ROS=1.5: ROG=.0012: DLF=10:
980: DP=.05: MU=.00018: US=UMF*((N+2)/3): P0=(1-E)*(ROS-ROG)*G*L: U0=N*UMF
110 LOCATE 1,1:INPUT"TA(en dec. de seg.)=",TA
120 LOCATE 2,1:INPUT"TI(en dec. de seg.)=",TI
130 NBV1P=NBV1
140 PT=P0
150 FOR NB=NBV1 TO NBV2
160 UB(NB)=(U0-UMF)+.711*(G*DB(NB))^.5
170 POSI(NB)=POSI(NB)+UB(NB)*.1
180 DB(NB)=DOB(NB)+1.4*ROS*DP*U0*POSI(NB)/UMF
190 IF POSI(NB)<L THEN 240
200 DB(NB)=1.4*ROS*DP*U0*L/UMF+DOB(NB)
210 NBV1P=NBV1P+1
220 IL=2*DB(NB)^3/(3*DLF^2)
230 IP=IP+(2000*MU*US/DP^2)*((1-E)/E)^2*(L-IL)*(1+RND*.1)
240 NEXT
250 PTA=PT:PT=P0+IP
260 IF IP>1 THEN IP=IP/(1+RND*.3):GOTO 280
270 IP=0
280 NBV1=NBV1P
290 REM recalculo del tamaño de las burbujas para otra presion
300 FOR NB=NBV1 TO NBV2
310 DB(NB)=(P0/PT)^.33333*DB(NB)
320 NEXT
330 REM INYECCION DE BURBUJA
340 IF INT(TG/TI)=(TG/TI) THEN 360
350 GOTO 400
360 NBV2P=NBV2P+1
370 VB=U0*3.14*(DLF/2)^2*(TA/(PT^1/P0))*1
380 DOB(NBV2P)=(VB*6/3.14)^.3333
390 DB(NBV2P)=DOB(NBV2P)
400 WINDOW(0,22000)-(90,94150!)
410 LINE(TG,PT+W)-(TG+.5,(PT+PTA)/2+W)
420 LINE(TG+.5,(PT+PTA)/2+W)-(TG-1,PTA+W)
430 NBV2=NBV2P
440 TG=TG+1
450 IF TG>90 THEN NBV1P=0:NBV2P=0:NBV1=1:NBV2=0:TA=TA+10:TI=TI+0:PT=P0:FOR Y=
0 100:UB(Y)=0:DOB(Y)=0:POSIA(Y)=0:POSI(Y)=0:DB(Y)=0:NEXT
460 IF TG>90 THEN LOCATE 2,1:PRINT"TI(en dec. de seg.)=";TI
470 IF TG>90 THEN LOCATE 1,1:PRINT"Ta(en dec. de seg.)=";TA:TG=0:W=W+5000
480 IF TA>100 THEN END
490 GOTO 150

```

```

1 KU=1000
10 WINDOW(0,0)-(10,200)
20 DIM DBF(90):DIM E$(90):DIM TU(90):DIM DB(90):DIM HS(90):DIM UB(90):DIM HB(90)
:DIM IHS(90):DIM TF(90)
30 CLS
35 FOR J=1 TO 90
36 E$(J)="1"
37 NEXT J
40 LOCATE 10,15:PRINT"PROGRAMA GENERADOR DE TRENES DE BURBUJA. FLULF31"
45 FOR T=1 TO 10000:NEXT T
50 CLS
60 LOCATE 1,10:INPUT"Caudal de gas fluidizante (cm3/sg)=",G
70 LOCATE 2,10:INPUT"tiempo de apertura de v lvula (sg)=",TA
80 LOCATE 3,10:INPUT"tiempo de intervalo entre aperturas de v lvula (sg)=",TI
90 LOCATE 4,10:INPUT"Altura del lecho (cm)=",HLECHO
100 LINE(0,HLECHO)-(10,HLECHO)
170 LOCATE ((200-HLECHO)/8)-1,2:PRINT"altura del lecho"
180 N=1:TU=.01
190 F=F+1:TU=F*.01+.01
200 REM bucle para asignar a cada burbuja su tiempo de evolución
210 FOR Q=0 TO N
220 TU(Q)=TU-(Q-1)*(TA+TI)
230 NEXT Q
240 REM si la siguiente condición se cumple, se desprender la burbuja
245 IF E$(N)="c" THEN GOTO 380
250 IF TU>(N*TA+(N-1)*TI) THEN 380
260 REM c lculo de caract. de burbuja en formación
265 IF E$(N)="c" THEN 380
270 NBL=N-1
279 IHS(N)=6/7*1*980^.5*(6*G/3.14)^(1/6)*.01^(7/6)+.5*(6*G/3.14*.01)^(.3333:DB
)=DBF(N)+IHS(N)
281 HS(N)=HS(N)+IHS(N)
290 REM la siguiente condición supone burbuja esférica
300 DB(N)=DBF(N)
310 IF N=1 THEN 430
320 REM direcc.600-"C" c lculo caract. burbujas libres. direcc.690-"A"explora
eracciones entre burbujas. Direcc.840-"B"explora interaccion entre penúltima
buja y la que se est formando.
330 GOSUB 610
340 GOSUB 700
350 GOSUB 840
360 GOTO 430
370 REM las lineas 300 a la 330, estan preparadas por si no hay burbuja en fo
i n simultanea.
380 NBL=N
390 GOSUB 610
400 IF N=1 THEN 430
410 GOSUB 700
420 REM presentación de resultados en pantalla
430 FOR H=1 TO N
431 IF HS(H)>HLECHO OR E$(H)="c" THEN 570
432 IF DB(H)=0 THEN 570
560 LINE(TU,HS(H))-(TU,HB(H))
570 NEXT H

```

```

580 IF TU>(N*TA+N*TI) THEN N=N+1:GOTO 190
590 GOTO 190
600 REM empieza rutina "C"
610 FOR NB=1 TO NBL
615 IF E$(NB)="c" THEN 670
620 IF DB(NB)=0 THEN 670
630 IF HS(NB)>HLECHO THEN 670
640 UB(NB)=.54*(980*DB(NB))^.5
641 FOR Z=1 TO NB-1
642 IF HS(Z)>HLECHO-2 THEN 644
643 IUB=IUB+KU*(HB(Z)-HS(NB))^( -2)*(DB(Z)*DB(NB))^.5
644 NEXT Z
645 UB(NB)=UB(NB)+IUB:IUB=0
647 IHS(NB)=UB(NB)*.01
650 HS(NB)=HS(NB)+IHS(NB)
655 IF HS(NB)>HLECHO THEN LINE(TU,HLECHO)-(TU,HLECHO+10):R=R+1:TF(R)=TU
656 IF HS(NB)>HLECHO AND R>3 THEN PSET(8+3*(TF(R)-TF(R-1)),90+50*(TF(R-1)-TF(R)))
657 LOCATE 10,1:PRINT R
660 HB(NB)=HS(NB)-DB(NB)
661 REM DB(NB)=((10^6+980*(HLECHO-HS(NB)+IHS(NB)))/(10^6+980*(HLECHO-HS(NB))))
663*DB(NB)
670 NEXT NB
680 RETURN
690 REM empieza rutina "A"
700 FOR NB=1 TO NBL-1
710 IF HS(NB)>HLECHO THEN 820
712 IF E$(NB)="c" THEN 820
715 FOR J=NB+1 TO NBL
716 IF E$(NB)="c" THEN 735
720 IF HB(NB)<HS(J) THEN E$(J)="c":GOTO 750
735 NEXT J
740 GOTO 820
750 DB(NB)=(DB(NB)^3+DB(J)^3)^.33333
755 SOUND 2000,.1
760 HS(NB)=HS(NB)+(1/3)*DB(J)
765 HB(NB)=HS(NB)-DB(J)
780 HB(J)=HLECHO+3
790 HS(J)=0
800 DB(J)=0
820 NEXT NB
830 RETURN
840 REM empieza rutina "B"
845 IF E$(NBL)="c" THEN GOTO 940
850 IF HB(NBL)<HS(N) THEN E$(N)="c":GOTO 880
870 GOTO 940
880 DB(NBL)=(DB(NBL)^3+DB(N)^3)^.3333
885 SOUND 1000,.1
890 HS(NBL)=HS(NBL)+.33*DB(N)
891 HB(NBL)=HB(NBL)-DB(N)
900 HS(N)=0
910 DB(N)=0
920 HB(N)=HLECHO+3
930 REM LOCATE 11,11+4*(NB):PRINT E$(NBL)
940 RETURN

```

```

10 REM apendice k
20 CLS
30 RANDOMIZE TIMER
40 SCREEN 2
50 KEY OFF
60 WINDOW(0,0)-(10,200)
70 DIM E$(50):DIM TB(50):DIM TF(50):DIM DB(50):DIM HS(50):DIM UB(50):DIM HB(50)
80 DIM IHS(50):DIM O(50):DIM TL(50):DIM T(50)
90 LOCATE 1,10:INPUT"Caudal de gas fluidizante (cm3/sg)=",G
100 LOCATE 2,10:INPUT"tiempo de apertura de v lvula (sg)=",TA
110 LOCATE 3,10:INPUT"tiempo de intervalo entre aperturas de v lvula (sg)=",TI
120 LOCATE 4,10:INPUT"Altura del lecho (cm)=",HLECHO
130 LOCATE 5,10:INPUT"Max. diam. burb.=",DBM
140 LINE(0,HLECHO)-(10,HLECHO)
150 LOCATE ((200-HLECHO)/8)-1,2:PRINT"altura del lecho"
160 E$(1)="m"
170 NB=1:E$(1)="f":TF(1)=0:NBO=1
180 F=F+1:T=F*.01
190 IF T>(NBO*(TA+TI)) THEN NB=NB+1:NBO=NBO+1:E$(NB)="f":TF(NB)=T-.0101
200 A$=INKEY$
210 IF A$="a" OR NB>45 THEN 800
220 E$(1)="m"
230 FOR A=1 TO NB
240 TB(A)=T-TF(A)
250 IF E$(A)="m" THEN 290
260 IF E$(A)="f" THEN GOTO 460
270 IF E$(A)="l" THEN GOTO 520
280 IF DB(A)>DBM THEN SOUND 1000,.1:NB=NB+1:GOTO 690
290 LINE(T,HS(A))-(T,HB(A)):PSET(T,HB(A)+(DB(A)/2)),0
300 NEXT A
310 REM exploración de coalescencias
320 FOR Z=2 TO NB
330 FOR K=2 TO NB
340 IF K=Z THEN 420
350 IF E$(K)="m" OR E$(Z)="m" THEN 420
360 IF HS(K)>HB(Z) AND HS(K)<HS(Z) AND O(K)<>O(Z) THEN SOUND 500,.1:GOTO 370
370 GOTO 420
380 E$(K)="m":C=C+1
390 O(Z)=0
400 DB(Z)=DB(Z)+DB(K)*.8
410 HS(Z)=HS(Z)+.3*DB(Z)
420 HB(Z)=HS(Z)-HB(Z)
430 NEXT K
440 NEXT Z
450 C=0
460 GOTO 170
470 REM cract. burb. en formacion
480 IF T>(NBO*TA+(NBO-1)*TI) THEN E$(A)="l":GOTO 260
490 IHS(A)=((6/3.14)*G*TB(A))^(1/3)-((6/3.14)*G*(TB(A)-.01))^(1/3)
500 HS(A)=HS(A)+IHS(A)

```



```

500 DB(A)=HS(A)
510 GOTO 260
520 REM caract. burb. libres
530 IF HS(A)>HLECHO THEN E$(A)="m":LINE (T,HLECHO)-(T,HLECHO+15*DB(A)/DBM):N
BL+1:T(NBL)=T:TL(NBL)=T-T(NBL-1): GOTO 650
540 IF S<2 THEN 580
550 FOR S=1 TO A-1
560 IF HB(S)>HS(A) AND E$(S)="1" THEN EXUB=EXUB+1/(HB(S)-HS(A))^4+1*DB(S)
570 NEXT
580 UB(A)=.54*(980*DB(A))^.5
590 UB(A)=UB(A)+EXUB
600 IHS(A)=UB(A)*.01
610 EXUB=0
620 HS(A)=HS(A)+IHS(A)
630 HB(A)=HS(A)-DB(A)
640 DB(A)=((10^6+980*(HLECHO-HS(A)+IHS(A)))/(10^6+980*(HLECHO-HS(A))))^.3333
A)
550 J=J+1
660 IF J<4 THEN 680
670 GOSUB 800
680 GOTO 270
690 REM exploraci n de particiones
700 B=100:C=RND*B:P=(B-C)^2/(C^2+(B-C)^2)
710 IF E$(A)="f" THEN 750
720 DB(NB)=DB(A)*P:E$(NB)="1":TF(NB)=T-.001
730 DB(A)=(1-P)*DB(A):HB(A)=HS(A)-DB(A)
740 HS(NB)=HS(A):HB(NB)=HS(NB)-DB(NB):O(NB)=A:O(A)=A:GOTO 280
750 B=100:C=RND*B:P=(B-C)^2/(C^2+(B-C)^2)
760 DB(NB)=DB(A)*P:E$(NB)="f":TF(NB)=T-.001
770 DB(A)=(1-P)*DBM:HB(A)=HS(A)-DB(A):E$(A)="1"
780 HS(NB)=HB(A)-.1:HB(NB)=0:O(NB)=A:O(A)=A:GOTO 280
790 REM empieza la rutina de repres. atractor
800 WINDOW(-4,-4)-(3,3)
810 FOR N=2 TO NBL-2
820 PSET(TL(N+1)-TL(N),TL(N+2)-TL(N+1))
830 NEXT N
WINDOW(0,0)-(10,200)
850 RETURN

```

```
10 REM apendice 1
20 CLS
30 SCREEN 2
40 WINDOW(7,50)-(40,195)
50 A=15
60 A=A-.1
70 LOCATE 1,1:PRINT"a=";A
80 J=2
90 MM=0
100 C=2
110 K=50
120 G=9.810001
130 B=2
140 DT=.005
150 XLIM=.4
160 FOR N=2 TO 10000
170 X=(A*G*DT+MM*G+MA*G+C*XA/DT+MM*(2*XA-XAA)/DT^2+(MA+A*DT)*(2*XA-XAA)/DT^2)+C/DT+MM/DT^2+(MA+A*DT)/DT^2
180 M=MA+MM+A*DT
190 IF X>XLIM THEN V=V+1:M=M-B*(X-XA)/DT:PSET((T-TA)*25+10,52+8*A):TA=T
200 IF M<0 THEN M=MM
210 XAA=XA:XA=X:MA=M
220 S=M*.7+10:R=70-X*150+90
230 SA=S:RA=R
240 REM LOCATE 2,1:PRINT T
250 T=T+DT
260 IF V>30 THEN V=0:T=0:MA=0:XA=0:XAA=0:SA=0:RA=0:GOTO 60
270 NEXT N
```

```
10 REM apendice m
20 CLS
30 WINDOW(7,50)-(40,195)
40 A=15
50 A=A-.1
60 LOCATE 1,1:PRINT"a=";A
70 J=2
80 MM=0
90 C=2
100 K=50
110 G=9.810001
120 B=2
130 DT=.005
140 XLIM=.4
150 FOR N=2 TO 10000
160 X=(A*G*DT+MM*G+MA*G+C*XA/DT+MM*(2*XA-XAA)/DT^2+(MA+A*DT)*(2*XA-XAA)/DT^2)+C/DT+MM/DT^2+(MA+A*DT)/DT^2
170 M=MA+MM+A*DT
180 IF X>XLIM THEN V=V+1:M=M-B*(X-XA)/DT:PSET((T-TA)*25+10,52+8*A):TA=T
190 IF M<0 THEN M=MM
200 XAA=XA:XA=X:MA=M
210 S=M*.7+10:R=70-X*150+90
220 SA=S:RA=R
230 REM LOCATE 2,1:PRINT T
240 T=T+DT
250 IF V>30 THEN V=0:T=0:MA=0:XA=0:XAA=0:SA=0:RA=0:GOTO 50
260 NEXT N
```

```

10 REM apêndice n
20 SCREEN 2
30 KEY OFF
40 CLS
50 RANDOMIZE TIMER
60 WINDOW(0,0)-(10,200)
70 DIM E$(990):DIM TB(990):DIM TF(990):DIM DB(990):DIM HS(990):DIM UB(990):DI
B(990):DIM IHS(990):DIM O(990):DIM TL(990)
80 DIM X(350):DIM M(350):DIM MB(99):DIM VB(99)
90 LOCATE 17,40:INPUT"Caudal de gas fluidizante (cm3/sg)=",Q
100 LOCATE 18,40:INPUT"tiempo de apertura de vlvula (sg)=",TA
110 LOCATE 19,40:INPUT"tiempo de intervalo (sg)=",TI
120 LOCATE 20,40:INPUT"Altura del lecho (cm)=",HLECHO
130 LOCATE 21,40:INPUT"Max. diam. burb.=",DBM
140 LOCATE 22,40:INPUT"valor de A(.2-7.8)=",AP
150 LOCATE 1,1:PRINT" ";
160 LINE(0,HLECHO)-(10,HLECHO)
170 REM LOCATE ((200-HLECHO)/8)-1,2:PRINT"altura del lecho"
180 NB=0:NBO=0:F=-1
190 F=F+1:T=F*.01:LOCATE 7,1:PRINT T;NBO*(TA+TI);NB;NBO;"      ":LOCATE
1:PRINT" ";
200 IF INKEY$="a" THEN STOP
210 IF F=NBO*100*(TA+TI) THEN NBO=NBO+1:GOTO 650
220 IF T>(NBO-1)*(TA+TI) AND T<NBO*TA+(NBO-1)*TI THEN 900
230 FOR A=1 TO NB
240 TB(A)=T-TF(A)
250 IF E$(A)="m" THEN 300
260 IF E$(A)="l" THEN GOTO 460
270 IF E$(A)="f" THEN 300
280 IF DB(A)>DBM THEN SOUND 1000,.1:NB=NBO+1:GOTO 560
290 LINE(T,HS(A))-(T,HB(A)):PSET(T,HB(A)+(DB(A)/2)),0
300 NEXT A
310 REM exploraci3n de coalescencias
320 FOR Z=2 TO NB
330 FOR K=2 TO NB
340 IF E$(K)="m" OR E$(Z)="m" THEN 420
350 IF HS(K)>HB(Z) AND HS(K)<HS(Z) THEN SOUND 70,.1:GOTO 370
360 GOTO 420
370 E$(K)="m":C=C+1
380 O(Z)=0
390 DB(Z)=(DB(Z)+DB(K))* .98
400 HS(Z)=HB(Z)+.8*DB(Z)
410 HB(Z)=HB(Z)
420 NEXT K
430 NEXT Z
440 C=0

```

```
450 GOTO 190
460 REM caract. burb. libres
470 IF HS(A)>HLECHO THEN O=O+1:TL(O)=T:E$(A)="m":LINE (T,HLECHO)-(T,HLECHO+3
A)):GOTO 550
480 IF O<4 THEN 500
490 TL(O)=TL(1):PSET(12*(TL(O)-TL(O-1))+3,80+120*(TL(O-1)-TL(O-2))):REM -(12
(O-1)-TL(O-2))+3,80+120*(TL(O-2)-TL(O-3)))
500 UB(A)=.54*(980*DB(A))^.5
510 IHS(A)=UB(A)*.01
520 HS(A)=HS(A)+IHS(A)
530 HB(A)=HS(A)-DB(A)
540 DB(A)=((10^6+980*(HLECHO-HS(A)+IHS(A)))/(10^6+980*(HLECHO-HS(A))))^.3333
A)
550 GOTO 280
560 REM exploraci n de particiones
570 FAP=.9+(1-2*RND)*IR
580 IF E$(A)="f" THEN 620
590 DB(NB)=DB(A)-FAP*DBM:E$(NB)="1":TF(NB)=T-.001
```

```

00 DB(A)=FAP*DBM-.01:HB(A)=HS(A)-DB(A)
10 HS(NB)=HS(A):HB(NB)=HS(NB)-DB(NB):O(NB)=A:O(A)=A:GOTO 290
20 DB(NB)=DB(A)-FAP*DBM:E$(NB)="f":TF(NB)=T-.001
30 DB(A)=FAP*DBM-.01:HB(A)=HS(A)-DB(A):E$(A)="1"
40 HS(NB)=HB(A)-.1:HB(NB)=0:O(NB)=A:O(A)=A:GOTO 290
50 RANDOMIZE TIMER
60 TAA=TA
70 MT=0:NG=0:TF=0:M(1)=0:X(1)=0:X(2)=0:TFB=0
80 C=2
90 K=40
00 G=9.810001
10 B=30
20 DT=.005
30 XLIM=.05
40 S=AP*(1+RND*.04-.02)
   FOR N=2 TO 10000
60 X(N)=(S*G*DT+M(N-1)*G+C*X(N-1)/DT+(M(N-1)+S*DT)*(2*X(N-1)-X(N-2))/DT^2)/(K
DT+(M(N-1)+S*DT)/DT^2)
70 M(N)=M(N-1)+S*DT
80 IF X(N)>XLIM AND X(N)>X(N-1) THEN M(N)=M(N)-B*(X(N)-X(N-1))/DT:NG=NG+1:MT=
B*(X(N)-X(N-1))/DT:SOUND 90,.1:MB(NG)=B*(X(N)-X(N-1))/DT:TF(NG+NB)=TFB+T-.02:
NG+NB)="f":LOCATE 8,1:PRINT"ng=";NG
   IF M(N)<0 THEN M(N)=0
   TFB=TFB+DT
10 IF TFB>TAA THEN 830
20 NEXT N
30 IF NG=0 THEN VB(NB+1)=Q*TA:TF(NB+1)=TFB+T-.02:E$(NB+1)="f":NG=1:GOTO 220
40 FOR KK=NB+1 TO NG+NB
50 VB(KK)=(MB(KK-NB)/MT)*Q*TA
60 DB(KK)=(VB(KK)*6/3.14)^.3333
70 NEXT KK
80 NB=NB+NG
90 GOTO 220
   REM burbujas en formación
10 NN=NB
20 FOR NBF=1 TO NN
30 IF E$(NBF)="m" OR E$(NBF)="1" THEN 1020
40 IF TF(NBF)=0 THEN 230
50 IF T>TF(NBF) THEN 970
60 GOTO 1020
70 E$(NBF)="1":O(NBF)=NBO
   HS(NBF)=DB(NBF)
90 HB(NBF)=0
000 REM NBF=NBF+1
010 REM GOTO 2030
020 NEXT NBF
030 GOTO 230

```

```

10 REM apendice E
20 SCREEN 2
30 WINDOW(-300,-200)-(340,19700)
40 RANDOMIZE TIMER
50 DIM T(100):DIM O(500):DIM AB(500):DIM PB(500):DIM HBB(500):DIM E$(500):DIM
(500):DIM NO(500)
60 CLS
70 LINE(-8,7000)-(-8,12000)
80 FOR LY=7000 TO 12000 STEP 500
90 PSET(-8,LY):DRAW"r2"
100 NEXT LY
110 LINE(-10,-100)-(31,-100)
120 LINE(-11,-200)-(32,-200):PSET(10,-200),0
130 LINE(-12,-200)-(-12,5800),1
140 LINE(31,-200)-(31,5800),1
150 FOR Y=-100 TO 5000 STEP 100
160 LINE(-12,Y)-(31,Y)
170 FOR Z=1 TO 300:NEXT Z
180 NEXT Y
190 LINE(11,-200)-(150,-200):LINE(-30,2400)-(-15,2600),,B:LINE(-30,2500)-(-90
00):LINE(-90,2500)-(-90,0)
200 LOCATE 1,1:INPUT"intervalo entre b.=";F:LOCATE 1,40:INPUT"tamaño base b."
210 FOR T=4 TO 1000
220 LOCATE 2,1:PRINT"t=";T;"n=";N;"c0=";C0
230 A$=INKEY$
240 IF A$="a" THEN GOSUB 1110
250 IF INT(T/F)=T/F THEN N=N+1:GOTO 270
260 GOTO 350
270 REM creacion burbuja nueva
280 GOSUB 1050
290 AB(N)=AB:PB(N)=4:HBB(N)=0:O(N)=N
300 FOR PL=-10 TO 30 STEP 2
310 IF PL>PB(N) AND PL<PB(N)+AB(N) THEN C=0:GOTO 330
320 C=1
330 PSET(PL,0),C:PSET(PL+1,0),C
340 NEXT PL
350 FOR HL=0 TO 5000 STEP 100
360 FOR NB=1 TO N
370 IF E$(NB)="m" THEN 480
380 IF HBB(NB)>5000 THEN E$(NB)="m":GOTO 400
390 GOTO 470
400 FOR V=1 TO 7
410 PSET(RND*AB(NB)+PB(NB),RND*200+HBB(NB))
420 NEXT V
430 FOR C=1 TO 2000:NEXT C
440 FOR Y=6200 TO 5100 STEP -100
450 LINE(-11,Y)-(30,Y),0
460 NEXT Y
470 IF HBB(NB)=HL THEN LINE(-10,HL)-(30,HL),1:K=K+1:N(K)=NB
480 NEXT NB

```

```

490 IF K=0 THEN 520
500 GOSUB 990
510 K=0
520 IF INT(HL/200)=HL/200 THEN I=1:GOTO 540
530 I=0
540 FOR PL=I-11 TO 30 STEP 2
550 ON POINT(PL-1,HL-100)+POINT(PL+1,HL-100)+1 GOTO 560,570,580
560 C=0:GOTO 590
570 C=1:GOTO 590
580 C=1:GOTO 590
590 PSET(PL,HL),C:PSET(PL+1,HL),C
600 NEXT PL
610 NEXT HL
620 REM aqui le mandamos a exploracion de coalesc. particiones
630 FOR R=1 TO N
640 FOR S=1 TO N
650 IF E$(R)="m" OR E$(S)="m" OR O(R)=O(S) OR ABS(PB(R)-PB(S))>9 THEN 710
660 IF HBB(R)<HBB(S)+100*AB(S) AND HBB(R)+100*AB(R)>HBB(S)+100*AB(S) THEN AT=
R)+AB(S):PBT=PB(R)*AB(R)/AT+PB(S)*AB(S)/AT:GOTO 680
670 GOTO 710
680 IF AB(R)>AB(S) THEN 700
690 E$(R)="m":AB(S)=AB(S)+AB(R):PB(S)=PBT:SOUND 500,.1:GOTO 710
700 E$(S)="m":AB(R)=AB(R)+AB(S):PB(R)=PBT:SOUND 500,.1
710 NEXT S
720 NEXT R
730 REM particiones
740 FOR NB=1 TO N
750 IF E$(NB)="m" THEN 770
760 IF AB(NB)>4 THEN SOUND 1000,.1:CBB=RND*AB(NB):N=N+1:AB(NB)=AB(NB)-CBB+.5:
NB)=PB(NB)-1:AB(N)=CBB+.5:PB(N)=PB(NB)+AB(NB)+4:HBB(N)=HBB(NB):O(N)=NB
770 NEXT NB
780 FOR NB=1 TO N
790 IF E$(NB)="m" THEN 870
800 JJ=HBB(NB):HBB(NB)=HBB(NB)+100*INT(AB(NB)/1)
810 LINE(4*T,HBB(NB)+7000)-(4*(T-1),JJ+7000)
820 IB(NB)=HBB(NB)/10000
830 PB(NB)=PB(NB)-IB(NB)
840 AB(NB)=AB(NB)+IB(NB)
850 EB=PB(NB)+AB(NB)
860 IF EB>30 THEN PB(NB)=PB(NB)-(EB-30)
870 NEXT NB
880 LINE(-20,1500)-(-10,1500):LINE(-20,1000)-(-10,1000)
890 FOR EE=-11 TO 30 STEP 2

```



```
900 IF POINT(EE,1200+IY)=0 THEN C0=C0+1
910 IF POINT(EE,1400+IY)=0 THEN C0=C0+1
920 IF POINT(EE,1500+IY)=0 THEN C0=C0+1
930 IF POINT(EE,1300+IY)=0 THEN C0=C0+1
940 NEXT EE
950 NO(T)=C0:LOCATE 4,1:PRINT C0
960 PSET(NO(T)+140,NO(T-1)*200+2000)
970 LINE(T*10,NO(T)*100)-((T-1)*10,NO(T-1)*100):C0=0
980 NEXT T
990 FOR G=1 TO K
1000 FOR PL=PB(N(G)) TO PB(N(G))+AB(N(G)) STEP 2
1010 PSET(PL,HL),0:PSET(PL+1,HL),0
1020 NEXT PL
1030 NEXT G
1040 HL=HL+100:RETURN
1050 FOR X=150 TO 11 STEP -6
1060 LINE(X,-200)-(X+6,-200),0
1070 FOR Z=1 TO 700:NEXT Z
1080 LINE(X,-200)-(X+6,-200),1
1090 NEXT X
1100 RETURN
1110 LOCATE 4,1:INPUT"altura atractor=",HA
1120 LINE(-30,7000+HA)-(-9,7000+HA)
1130 FOR X=0 TO 4*T STEP 1
1140 IF POINT(X,HA+7000)=1 THEN W=W+1:T(W)=X/4
1150 NEXT X
1160 LW=W
1170 FOR W=5 TO LW
1180 SOUND 5000,.1:PSET(19*(T(W)-T(W-1))-200,600*(T(W-1)-T(W-2))+5000+RR)
1190 FOR UU=1 TO 3000:NEXT UU
1200 SOUND 200,.1
1210 NEXT W
1220 RR=RR+2200:W=0
1230 RETURN
```

APENDICE O

CRITERIO DE PARTICIÓN DE BURBUJA BASADO EN UN BALANCE DE PRESIONES EN LA BURBUJA

Las observaciones experimentales, registradas en video, de la actividad de un lecho fluidizado bidimensional permiten albergar dudas razonables respecto al empleo del tamaño máximo como único criterio de ruptura de burbuja. Algunos autores como Horio y Nonaka (1987) también rechazan los criterios tradicionales basados generalmente en el tamaño límite de burbuja. Es por ello que con motivo de simular la actividad de un lecho fluidizado, se planteó en el transcurso de los trabajos experimentales de esta Tesis Doctoral la conveniencia de investigar las circunstancias que dan lugar a la ruptura y, si fuera posible, la elaboración de un modelo realista.

Recurrir a un símil de burbujas en sistemas gas-líquido no es válido puesto que en ellos no tienen lugar muchos de los fenómenos observados en uno gas-sólido, como por ejemplo el colapso total de burbujas y la desconcertante actividad observada en la zona inmediatamente superior al distribuidor donde verdaderamente se define el tamaño de burbuja. Los sistemas gas-líquido presentan una sencillez en su dinámica no comparable a la de los gas-sólido y sin embargo, paradójicamente, por su sencillez, se han empleado como base de la teoría de burbujas g-s en muchos estudios. La alternativa es un estudio empírico que dé como resultado una correlación para el cálculo del tamaño máximo, sin embargo estas correlaciones, útiles a efectos estadísticos, no lo son tanto cuando se pretende analizar la realidad del fenómeno.

Es por ello que en este trabajo se evaluaron otras alternativas diferentes a las bibliográficas para la simulación del hecho de la existencia de huecos de sólido rellenos de gas en la emulsión, denominados comunmente burbujas, que se comportan de forma intermitente, bien como objetos compactos con entidad propia, parecidos a los globos de gas, o como efímeros accidentes en la emulsión.

Las reflexiones que se presentan a continuación sobre este tema aparecen casi en el orden en que se generaron y con un rigor formal inferior a si estuvieran

contenidas en un apartado principal de la Memoria, creo que con ello se favorece la utilidad que pueda generarse de la discusión de este apartado, todavia inconcluso.

El primer planteamiento sobre la estabilidad de una burbuja pasa necesariamente por la decisión de considerar a la burbuja aislada y libre en la emulsión, así se supondrá en adelante, independientemente de otras condiciones.

Ya con la burbuja aislada, podemos realizar un balance de fuerzas, momentos y rozamientos que actúan sobre ella.

Realizado el balance, se consideraría condición necesaria para la ruptura el que la energía de la burbuja no sea suficiente, en este caso la burbuja se partirá adoptando otro radio y se volverá a aplicar el balance a cada burbuja resultante.

Si este planteamiento anterior se realiza en base a un balance entre la fuerza de flotación y el cambio del momento de la emulsión que rodea a la burbuja (Davidson y Schuler), considerando viscosidad y tensión superficial nulas, se obtiene

$$\rho_l \cdot V_b \cdot g = 0,5 \cdot \rho_l \cdot V_b \cdot \frac{d^2 S}{dt^2}$$

que solo conduce a una ecuación absurda.

Si se enfoca como un balance entre la flotación y la fuerza de arrastre calculada para una esfera de diámetro identico al de la burbuja, se obtiene

$$\frac{4}{3} \pi r^3 \cdot \rho_l \cdot g = \pi r^2 \cdot 0,5 \cdot \rho_l \cdot u_b$$

que conduce a una expresión bien conocida de la velocidad en función de la raíz cuadrada del radio.

Otros planteamientos de este estilo no presentados aquí no ofrecen ninguna luz sobre un posible tamaño crítico. Es por ello que se opta por un balance distinto.

El nuevo enfoque se basa en un balance de presiones en la cúpula de la burbuja, por un lado oponemos la presión del gas interior de la burbuja y por el otro la presión del peso de la emulsión. Cuando el balance se desequilibre en perjuicio de la presión interior tendrá lugar la ruptura, que se originará en el techo de la burbuja. Esta ultima condición se ha verificado en observaciones propias y además en bibliografía (Clift y Grace, 1972).

El criterio de Davidson y Harrison sobre el comportamiento del gas en el interior, emulsión cercana y seno de la emulsión durante el ascenso de una burbuja en las condiciones de velocidad típicas de un lecho fluidizado, $u_b \gg u_o$, es la existencia de una circulación interior ascendente de gas con el aspecto que se observa en la figura siguiente

pag 115 Kunii

si consideramos que este fluido penetra a través del techo de la burbuja en la emulsión, siendo reemplazado por otro que penetra por la base, podemos calcular, como si de un flujo de un gas a través de un lecho fijo se tratara, la presión que ejerce el gas sobre este techo. Esto se realiza mediante la ecuación de Blake-Kozeny

$$\frac{\Delta P_f}{l} = \frac{150 \cdot \mu \cdot u_o (1-e)^2}{g_c (\phi_s \cdot d_p)^2 e^3}$$

donde l se toma como el espesor de la nube de emulsión que rodea a la burbuja y que se ve afectada por la circulación de gas. Este espesor se calcula mediante

$$\frac{(l+r_b)^3}{r_b^3} = \frac{u_{br} + 2u_f}{u_{br} - u_f}$$

donde

$$u_{br} = 0,711 \cdot (g \cdot 2 \cdot r_b)^{\frac{1}{2}}$$

$$u_f = \frac{u_{mf}}{\epsilon_{mf}}$$

además de todo ello es necesario calcular las dimensiones del casquete esférico de burbuja sobre la que se ejerce esta presión con un ángulo de ataque absoluto inferior a 45°, orientación que considero límite para la sustentación física de la emulsión. De estas dimensiones nos interesa sobre todo la altura del casquete esférico (H), que se calcula mediante la correlación empírica

$$\frac{H}{r_b} = \left(\frac{u_o}{17.5 \cdot r_b} \right)^{\frac{1}{2}}$$

y que nos permite conocer la superficie que se considera "atacada" interiormente por el gas (Sa)

$$S_a = 2 \cdot \pi \cdot r_b \cdot H$$

conocida la cual podemos calcular la velocidad real del gas cuando atraviesa la emulsión (u_a)

$$u_a = \frac{3 \cdot u_{mf} \cdot \pi \cdot r_b^3}{S_a}$$

velocidad que a su vez se sustituirá en la ecuación de Blake-Kozeny.

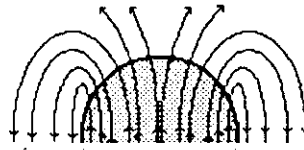
Si suponemos que a una determinada altura dentro del lecho la presión ejercida por el peso de la emulsión permanece constante, independientemente del tamaño de la burbuja, podemos asegurar que el riesgo o probabilidad de ruptura de una burbuja será máximo cuando la presión calculada mediante la ecuación de Blake-K. sea mínima.

Tomando los valores de las variables como

$$d_p=0.003 \quad \phi_s=1 \quad \rho_s=2gr/cm^3 \quad \rho_g=0.001gr/cm^3$$

$$\mu=0.0002 \quad u_{mf}=10cm/sg \quad \epsilon_{mf}=0.5 \quad g=980cm/sg^2$$

se obtienen las siguientes representaciones gráficas

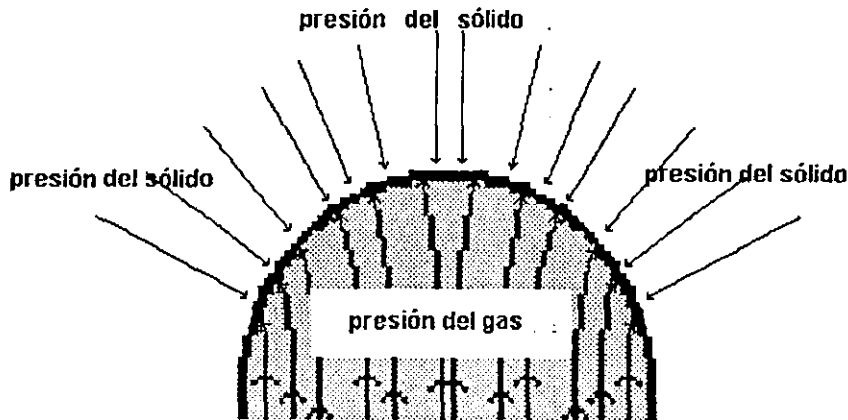


en las que se aprecia claramente como para cada porosidad o cada velocidad de mínima fluidización, el tamaño de burbuja de máximo riesgo de ruptura varía no siendo precisamente ni el máximo tamaño ni el mínimo los de mayor probabilidad.

También se ha presentado la variación del tamaño de riesgo con la velocidad u_o .

grafica ya hecha de rup9

y la diferencia de presión en la cúpula, supuesta la debida al peso de la emulsión constante, frente al radio de la burbuja para diferentes valores de u_0 .



Se han registrado indicios de que este modelo está cercano a la realidad:

-Estos resultados se han confrontado con los observados videográficamente en tres experimentos reales en condiciones muy distintas y coinciden plenamente con ellos.

-De alguna forma la existencia de los denominados slugs es coincidente con este modelo, ya que se cumplen plenamente los supuestos previos y además su estabilidad es elevada dado su tamaño.

-Para un mismo sólido, al aumentar la velocidad u_0 el tamaño de burbuja con riesgo elevado aumenta, lo que coincide con las observaciones.

-Como la presión a una determinada profundidad, en un lecho fluidizado en funcionamiento, no permanece constante debido a la propia actividad del lecho, el criterio de ruptura debido a la diferencia de presiones externa e interna de la burbuja todavía se ve afectado por un factor más. Aún calculando el tamaño de

máximo riesgo dadas unas condiciones de lecho y sólido, la burbuja puede romperse antes o después de este tamaño debido a sobrepresiones o bajopresiones.

-Por las mismas razones anteriores, se observa experimentalmente que el riesgo de ruptura de burbujas se ve afectado por la presencia de burbujas precedentes a distancias cercanas o de burbujas partidas cercanas. En el primer caso la burbuja experimenta una reducción de la presión externa debida a la estela de la burbuja precedente. En el segundo una sobrepresión debida a la energía de la avalancha de sólido procedente de la ruptura de la anterior.

Estas dos ultimas observaciones encuentran coherencia en el método de calculo del tamaño de burbuja expuesto hasta aquí y sin embargo no ocurre asi en otras correlaciones propuestas.